

शिक्षा निदेशालय

राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली सरकार

सहायक सामग्री

(2022-2023)

कक्षा : दसवीं

गणित

मार्गदर्शन:

श्री अशोक कुमार

सचिव (शिक्षा)

श्री हिमांशु गुप्ता

निदेशक (शिक्षा)

डॉ. रीता शर्मा

अतिरिक्त शिक्षा निदेशक (स्कूल एवं परीक्षा)

समन्वयक:

श्री संजय सुभास कुमार

उप शिक्षा निदेशक (परीक्षा)

श्रीमती सुनीता दुआ

विशेष कार्याधिकारी (परीक्षा)

श्री राजकुमार

विशेष कार्याधिकारी (परीक्षा)

श्री कृष्ण कुमार

विशेष कार्याधिकारी (परीक्षा)

उत्पादन मंडल

अनिल कुमार शर्मा

दिल्ली पाठ्य पुस्तक ब्यूरो में राजेश कुमार, सचिव, दिल्ली पाठ्य पुस्तक ब्यूरो, 25/2, पंखा रोड, संस्थानीय क्षेत्र, नई दिल्ली द्वारा प्रकाशित तथा मैसर्स अरिहन्त ऑफसेट, नई दिल्ली द्वारा मुद्रित।

**ASHOK KUMAR
IAS**



सचिव (शिक्षा)
राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र
दिल्ली सरकार
पुराना सचिवालय, दिल्ली-110054
दूरभाष: 23890187 टेलीफैक्स : 23890119

Secretary (Education)
Government of National Capital Territory of Delhi
Old Secretariat, Delhi-110054
Phone : 23890187, Telefax : 23890119
E-mail : secyedu@nic.in

Message

Remembering the words of John Dewey, "Education is not preparation for life, education is life itself", I highly commend the sincere efforts of the officials and subject experts from Directorate of Education involved in the development of Support Material for classes IX to XII for the session 2022-23.

The Support Material is a comprehensive, yet concise learning support tool to strengthen the subject competencies of the students. I am sure that this will help our students in performing to the best of their abilities.

I am sure that the Heads of Schools and teachers will motivate the students to utilise this material and the students will make optimum use of this Support Material to enrich themselves.

I would like to congratulate the team of the Examination Branch along with all the Subject Experts for their incessant and diligent efforts in making this material so useful for students.

I extend my Best Wishes to all the students for success in their future endeavours.

(Ashok Kumar)

HIMANSHU GUPTA, IAS
Director, Education & Sports



Directorate of Education
Govt. of NCT of Delhi
Room No. 12, Civil Lines
Near Vidhan Sabha,
Delhi-110054
Ph.: 011-23890172
E-mail : diredu@nic.in

MESSAGE

“A good education is a foundation for a better future.”

- Elizabeth Warren

Believing in this quote, Directorate of Education, GNCT of Delhi tries to fulfill its objective of providing quality education to all its students.

Keeping this aim in mind, every year support material is developed for the students of classes IX to XII. Our expert faculty members undertake the responsibility to review and update the Support Material incorporating the latest changes made by CBSE. This helps the students become familiar with the new approaches and methods, enabling them to become good at problem solving and critical thinking. This year too, I am positive that it will help our students to excel in academics.

The support material is the outcome of persistent and sincere efforts of our dedicated team of subject experts from the Directorate of Education. This Support Material has been especially prepared for the students. I believe its thoughtful and intelligent use will definitely lead to learning enhancement.

Lastly, I would like to applaud the entire team for their valuable contribution in making this Support Material so beneficial and practical for our students.

Best wishes to all the students for a bright future.

(HIMANSHU GUPTA)

Dr. RITA SHARMA
Additional Director of Education
(School/Exam)



Govt. of NCT of Delhi
Directorate of Education
Old Secretariat, Delhi-110054
Ph.: 23890185

संदेश

शिक्षा निदेशालय, दिल्ली सरकार का महत्वपूर्ण लक्ष्य अपने विद्यार्थियों का सर्वांगीण विकास करना है। इस उद्देश्य को ध्यान में रखते हुए शिक्षा निदेशालय ने अपने विद्यार्थियों को उच्च कोटि के शैक्षणिक मानकों के अनुरूप विद्यार्थियों के स्तरानुकूल सहायक सामग्री उपलब्ध कराने का प्रयास किया है। कोरोना काल के कठिनतम समय में भी शिक्षण अधिगम की प्रक्रिया को निर्बाध रूप से संचालित करने के लिए संबंधित समस्त अकादमिक समूहों और क्रियान्वित करने वाले शिक्षकों को हार्दिक बधाई देती हूँ।

प्रत्येक वर्ष की भाँति इस वर्ष भी कक्षा 9वीं से कक्षा 12वीं तक की सहायक सामग्रियों में सी.बी.एस.ई. के नवीनतम दिशा-निर्देशों के अनुसार पाठ्यक्रम में आवश्यक संशोधन किए गए हैं। साथ ही साथ मूल्यांकन से संबंधित आवश्यक निर्देश भी दिए गए हैं। इन सहायक सामग्रियों में कठिन से कठिन पाठ्य सामग्री को भी सरलतम रूप में प्रस्तुत किया गया है ताकि शिक्षा निदेशालय के विद्यार्थियों को इसका भरपूर लाभ मिल सके।

मुझे आशा है कि इन सहायक सामग्रियों के गहन और निरंतर अध्ययन के फलस्वरूप विद्यार्थियों में गुणात्मक शैक्षणिक संवर्धन का विस्तार उनके प्रदर्शन में भी परिलक्षित होगा। इस उत्कृष्ट सहायक सामग्री को तैयार करने में शामिल सभी अधिकारियों तथा शिक्षकों को हार्दिक बधाई देती हूँ तथा सभी विद्यार्थियों को उनके उज्वल भविष्य की शुभकामनाएं देती हूँ।

रीता शर्मा

(रीता शर्मा)

भारत का संविधान

उद्देशिका

हम, भारत के लोग, भारत को एक ¹[संपूर्ण प्रभुत्व-संपन्न समाजवादी पंथनिरपेक्ष लोकतंत्रात्मक गणराज्य] बनाने के लिए, तथा उसके समस्त नागरिकों को :

सामाजिक, आर्थिक और राजनैतिक न्याय,

विचार, अभिव्यक्ति, विश्वास, धर्म

और उपासना की स्वतंत्रता,

प्रतिष्ठा और अवसर की समता

प्राप्त कराने के लिए,

तथा उन सब में

व्यक्ति की गरिमा और ²[राष्ट्र की एकता

और अखंडता] सुनिश्चित करने वाली बंधुता

बढ़ाने के लिए

दृढ़संकल्प होकर अपनी इस संविधान सभा में आज तारीख 26 नवंबर, 1949 ई. को एतद्वारा इस संविधान को अंगीकृत, अधिनियमित और आत्मार्पित करते हैं।

1. संविधान (बयालीसवां संशोधन) अधिनियम, 1976 की धारा 2 द्वारा (3.1.1977 से) "प्रभुत्व-संपन्न लोकतंत्रात्मक गणराज्य" के स्थान पर प्रतिस्थापित।
2. संविधान (बयालीसवां संशोधन) अधिनियम, 1976 की धारा 2 द्वारा (3.1.1977 से) "राष्ट्र की एकता" के स्थान पर प्रतिस्थापित।

THE CONSTITUTION OF INDIA

PREAMBLE

WE, THE PEOPLE OF INDIA, having solemnly resolved to constitute India into a ¹**[SOVEREIGN SOCIALIST SECULAR DEMOCRATIC REPUBLIC]** and to secure to all its citizens :

JUSTICE, social, economic and political;

LIBERTY of thought, expression, belief, faith and worship;

EQUALITY of status and of opportunity; and to promote among them all

FRATERNITY assuring the dignity of the individual and the ²[unity and integrity of the Nation];

IN OUR CONSTITUENT ASSEMBLY this twenty-sixth day of November, 1949 do **HEREBY ADOPT, ENACT AND GIVE TO OURSELVES THIS CONSTITUTION.**

1. Subs. by the Constitution (Forty-second Amendment) Act, 1976, Sec.2, for "Sovereign Democratic Republic" (w.e.f. 3.1.1977)
2. Subs. by the Constitution (Forty-second Amendment) Act, 1976, Sec.2, for "Unity of the Nation" (w.e.f. 3.1.1977)

भारत का संविधान

भाग 4क

नागरिकों के मूल कर्तव्य

अनुच्छेद 51 क

मूल कर्तव्य - भारत के प्रत्येक नागरिक का यह कर्तव्य होगा कि वह -

- (क) संविधान का पालन करे और उसके आदर्शों, संस्थाओं, राष्ट्रध्वज और राष्ट्रगान का आदर करे;
- (ख) स्वतंत्रता के लिए हमारे राष्ट्रीय आंदोलन को प्रेरित करने वाले उच्च आदर्शों को हृदय में संजोए रखे और उनका पालन करे;
- (ग) भारत की संप्रभुता, एकता और अखंडता की रक्षा करे और उसे अक्षुण्ण बनाए रखे;
- (घ) देश की रक्षा करे और आह्वान किए जाने पर राष्ट्र की सेवा करे;
- (ङ) भारत के सभी लोगों में समरसता और समान भ्रातृत्व की भावना का निर्माण करे जो धर्म, भाषा और प्रदेश या वर्ग पर आधारित सभी भेदभावों से परे हो, ऐसी प्रथाओं का त्याग करे जो महिलाओं के सम्मान के विरुद्ध हों;
- (च) हमारी सामासिक संस्कृति की गौरवशाली परंपरा का महत्त्व समझे और उसका परिरक्षण करे;
- (छ) प्राकृतिक पर्यावरण की, जिसके अंतर्गत वन, झील, नदी और वन्य जीव हैं, रक्षा करे और उसका संवर्धन करे तथा प्राणिमात्र के प्रति दयाभाव रखे;
- (ज) वैज्ञानिक दृष्टिकोण, मानववाद और ज्ञानार्जन तथा सुधार की भावना का विकास करे;
- (झ) सार्वजनिक संपत्ति को सुरक्षित रखे और हिंसा से दूर रहे;
- (ञ) व्यक्तिगत और सामूहिक गतिविधियों के सभी क्षेत्रों में उत्कर्ष की ओर बढ़ने का सतत् प्रयास करे, जिससे राष्ट्र निरंतर बढ़ते हुए प्रयत्न और उपलब्धि की नई ऊँचाइयों को छू सके; और
- (ट) यदि माता-पिता या संरक्षक हैं, छह वर्ष से चौदह वर्ष तक की आयु वाले अपने, यथास्थिति, बालक या प्रतिपाल्य को शिक्षा के अवसर प्रदान करे।



Constitution of India

Part IV A (Article 51 A)

Fundamental Duties

It shall be the duty of every citizen of India —

- (a) to abide by the Constitution and respect its ideals and institutions, the National Flag and the National Anthem;
- (b) to cherish and follow the noble ideals which inspired our national struggle for freedom;
- (c) to uphold and protect the sovereignty, unity and integrity of India;
- (d) to defend the country and render national service when called upon to do so;
- (e) to promote harmony and the spirit of common brotherhood amongst all the people of India transcending religious, linguistic and regional or sectional diversities; to renounce practices derogatory to the dignity of women;
- (f) to value and preserve the rich heritage of our composite culture;
- (g) to protect and improve the natural environment including forests, lakes, rivers, wildlife and to have compassion for living creatures;
- (h) to develop the scientific temper, humanism and the spirit of inquiry and reform;
- (i) to safeguard public property and to abjure violence;
- (j) to strive towards excellence in all spheres of individual and collective activity so that the nation constantly rises to higher levels of endeavour and achievement;
- * (k) who is a parent or guardian, to provide opportunities for education to his child or, as the case may be, ward between the age of six and fourteen years.

Note: The Article 51A containing Fundamental Duties was inserted by the Constitution (42nd Amendment) Act, 1976 (with effect from 3 January 1977).

* (k) was inserted by the Constitution (86th Amendment) Act, 2002 (with effect from 1 April 2010).



शिक्षा निदेशालय

राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र, दिल्ली सरकार

सहायक सामग्री

(2022-2023)

गणित

कक्षा : दसवीं

निःशुल्क वितरण हेतु

दिल्ली पाठ्य-पुस्तक ब्यूरो द्वारा प्रकाशित

Team Members for Review of Support Material

S.No.	Name & Designation	Name of School/Branch
1.	Mr. Narender Kumar (Vice-Principal) <i>Group Leader</i>	GBSSS, Sector-11, Rohini, Delhi
2.	Mr. Tushar Saluja Lecturer	Core Academic Unit, Exam Branch, DoE, Delhi
3.	Mr. Naveen Sangwan, TGT	Core Academic Unit, Exam Branch, DoE, Delhi
4.	Mr. Manish Jain, TGT	Sarvodaya Vidyalaya, Sector-III, Rohini, Delhi
5.	Mr. Abadhesh Kumar Singh, TGT	GBSSS, SU Block, Pitampura, Delhi
6.	Mr. Nitin Bhardwaj, TGT	R.P.V.V., Phase-II, Sector-21, Rohini, Delhi
7.	Md. Sharib Azeem, TGT	Dr. Zakir Hussain Memo. Sr. Sec. School, Jafrabad, Delhi

SESSION-(2022-2023)
CLASS-X
Subject: Mathematics (Code: 041 & 241)

Course Structure

Units	Unit Name	Marks
I	Number Systems	06
II	Algebra	20
III	Coordinate Geometry	06
IV	Geometry	15
V	Trigonometry	12
VI	Mensuration	10
VII	Statistics and Probability	11
	Total	80

UNIT I: NUMBER SYSTEMS

I. REAL NUMBER

Fundamental Theorem of Arithmetic - statement after reviewing work done earlier and after illustrating and motivating through examples. Proofs of irrationality of $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$

UNIT II: ALGEBRA

1. POLYNOMIALS

Zeros of a polynomial. Relationship between zeros and coefficients of quadratic polynomials.

2. PAIR OF LINEAR EQUATIONS IN TWO VARIABLES

Pair of linear equations in two variables and graphical method of their solution, consistency/inconsistency.

Algebraic conditions for number of solutions. Solution of a pair of linear equations in two variables algebraically - by substitution, by elimination. Simple situational problems.

3. QUADRATIC EQUATIONS

Standard form of a quadratic equation $ax^2 + bx + c = 0$, ($a \neq 0$). Solutions of quadratic equations (only real roots) by factorization, and by using quadratic formula. Relationship between discriminant and nature of roots.

Situational problems based on quadratic equations related to day to day activities to be incorporated.

4. ARITHMETIC PROGRESSIONS

Motivation for studying Arithmetic Progression Derivation of the n^{th} term and sum of the first n terms of A.P. and their application in solving daily life problems.

UNIT III: COORDINATE GEOMETRY

Coordinate Geometry

Review: Concepts of coordinate geometry, graphs of linear equations. Distance formula. Section formula (internal division).

UNIT IV : GEOMETRY

1. TRIANGLES

Definitions, examples, counter examples of similar triangles.

1. (Prove) If a line is drawn parallel to one side of a triangle to intersect the other two sides in distinct points, the other two sides are divided in the same ratio.
2. (Motivate) If a line divides two sides of a triangle in the same ratio, the line is parallel to the third side.
3. (Motivate) If in two triangles, the corresponding angles are equal, their corresponding sides are proportional and the triangles are similar.
4. (Motivate) If the corresponding sides of two triangles are proportional, their corresponding angles are equal and the two triangles are similar.

5. (Motivate) If one angle of a triangle is equal to one angle of another triangle and the sides including these angles are proportional, the two triangles are similar.

2. CIRCLES

Tangent to a circle at, point of contact

1. (Prove) The tangent at any point of a circle is perpendicular to the radius through the point of contact.
2. (Prove) The lengths of tangents drawn from an external point to a circle are equal.

UNIT V: TRIGONOMETRY

1. INTRODUCTION TO TRIGONOMETRY

Trigonometric ratios of an acute angle of a right-angled triangle. Proof of their existence (well defined); motivate the ratios whichever are defined at 0° and 90° . Values of the trigonometric ratios of 30° , 45° and 60° . Relationships between the ratios.

2. TRIGONOMETRIC IDENTITIES

Proof and applications of the identity $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$. Only simple identities to be given.

3. HEIGHTS AND DISTANCES: Angle of elevation, Angle of Depression

Simple problems on heights and distances. Problems should not involve more than two right triangles. Angles of elevation /depression should be only 30° , 45° , and 60° .

UNIT VI: MENSURATION

1. AREAS RELATED TO CIRCLES

Area of sectors and segments of a circle. Problems based on areas and perimeter/circumference of the above said plane figures.

In calculating area of segment of a circle, problems should be restricted to central angle of 60° , 90° and 120° only.

2. SURFACE AREAS AND VOLUMES

Surface areas and volumes of combinations of any two of the following: cubes, cuboids, spheres, hemispheres and right circular cylinders/ cones.

UNIT VII: STATISTICS AND PROBABILITY

1. STATISTICS

Mean, median and mode of grouped data (bimodal situation to be avoided).

2. PROBABILITY

Classical definition of probability. Simple problems on finding the probability of an event.

MATHEMATICS-Standard
QUESTION PAPER DESIGN
CLASS-X (2022-23)

Time: 3 Hours

Max. Marks: 80

S.No.	Typology of Questions	Total Marks	% Weightage (approx)
1.	<p>Remembering : Exhibit memory of previously learned material by recalling facts, terms, basic concepts, and answers.</p> <p>Understanding : Demonstrate understanding of facts and ideas by organizing, comparing, translating, interpreting, giving descriptions, and stating main ideas</p>	43	54
2.	<p>Applying: Solve problems to new situations by applying acquired knowledge, facts, techniques and rules in a different way.</p>	19	24
3.	<p>Analysing : Examine and break information into parts by identifying motives or causes. Make inferences and find evidence to support generalizations</p> <p>Evaluating : Present and defend opinions by making judgments about information, validity of ideas, or quality of work based on a set of criteria.</p> <p>Creating : Compile information together in a different way by combining elements in a new pattern or proposing alternative solutions.</p>	18	22
	TOTAL	80	100

INTERNAL ASSESSMENT	20 MARKS
Pen Paper Test and Multiple Assessment (5 + 5)	10 Marks
Portfolio	05 Marks
Lab Practical (Lab activities to be done from the prescribed books)	05 Marks

MATHEMATICS - BASIC
QUESTION PAPER DESIGN
CLASS-X (2022-23)

Time: 3 Hours

Max. Marks: 80

S.No.	Typology of Questions	Total Marks	% Weightage (approx)
1.	<p>Remembering: Exhibit memory of previously learned material by recalling facts, terms, basic concepts, and answers.</p> <p>Understanding: Demonstrate understanding of facts and ideas by organizing, comparing, translating, interpreting, giving descriptions, and stating main ideas</p>	60	75
2.	<p>Applying: Solve problems to new situations by applying acquired knowledge, facts, techniques and rules in a different way.</p>	12	15
3.	<p>Analysing: Examine and break information into parts by identifying motives or causes. Make inferences and find evidence to support generalizations</p> <p>Evaluating: Present and defend opinions by making judgments about information, validity of ideas, or quality of work based on a set of criteria.</p> <p>Creating: Compile information together in a different way by combining elements in a new pattern or proposing alternative solutions.</p>	8	10
	Total	80	100

INTERNAL ASSESSMENT	20 MARKS
Pen Paper Test and Multiple Assessment (5 + 5)	10 Marks
Portfolio	05 Marks
Lab Practical (Lab activities to be done from the prescribed books)	05 Marks

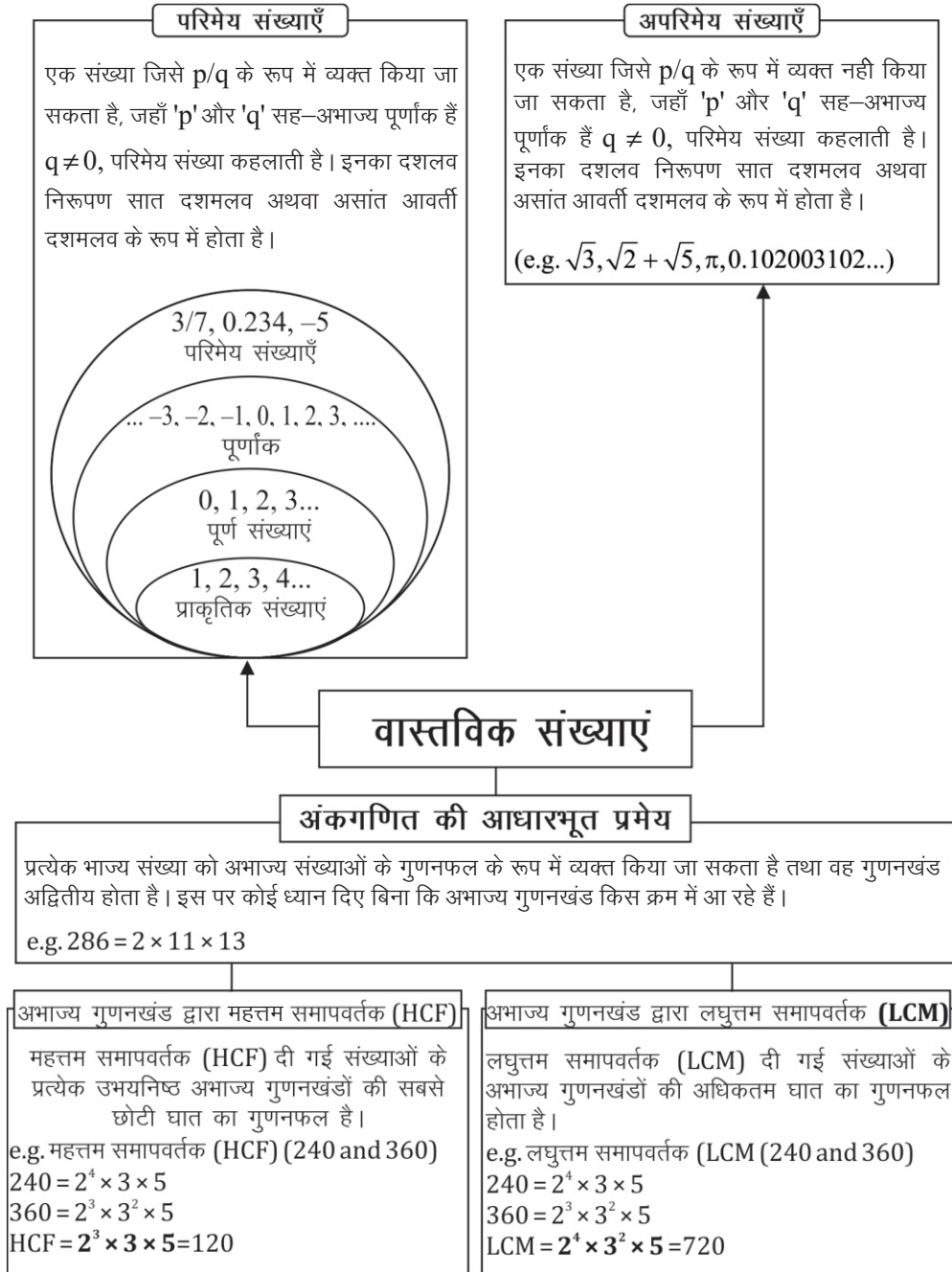
विषय-तालिका

क्रम सं.	विषय सामग्री	पृष्ठ संख्या
1.	वास्तविक संख्याएँ	01-11
2.	बहुपद	12-22
3.	दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म	23-32
4.	द्विघात समीकरण	33-52
5.	समांतर श्रेढ़ियाँ	53-72
6.	त्रिभुज	73-98
7.	निर्देशांक ज्यामिति	99-111
8.	त्रिकोणमिति का परिचय	112-123
9.	त्रिकोणमिति के कुछ अनुप्रयोग	124-134
10.	वृत्त	135-156
11.	वृत्तों से संबंधित क्षेत्रफल	157-176
12.	पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन	177-200
13.	सांख्यिकी	201-217
14.	प्रायिकता	218-236
●	स्थिति पर आधारित प्रश्न (Case Study Based Questions)	237-270
●	अभ्यास प्रश्न-पत्र	271-355

1

अध्याय

वास्तविक संख्याएँ



दो संख्याओं के महत्तम समापवर्तक (HCF) और लघुत्तम समापवर्तक (LCM) के बीच संबंध

महत्तम समापवर्तक (HCF) हमेशा लघुत्तम समापवर्तक (LCM) का एक गुणनखंड होता है।

यदि 'a' और 'b' दो संख्याएँ हैं, तो

महत्तम समापवर्तक (HCF) (a, b) × लघुत्तम समापवर्तक (LCM) (a, b) = 'a' और 'b' का गुणनफल जैसे दो संख्याओं 24 और 36 के लिए

$$24 = 23 \times 3 \text{ और } 36 = 22 \times 32$$

$$\text{महत्तम समापवर्तक (HCF) (24, 36) = } 22 \times 3 = 12$$

$$\text{लघुत्तम समापवर्तक (LCM) (24, 36) = } 23 \times 32 = 72$$

$$\text{महत्तम समापवर्तक (HCF) } \times \text{ लघुत्तम समापवर्तक (LCM) = } 12 \times 72 = 864$$

$$\text{'a' और 'b' का गुणनफल = } 24 \times 36 = 864$$

इस प्रकार $\text{HCF (a, b)} \times \text{LCM (a, b)} = \text{'a' और 'b' का गुणनफल}$

अति लघुउत्तरीय प्रश्न

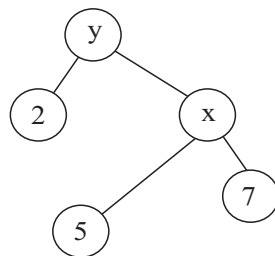
1. किसी संख्या N को 16 से विभाजित करने पर शेषफल 5 प्राप्त होता है। यदि

इस संख्या को 8 से विभाजित करें तो शेषफल _____ होगा।

2. म0स0 $3^3 \times 5^4$ और $3^4 \times 5^2 =$ _____

3. यदि $9 = xy^2$ तथा $b = x^3y^5$ जहाँ x तथा y अभाज्य संख्याएँ हैं तो ल.स. (a, b) = _____

4. इस गुणनखण्ड वृक्ष में x तथा y का मान ज्ञात कीजिए



5. यदि n एक वास्तविक संख्या है तो $25^{2n} - 9^{2n}$ विभाज्य होगा

i) 16 ii) 34 iii) 16 तथा 34 दोनों (iv) इनमें से कोई नहीं

6. यदि (2520, 6600) का महत्तम समापवर्तक (HCF) = 120 और

लघुत्तम समापवर्तक (LCM) = 252k है, तो 'k' का मान है:

a) 165

b) 550

c) 990

b) 1650

7. सबसे छोटी अभाज्य संख्या और सबसे छोटी भाज्य संख्या के महत्तम समापवर्तक

(HCF) और लघुत्तम समापवर्तक (LCM) का गुणनफल है:

i) 2

ii) 4

iii) 6

iv) 8

8. यदि दो संख्याओं का लघुत्तम समापवर्तक (LCM) 3600 है, तो निम्नलिखित में से कौन उनका महत्तम समापवर्तक (HCF) नहीं हो सकता है?

- a) 600 b) 500 c) 400 d) 150

9. यदि $p^n = (a \times 5)^n$ हो तो p^n के इकाई स्थान पर 0 आने के लिए a का मान

- a) कोई वास्तविक संख्या b) सम संख्या
c) विषम संख्या d) इनमें से कोई नहीं

10. म.स. हमेशा

- a) ल.स. का गुणज b) ल.स. का गुणनखण्ड
c) ल.स. से विभाज्य d) a और c दोनों

11. सभी दशमलव संख्याएँ होती हैं—

- a) परिमेय संख्याएँ b) अपरिमेय संख्याएँ
c) वास्तविक संख्याएँ d) पूर्णांक

12. इनमें से किस संख्या का इकाई का अंक 6 होगा।

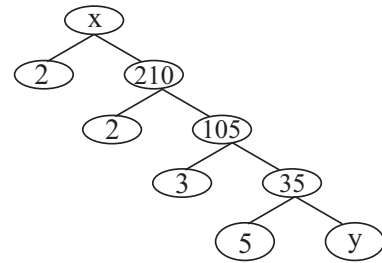
- a) 4^n b) 2^n c) 6^n d) 8^n

13. संख्या $2 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 + 21$ का अभाज्य गुणनखंड लिखिए।

14. प्रत्येक घनात्मक विषम पूर्णांक का सामान्य रूप लिखिए।

15. वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जो 1 से 10 तक की सभी संख्याओं से विभाज्य है।

16. यदि संख्याएँ 525 और 3000; 3, 5, 15, 25 और 75 से भाज्य है तो 525 और 3000 का म.स. लिखिए।



17. गुणनखंड — वृक्ष में $x : y$ क्या होगा।

लघु उत्तरीय प्रश्न-I

18. यदि n एक प्राकृत संख्या है तो दिखाइए 12^n का ईकाई का अंक 0 या 5 नहीं हो सकता है। (NCERT Exemplar)
19. वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिससे $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ को गुणा करने पर एक परिमेय संख्या प्राप्त हो। उस परिमेय संख्या को भी ज्ञात कीजिए।
20. $\sqrt{3}$ तथा $\sqrt{5}$ के बीच एक परिमेय तथा एक अपरिमेय संख्या ज्ञात कीजिए।
21. यदि 144 व 180 के म.स. को $13m-3$ के रूप में व्यक्त किया जाता है तो m का मान ज्ञात कीजिए। (CBSE 2014)
22. $(-1)^n + (-1)^{2n} + (-1)^{2n+1} + (-1)^{4n+2}$ का मान ज्ञात कीजिए यदि n कोई धनात्मक विषम पूर्णांक है। (CBSE 2016)
23. दो टैंकों में क्रमशः 850 लीटर व 680 लीटर पेट्रोल है। उस कंटेनर की अधिकतम क्षमता क्या होगी जो इन टैंकों के पेट्रोल को सही सही माप सके? (CBSE 2016)

लघुउत्तरीय प्रश्न-II

24. 2658 को इसके अभाज्य गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में व्यक्त कीजिए।
25. यदि $7560 = 2^3 \times 3^p \times q \times 7$ तो p और q का मान ज्ञात कीजिए।
26. सिद्ध कीजिए $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।
27. सिद्ध कीजिए $5 - \frac{3}{7}\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।
28. सिद्ध कीजिए $\frac{1}{2-\sqrt{5}}$ एक अपरिमेय संख्या है।
29. अभाज्य गुणनखण्ड विधि द्वारा 56 और 112 का म.स. ज्ञात कीजिए।
30. बताओं कि निम्न संख्याएँ भाज्य संख्याएँ क्यों हैं
- (i) $7 \times 11 \times 13 \times 15 + 15$
- (ii) $11 \times 13 \times 17 + 17$
- (iii) $1 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 + 3 \times 7$

31. प्रातः तीन व्यक्ति भ्रमण के दौरान अपने कदम एक साथ उठाते हैं, जिनकी माप क्रमशः 40 सेमी, 42 सेमी और 45 सेमी है। वह कम से कम दूरी ज्ञात कीजिए जिसे तीनों पूरे कदमों में माप सकें।
(NCERT Exemplar)
32. एक सेल के दौरान रंगीन पेंसिलें 24 के और क्रेयोन 32 के पैक में उपलब्ध हैं। यदि आप समान संख्या में पेंसिलें और क्रेयोन खरीदना चाहते हैं तो आप, दोनों के कितने पैकेट खरीदेंगे?
(CBSE 2017)
33. वह बड़ी से बड़ी संख्या बताइए जिससे 31 तथा 99 को भाग देने पर शेषफल क्रमशः 5 व 8 बचे।
34. यदि 65 और 117 के म.स. को $65m-117$ के रूप में लिखा जा सकता है तो m का मान ज्ञात कीजिए। अभाज्य गुणनखण्ड विधि द्वारा 65 व 117 का ल.स. ज्ञात कीजिए।
35. वह बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात कीजिए जिससे 1251, 9377 और 15628 को भाग देने पर क्रमशः 1,2,3 शेष बचे।
(NCERT Exemplar)
36. 180, 252 व 324 का म.स. ज्ञात कीजिए।
(CBSE 2016)
37. छः अंकों की बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात करो जो 18,24 व 36 से पूर्णतः विभाजित हो।
38. तीन घंटियाँ क्रमशः 9,12, 15 मिनट के अंतराल पर बजती हैं। यदि वे एक साथ एक समय पर बजती हैं तो वे पुनः एक साथ कब बजेंगी?
39. एक कमरे की लंबाई, चौड़ाई और ऊंचाई क्रमशः 8 मीटर 25 सेमी. 6 मीटर 75 सेमी. और 4 मीटर 50 सेमी है। सबसे लंबी उस छड़ की लंबाई ज्ञात कीजिए जो कमरे के तीनों आयामों को ठीक-ठीक माप सकती है।
40. 404 तथा 96 का ल.स. और म.स. निकालिए और सिद्ध कीजिए कि ल.स. \times म.स. =दोनों संख्याओं का गुणन।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

41. अभाज्य गुणनखण्ड विधि द्वारा 56, 96, 324 का म.स. ज्ञात कीजिए।
42. यदि 42 मीटर, 49 मीटर और 63 मीटर लंबी लकड़ी के तीन टुकड़ों को समान लंबाई के तख्तों में विभाजित किया जाए, तो तख्तों की न्यूनतम संभव संख्या क्या होगी?
43. अमित, सुनीता और सुमित वृद्धाश्रम में सभी व्यक्तियों के लिए कार्ड तैयार करना शुरू करते हैं। एक कार्ड को पूरा करने के लिए उन्हें क्रमशः 10, 16 और 20 मिनट का समय लगता है यदि वे सभी एक कार्ड तैयारना शुरू करते हैं, तो कितने समय बाद वे एक साथ एक नया कार्ड तैयार करना शुरू करेंगे?
44. आकृति ने अपने जन्मदिन के उपलक्ष्य में एक अनाथाश्रम में दूध वितरित करने का निर्णय लिया। दूध के विक्रेता ने दूध के दो कंटेनर लिए जिसमें 398 ली. और 436 ली. दूध है। एक ड्रम द्वारा इनमें से दूध तीसरे कंटेनर में डालना है। तीसरे कंटेनर में ड्रम द्वारा पलटने पर दोनों कंटेनर में क्रमशः 7 ली. और 11 ली. दूध बचता है। ड्रम की अधिकतम धारिता ज्ञात कीजिए।
45. वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिसमें यदि 17 बढ़ा दिया जाए तो वह 520 व 468 दोनों से पूर्णतया विभाजित हो जाए।
46. एक गली में दुकानदार 396 गुलाब जामुन व 342 रसगुल्ले बनाता है। वह इन्हें इक्वेटे पैक करता है प्रत्येक कंटेनर में या तो गुलाब जामुन हैं या रसगुल्ले हैं। परन्तु प्रत्येक कंटेनर में दोनों पीस बराबर-बराबर हैं कम से कम डिब्बे बनाने के लिए उसे प्रत्येक डिब्बे में कितने पीस रखने होंगे? कुल कितने डिब्बे पैक किए गए। (CBSE 2016)
47. 110000 की समीपवर्ती संख्या ज्ञात कीजिए जो 1 लाख से अधिक है और 8, 15 और 21 से पूर्णतया विभाजित होती है।
48. किसी सेमीनार में हिन्दी, इंगलिश व गणित के क्रमशः 60,84 और 108 प्रतिभागी हैं। कम से कम कितने कमरों की आवश्यकता होगी यदि प्रत्येक कमरे में बराबर-बराबर प्रतिभागी हों व एक ही विषय के हों। (HOTS)
49. अंकगणित की आधारभूत प्रमेय बताओ। क्या किन्ही दो संख्याओं का म.स. व ल.स. क्रमश 24 व 540 हो सकता है। उत्तर की पुष्टि कीजिए।

50. वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिसमें 20 की वृद्धि करने पर वह 90 और 144 से पूर्णतया विभाजित होती हो। क्या ल.स. 144 का गुणज है?
51. यदि 1032 और 408 के म.स.व. को $1032p - 408 \times 5$ के रूप में व्यक्त करें तो p का मान ज्ञात कीजिए।
52. दो संख्याओं का ल.स.व. उनके म.स.व. का 14 गुना है ल.स.व. और म.स.व. का योग 600 है। यदि उनमें से एक संख्या 280 है तो दूसरी संख्या ज्ञात कीजिये।

उत्तर तथा संकेत

1. 5
2. $3^3 \times 5^2$
3. $x^3 \times y^2$
4. $n=35, y=70$
5. (iii) $25^{2n} - 9^{2n}$ को $a^{2n} - b^{2n}$ के रूप में लिखा जा सकता है तो यह $a-b$ और $a+b$ से विभाजित होगा, इसलिए $25+9=34$ और $25-9=16$ दोनों से विभाजित है।
6. (c) 550
7. (d) 8
8. (c) 500
9. b) कोई सम संख्या
10. b) ल.स. का गुणनखण्ड
11. c) वास्तविक संख्याएं
12. c) 6^n
13. 7
14. $2t + 1$ या $2t - 1$
15. 2520
16. 75
17. 60 : 1

18. 2, 2, 3 संख्या 12 के गुणनखण्ड है, क्योंकि 12 का गुणनखण्ड 5 नहीं है अतः 12^n कभी भी 0 अथवा 5, इकाई संख्या नहीं, देगा।

19. $\sqrt{5} + \sqrt{2}, 3$

21. म.स. 180 तथा 144 का 36 है

$$36 = 13m - 3 \Rightarrow 13m = 39 \Rightarrow m = 3$$

22. दिया है कि n एक धनात्मक विषम पूर्णांक है $\Rightarrow 2n$ और $4n+2$ एक सम धनात्मक पूर्णांक है और n अथवा $2n+1$ एक विषम धनात्मक पूर्णांक है।

$$\begin{aligned} (-1)^n = -1, (-1)^{2n} = +1, (-1)^{2n+1} = -1, (-1)^{4n+2} = +1; & (-1)^n + (-1)^{2n} + (-1)^{2n+1} + (-1)^{4n+2} \\ & = -1 + 1 - 1 + 1 = 0 \end{aligned}$$

23. 850 और 680 का म.स. $= 2 \times 5 \times 17 = 170$ लीटर

24. $2658 = 2 \times 3 \times 443$

25. $p = 3$ और $q = 5$

26. सिद्ध कीजिए $\sqrt{3}$ तथा $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है तथा किन्हीं दो अपरिमेय संख्याओं का योग भी अपरिमेय संख्या होता है।

27. 5 एक परिमेय संख्या है तथा $\frac{3}{7}\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है। किसी परिमेय संख्या व अपरिमेय संख्या का अन्तर सदैव एक अपरिमेय संख्या होता है।

29. म.स. = 56, ल.स. = 112

30 1) $15 \times (7 \times 11 \times 3 + 1)$ के दो से अधिक गुणनखंड है तो यह भाज्य संख्या है।

31. ल.स. 40, 42, 45 = 2520, प्रत्येक कम से कम 2520 cm की दूरी तय करेगा।

32. म.स. 24 और 32 का 96

$$\text{क्रयान } \frac{96}{32} = 3 \text{ पैकेट क्रयान के}$$

$$96 \text{ पैसिले } \frac{96}{24} = 4 \text{ पैकेट पैसिले}$$

33. दी गई संख्याएँ 31 तथा 99

$$31 - 5 = 26 \text{ तथा } 99 - 8 = 91$$

26 के अभाज्य गुणनखण्ड, $26 = 2 \times 13$, 91 के अभाज्य गुणनखंड $91 = 7 \times 13$ म.स. $(26, 91) = 13$

\therefore 13 वह बड़ी से बड़ी संख्या है जिससे 31 तथा 91 के भाग देने पर शेषफल क्रमशः 5 तथा 8 आएगा।

34. म.स. $(117,65) = 13$ $65m-117=13 \Rightarrow 65m=130 \Rightarrow m=2$

ल.स. $65,117=13 \times 13^2 \times 5=585$

35. $1251-1=1250$, $9377-2=9375$, $15628-3=15625$

म.स. $(15625, 9375) = 3125$

म.स. $(3125, 1250) = 625$

म.स. $(15625, 9375, 1250) = 625$

36. म.स. $324, 252, 180 = 36$

37. ल.स. $18, 24, 36 = 72$

बड़ी से बड़ी 6 अंको की संख्या = 999999

$$\begin{array}{r} 72 \overline{) 999999} \quad (13888 \\ \underline{-72} \\ 279 \\ \underline{-216} \\ 639 \\ \underline{-576} \\ 639 \\ \underline{-576} \\ 639 \\ \underline{-576} \\ 63 \end{array}$$

अतः 6 अंको की वान्छिक संख्या

$$\begin{array}{r} 999999 \\ - \quad 63 \\ \hline 9,99,936 \end{array}$$

38. ल.स. $9,12,15 = 180$ मिनट

39. 8 मीटर 25 सेमी., 6 मीटर 75 सेमी. और 4 मीटर 50 सेमी. का महत्तम समापवर्तक (HCF) = 75 सेमी.

40. म.स. $(404,96)=4$

ल.स. $(404,96)=9696$

म.स. \times ल.स. $=38,784=404 \times 96$

41. 4

42. 42 मीटर, 49 मीटर और 63 मीटर का लघुत्तम समापवर्तक (LCM) = 7 मीटर

तख्तों की संख्या = $42/7 + 49/7 + 63/7$

= $6 + 7 + 9 = 22$

43. 10, 16 और 20 मिनट का लघुत्तम समापवर्तक (LCM) = 80 मिनट

44. 17

45. 4663 ल.स.व. = 4680, अतः संख्या = 4680 - 17

$$\text{डिब्बों की संख्या} = \frac{396 + 342}{18} = 41$$

46. म.स. (396, 342) = 18

47. 109200

48. म.स. 60, 84 और 108 = $2^2 \times 3 = 12$

$$\text{कमरो की संख्या} = \frac{60 + 84 + 108}{12} = 21 \text{ कमरे}$$

49. म.स. = 24, ल.स. = 540

$$\frac{\text{ल.स.}}{\text{म.स.}} = \frac{540}{24} = 22.5, \text{ पूर्णांक नहीं है।}$$

अतः किन्हीं दो संख्याओं का म.स. और ल.स. क्रमशः 24 तथा 540 नहीं हो सकता।

50. वांछित संख्या = ल.स.व. (90, 144) - 20 = 700, हॉ

51. $p = 2$

52. म.स.व. = 40, ल.स.व. = 560, अतः दूसरी संख्या = 80

अभ्यास प्रश्न पत्र

समय : 45 मिनट

वास्तविक संख्याएँ

अंक : 20

खण्ड—अ

1. $\frac{51}{150}$ का दशमलव निरूपण कितने दशमलव स्थान के बाद सांत होगा। 1
2. सबसे छोटी अभाज्य संख्या और सबसे छोटी भाज्य संख्या का लघुत्तम समापवर्तक (LCM) क्या है?
3. x^4y^5, x^8y^3 का म.स. बताइए। 1
4. 14 और 122 का ल.स. बताइए। 1

खण्ड—ब

5. दर्शाइए कि 9^n की ईकाई की संख्या कभी भी शून्य नहीं होगी। 2
6. उन प्राकृत संख्याओं के युग्म ज्ञात कीजिए जिनका लघुत्तम समापवर्तक (LCM) 78 है और महत्तम समापवर्तक (HCF) 13 है। 2
7. गुणनखंड वृक्ष का उपयोग कर 7650 के अभाज्य गुणनखंड ज्ञात कीजिए। 2

खण्ड—स

8. सिद्ध कीजिए $\frac{1}{3-2\sqrt{5}}$ अपरिमेय संख्या है। 3
9. अभाज्य गुणनखंड विधि द्वारा 36, 96 और 120 का म. स. ज्ञात कीजिए। 3

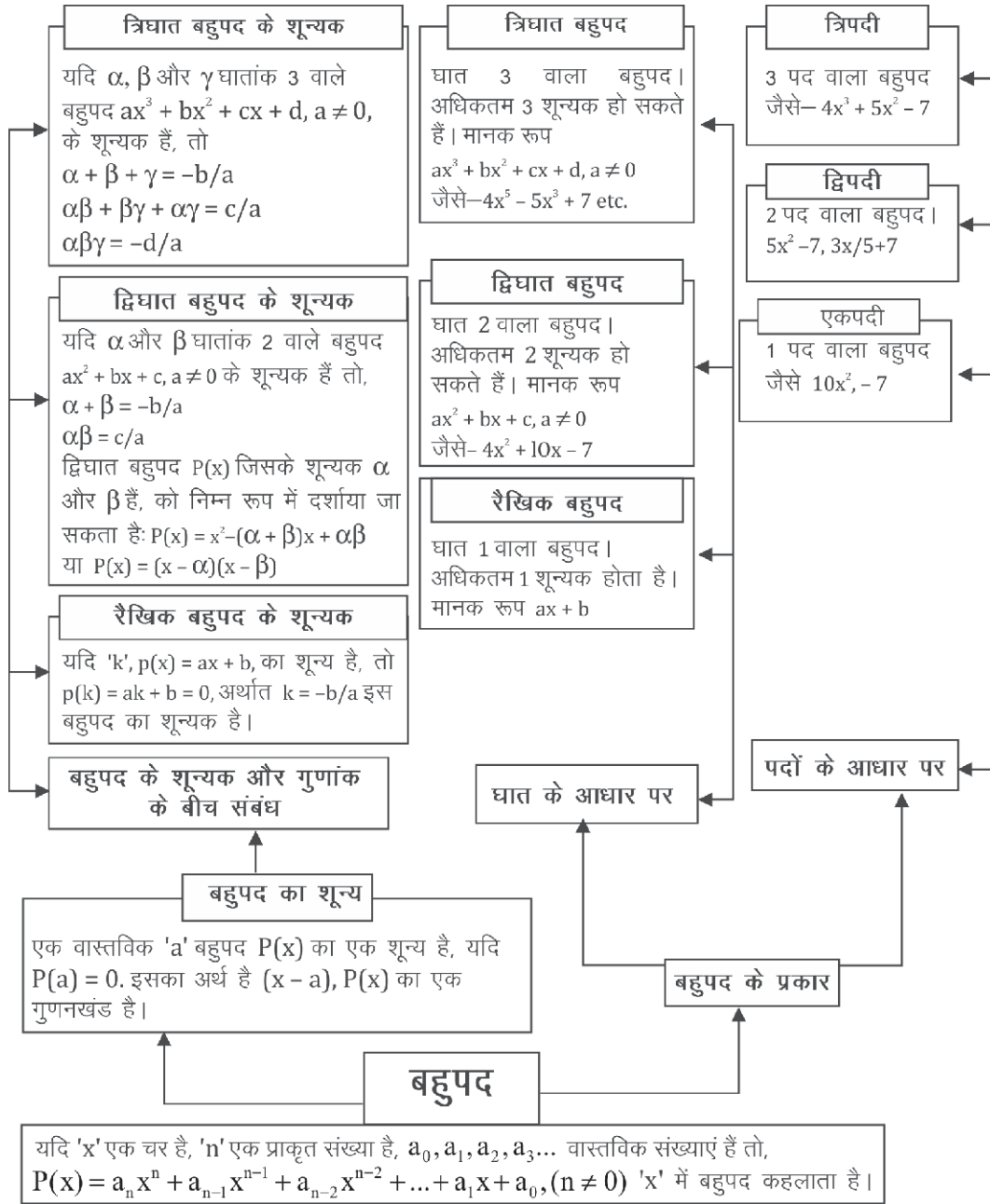
खण्ड—द

10. एक बार एक खेल का सामान बेचने वाले विक्रेता ने 'पैदल चलने के फायदे' की जागरूकता के लिए एक अभियान चलाया। जिसमें सोहम और बानी ने हिस्सा लिया किसी खेल के मैदान के चारों ओर एक वृत्ताकार पथ है। इस मैदान का एक चक्कर लगाने में बानी को 18 मिनट और सोहम को 12 मिनट लगते हैं। मान लीजिए वे दोनों एक ही स्थान और एक ही समय पर चलना प्रारम्भ करके एक ही दिशा में चलते हैं। तो कितने समय बाद वे पुनः प्रारम्भिक स्थान पर मिलेंगे? 4

2

अध्याय

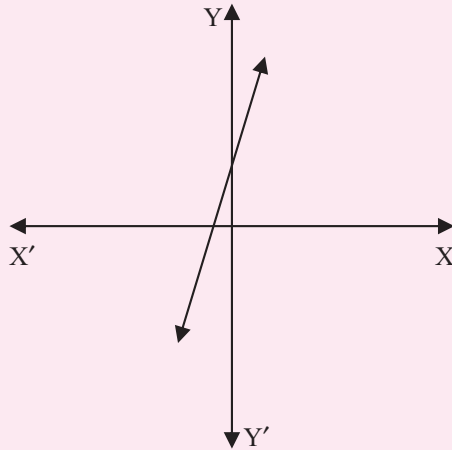
बहुपद



बहुपद का आलेख

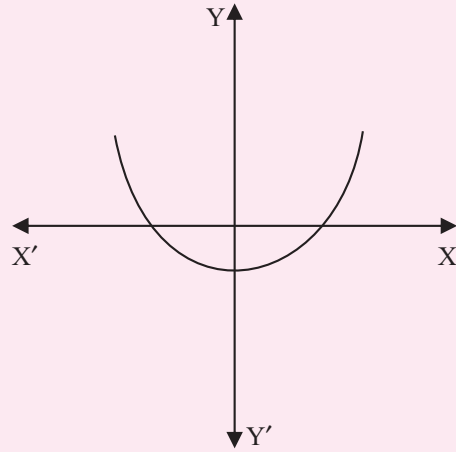
एक रैखिक बहुपद का ज्यामितीय निरूपण

एक रैखिक बहुपद $P(x) = ax + b$, $a \neq 0$ का आलेख एक सीधी रेखा है जो x -अक्ष को ठीक एक बिंदु पर काटती है।
रैखिक बहुपद $ax + b$ की घात 1 है, इसमें 'a' एक रेखा $ax + b$ की ढलान, अचर 'b' Y -अवरोधन का प्रतिनिधित्व करता है।
जैसे $-7x + 5$ यहां 'a' = 7 और 'b' = 5

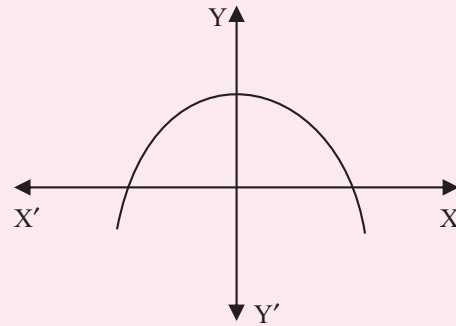


एक द्विघात बहुपद का ज्यामितीय निरूपण

द्विघात बहुपद $P(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ का आलेख ऊपर की ओर खुला परवलय है, यदि $a > 0$.
जैसे $5x^2 + 4x + 1$



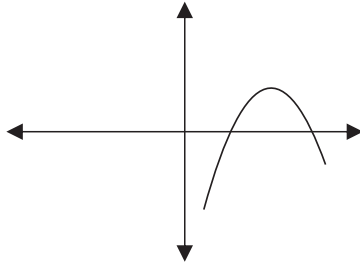
द्विघात बहुपद $P(x) = -ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ का आलेख नीचे की ओर खुला परवलय है, यदि $a < 0$.
जैसे $-x^2 + 7x + 1$



सामान्यतया किसी बहुपद $P(x)$ जिसकी घात 'n' हो, का आलेख x -अक्ष को अधिकतम 'n' बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करता है।

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. यदि बहुपद $p(x)=5x^2+13x+k$ का एक मूल दूसरे मूल का व्युत्क्रमानुपाती हो तो k का मान होगा
(a) 0 (b) 5 (c) $\frac{1}{6}$ (d) 6
2. यदि α तथा β बहुपद $p(x)=x^2-p(x+1)-c$ के शून्यक हैं तथा $(\alpha+1)(\beta+1)=0$ हो तो $c =$ _____
3. यदि द्विघाती बहुपद x^2+3x+k का एक शून्यक 2 हो तो k का मान होगा।
(a) 10 (b) -10 (c) 5 (d) -5
4. यदि द्विघाती बहुपद $x^2+(a+1)x+b$ के शून्यक 2 तथा -3 हों तो—
(I) $a=-7, b=-1$ (ii) $a=5, b=-1$ (iii) $a=2, b=-6$ (iv) $a=0, b=-6$
5. बहुपद x^2-5x+4 में क्या जोड़े कि प्राप्त बहुपद का एक शून्यक 3 हो—
(a) 1 (b) 2 (c) 4 (d) 5
6. यदि α तथा β बहुपद $f(x)=x^2+x+1$ के मूल हो तो $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} =$ _____
7. यदि किसी द्विघात बहुपद $f(x)$ का गुणनखण्ड रैखिक गुणनखण्डों के रूप में नहीं हो सकता तो बहुपद के शून्यक वास्तविक नहीं होंगे। (सही/गलत)
8. यदि कोई द्विघाती बहुपद $f(x)$ किसी रैखिक बहुपद का वर्ग है तो उसके शून्यक संपाती होंगे (सही/गलत)
9. यदि $p(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x + 1)(x - 2)(x - d)$ तो d का मान क्या होगा।
10. द्विघाती बहुपद $ax^2+bx+c, a \neq 0$ को सलंगन ग्राफ द्वारा निरूपित किया गया तो a
(a) प्राकृत संख्या (b) पूर्ण संख्या
(c) ऋणात्मक पूर्णांक (d) अपरिमेय संख्या



11. उस रैखिक बहुपद के शून्यकों की संख्या क्या होगी जिसका आलेख (ग्राफ):
(i) मूल बिंदु से गुजरता हो (ii) x -अक्ष को किसी भी बिंदु पर स्पर्श या प्रतिच्छेद नहीं करता हो।
12. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यक $(5+2\sqrt{3})$ और $(5-2\sqrt{3})$ हो।
13. यदि $4x^2 - (8k^2 - 40k)x - 9$ का एक शून्यक दूसरे शून्यक का योज्य प्रतिलोम हो तो k का मान ज्ञात कीजिए।
14. $P(x) = x^2 - 5x + 4$ में से क्या घटाया जाए ताकि प्राप्त बहुपद का एक शून्यक 3 हो।
15. एक द्विघात बहुपद के (i) अधिकतम (ii) न्यूनतम कितने शून्यक हो सकते हैं?
16. बहुपद $x^2 + 1$ के वास्तविक शून्यकों की संख्या क्या होगी?
17. यदि $6x^2 - 7x - 3$ के शून्यक α और β हो तो एक द्विघात बहुपद बनाइए जिसके शून्यक 2α और 2β हो। (CBSE)
18. यदि $4x^2 - 17x + k - 4$ के शून्यक α और $\frac{1}{\alpha}$ हो, तो k का मान क्या होगा?
19. उन बहुपदों के शून्यकों की संख्या क्या होगी जिनका आलेख (i) y -अक्ष (ii) x -अक्ष के समांतर हो।
20. उन बहुपदों के शून्यकों की संख्या क्या होगी जिनका आलेख अक्षों को केवल निम्नलिखित बिंदुओं पर स्पर्श या प्रतिच्छेद करता है:
(i) $(-3, 0)$, $(0, 2)$ और $(3, 0)$ (ii) $(0, 4)$, $(0, 0)$ और $(0, -4)$

लघु उत्तरीय प्रश्न-I

21. k , के किस मान के लिए, $x^2 - 4x + k$, x -अक्ष को स्पर्श करती है।
22. यदि $ax^2 - 6x - 6$ के शून्यकों का गुणनफल 4 हो, तो a का मान ज्ञात कीजिए और उससे शून्यकों का योग ज्ञात कीजिए।
23. यदि $x^2 - kx + 6$ के शून्यक 3 : 2 के अनुपात में हों तो k का मान ज्ञात कीजिए।
24. यदि द्विघात बहुपद $(k^2 + k)x^2 + 68x + 6k$ का एक शून्यक दूसरे शून्यक का गुणन प्रतिलोम हो, तो k का मान ज्ञात कीजिए।
25. यदि α और β बहुपद $x^2 - 5x + m$ के शून्यक इस प्रकार से हो कि $\alpha - \beta = 1$, तो m का मान ज्ञात कीजिए। (CBSE)

26. यदि $x^2 - 8x + k$ के शून्यकों के वर्गों का योग 40 हो, तो k का मान ज्ञात कीजिए।
27. यदि α और β बहुपद $t^2 - t - 4$ के शून्यक हों तो एक द्विघात बहुपद बनाइए जिसके शून्यक $\frac{1}{\alpha}$ और $\frac{1}{\beta}$ हो।
28. बहुपद $x^3 - 3x^2 + 6x - 15$ में क्या जोड़े कि यह $(x-3)$ से पूर्णतया विभाजित हो जाए।
(CBSE 2016)
29. यदि m तथा n बहुपद के $3x^2 + 11x - 4$ शून्यक हो तो $\frac{m}{n} + \frac{n}{m}$ का मान ज्ञात कीजिए।
(CBSE 2012)
30. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यक $\frac{3+\sqrt{5}}{5}$ तथा $\frac{3-\sqrt{5}}{5}$ हों।
(CBSE 2013)

लघु उत्तरीय प्रश्न-II

31. यदि $y^2 + 2y - 15$ और $y^3 + a$ में से प्रत्येक का एक गुणनखंड $(k + y)$ हो, तो k और a के मान ज्ञात कीजिए।
32. बहुपद $4\sqrt{3}x^2 + 5x - 2\sqrt{3}$ के शून्यक ज्ञात कीजिए और इसके शून्यकों और गुणाकों में संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए।
33. एक द्विघात बहुपद बनाइए, जिसका एक शून्य 8 हो और शून्यकों का गुणनफल -56 हो।
34. $2x^2 + px - 15$ का एक शून्यक -5 है। $p(x^2 + x) + k$ के शून्यक परस्पर समान हैं। k का मान ज्ञात कीजिए।
35. यदि बहुपद $3x^2 + 2kx + x - k - 5$ के शून्यकों का योग उनके गुणन का आधा हो तो k का मान ज्ञात कीजिए।
36. यदि बहुपद $ax^2 + fx - c$, $a \neq 0$ के शून्यक एक दूसरे के ऋणात्मक हैं तो f का मान क्या होगा?
37. यदि $x^2 - x - 2$ के शून्यक α और β हों, तो एक बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यक $(2\alpha + 1)$ और $(2\beta + 1)$ हों।
38. यदि α, β द्विघात बहुपद $2x^2 + 5x + k$ के शून्यक हैं, तो ' k ' का मान इस प्रकार ज्ञात कीजिए कि—
 $(\alpha + \beta)^2 - \alpha\beta = 24$.

39. यदि बहुपद $2x^2 - 3x + p$ का एक शून्यक है, तो बहुपद का दूसरा शून्यक और 'p' का मान ज्ञात कीजिए कि—
40. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए, जिसके शून्यक 2:3 के अनुपात में हो और उनका योग 15 हो।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

41. यदि $(x+a)$ दो द्विघात बहुपदों $x^2 + px + q$ और $x^2 + mx + n$ का गुणखंड है, तो सिद्ध कीजिए कि $a = (n-q)/(m-p)$ है।
42. यदि द्विघात बहुपद $4x^2 - 8kx + 8x - 9$ का एक शून्यक दूसरे का ऋणात्मक है, तो बहुपद $kx^2 + 3kx + 2$ के शून्यक ज्ञात कीजिए।
43. यदि α, β द्विघात बहुपद $x^2 - 5x - 3$ के शून्यक हैं, तो एक बहुपद बनाइए जिसके शून्यक $(2\alpha + 3\beta)$ और $(3\alpha + 2\beta)$ हैं।
44. यदि द्विघात बहुपद $(k+1)x^2 - 5x + 5$ का एक शून्यक दूसरे का गुणन प्रतिलोम हो, तो बहुपद $kx^2 - 3kx + 9$ के शून्यक ज्ञात कीजिए।
45. यदि द्विघात बहुपद $kx^2 + 11x + 42$ के शून्यकों का गुणनफल 7 है, तो बहुपद $(k-4)x^2 + (k+1)x + 5$ के शून्यक ज्ञात कीजिए।
46. α तथा β बहुपद $x^2 + 4x + 3$ के मूल हैं तो वह बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके मूल $1 + \frac{\beta}{\alpha}$ तथा $1 + \frac{\alpha}{\beta}$ हों। (CBSE)
47. एक द्विघाती बहुपद बनाइए जिसका एक शून्यक $2 + \sqrt{5}$ हो और शून्यकों का योग 4 है।
48. एक द्विघाती बहुपद बनाइये जिसके शून्यक बहुपद $p(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ के व्युत्क्रम हो।
49. यदि $(x+2)$ बहुपद $x^2 + px + 2q$ का गुणखंड हो और $p + q = 4$ हो तो p और q का मान ज्ञात कीजिए।
50. बहुपद $x^3 - 3x^2 + 6x - 15$ में से क्या घटाया जाए कि वह $(x-3)$ से पूर्णतया विभाजित हो जाए।
51. यदि बहुपद $5x^2 + (p+q+r)x + pqr$ के शून्यकों का योग शून्य हो तो $p^3 + q^3 + r^3$ का मान ज्ञात कीजिए।
52. यदि बहुपद $x^2 + px + q$ के शून्यक बहुपद $2x^2 - 5x - 3$ के शून्यकों के दो गुना हों, तो p और q का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर तथा संकेत

1. (b) 5
2. +1
3. b)-10
4. d) a=0, b=-6
5. b) 2
6. -1
7. सत्य
8. सत्य
9. 1
10. (c) ऋणात्मक पूर्णांक
11. (i) 1 (ii) 0
12. $x^2-10x+13$
13. k=0,5
14. (-2)
15. (i) 2 (ii) 0
16. 0
17. $(3x^2-7x-6)k$
18. k=8
19. (i) 1 (ii) 0
20. (i) 2 (ii) 1
21. 4
22. a=-3/2, शून्यकों का योग=-4
23. -5, 5
24. 5
25. 6
26. 12
27. $4t^2+t-1$
28. $x^3-3x^2+6x-15$ को x-3 से भाग करने पर, शेषफल +3 आता है। अतः $x^3-3x^2+6x-15$ में -3 जोड़ना पड़ेगा।

$$29. \frac{m}{n} + \frac{n}{m} = \frac{m^2+n^2}{mn} = \frac{(m+n)^2-2mn}{mn}$$

$$= \frac{\left(\frac{-11}{3}\right)^2 - 2\left(\frac{-4}{3}\right)}{\frac{-4}{3}} = \frac{-145}{12}$$

$$30. \alpha + \beta = 6 \quad \alpha\beta = 4$$

$$k(25x^2 - 30x + 4)$$

$$31. k = -3, 5 \text{ और } a = -27, 125$$

$$32. (\alpha\beta) = -56 \text{ और } \beta = -7, \text{ तो } \alpha = 8$$

$$\text{अब } (\alpha + \beta) = 1$$

$$33. x^2 - x - 56 \text{ अभीष्ट बहुपद है।}$$

$$34. 7/4$$

$$35. 1$$

$$36. f = 0$$

$$37. x^2 - 4x - 5$$

$$38. (\alpha + \beta) = -5/2 \text{ और } \alpha\beta = k/2$$

उपरोक्त मानों को $(\alpha + \beta)^2 - \alpha\beta = 24$ में प्रतिस्थापित करने पर 'k' = -71/2 के लिए हल करें।

$$39. 3, \text{ बहुपद } 2x^2 - 3x + p \text{ का एक शून्यक है, इसलिए } 2(3)^2 - 3(3) + p = 0 \text{ है, इसलिए}$$

$$2(3)^2 - 3 \times 3 + p = 0$$

$$p = 9$$

$$40. \alpha\beta = c/a \text{ अब शून्य } -3/2 \text{ के लिए हल करें।}$$

$$\alpha:\beta = 2:31 \text{ तो } \alpha = 2\beta/31$$

$(\alpha + \beta) = 15$ का उपयोग करके, α और β को क्रमशः 9 और 6 प्राप्त करने के लिए हल करें।

$$x^2 - 15x + 54 \text{ अभीष्ट बहुपद है।}$$

$$41. \text{ चूँकि } (x+a) \text{ का बहुपद } x^2 + px + q \text{ एक गुणनखंड है।}$$

$$\text{इसलिए } (-a)^2 - ap + q = 0$$

$$a^2 = ap - q \dots(1)$$

इसी प्रकार $x^2 + mx + n$ से

$$(a)^2 = am - n \dots(2)$$

समीकरण (1) और (2) की तुलना करने पर

$$a = (n - q)/(m - p)$$

$$42. f(x) = 4x^4 + (8 - 8k)x - 9$$

$$*\alpha + \beta + = -*. -: k+16$$

$$k = 1$$

$k = 1$ को बहुपद $kx^2 + 3kx^2 + 2$ में प्रतिस्थापित कर $x = -2$ और -1 लिए हल करें।

$$43. \text{दिए गए बहुपद के लिए, } (\alpha + \beta) = 5, \alpha\beta = -3$$

नए बहुपद के लिए,

$$\text{शून्यकों का योग} = (2\alpha + 3\beta) + (3\alpha + 2\beta)$$

$$= 5(\alpha + \beta)$$

$$= 25$$

$$\text{शून्यकों का गुणनफल} = (2\alpha + 3\beta)(3\alpha + 2\beta)$$

$$= 6\alpha^2 + 6\beta^2 + 13\alpha\beta = 6(\alpha^2 + \beta^2) + 13\alpha\beta$$

$$= 6[(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta] + 13\alpha\beta$$

$$= 147$$

$x^2 - 25x + 147$ अभीष्ट बहुपद है।

$$44. f(x) = (k + 1)x^2 - 5x + 5$$

$$(\alpha\beta) = 1$$

$$5/(k + 1) = 1$$

$$k = 4$$

बहुपद $kx^2 - 3kx + 9$ में $k = 4$ रख शून्यक $x = 3/2$ और $3/2$ प्राप्त करने के लिए हल करें।

$$45. f(x) = kx^2 + 11x + 42$$

$$(\alpha\beta) = 7$$

$$k = 6$$

$k = 6$ को बहुपद $(k - 4)x^2 + (k + 1)x + 5$, में प्रतिस्थापित कर $x = -1$ और $x = -5/2$ प्राप्त करने के लिए हल करें।

$$47. \alpha + \beta = 4$$

$$(2 + \sqrt{5}) + \beta = 4$$

$$\beta = 2 - \sqrt{5}$$

$$\alpha\beta = -1 \quad \therefore \text{ बहुपद } = k[x^2 - 4x - 1]$$

$$48. k \left[x^2 + \frac{b}{c}x + \frac{a}{c} \right]$$

$$49. p = 3, q = 1$$

$$50. 3$$

$$51. 3pqr$$

$$52. p = -5, q = -6$$

अभ्यास प्रश्न-प्रत्र

बहुपद

समय : 45 मिनट

अंक : 20

खंड-अ

1. यदि α और β द्विघात बहुपद $p(x)$, के शून्यक हों, तो $p(x)$ का गुणनखंडन कीजिए। 1
2. यदि $x^2 - x - 1$ के शून्यक α और β हों, तो $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ का मान ज्ञात कीजिए। 1
3. यदि द्विघात बहुपद $(k-1)x^2 + kx + 1$ का एक शून्यक -3 हो तो k का मान क्या होगा
a) $\frac{4}{3}$ b) $\frac{-4}{3}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{-2}{3}$ 1
4. वह द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यक -3 और 4 हों 1
a) $x^2 - x + 12$ b) $x^2 + x + 12$ c) $\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} - 6$ d) $2x^2 + 2x - 24$

खंड ब

5. बहुपद $x^2 - (k+6)x + 2(2k-1)$ के शून्यक α और β हैं। यदि $\alpha + \beta = \frac{1}{2}\alpha\beta$ हो तो k का मान ज्ञात कीजिए। 2
6. एक द्विघात बहुपद बनाइए जिसका एक शून्यक $(3 + \sqrt{2})$ हो और शून्यकों का योग 6 हो। 2
7. यदि द्विघात बहुपद $x^2 + 4x + 2a$ के शून्यक α और $\frac{2}{\alpha}$ हो तो a का मान ज्ञात कीजिए। 2

खंड-स

8. यदि α और β बहुपद $p(s) = 3s^2 - 6s + 4$, के शून्यक हैं, तो $\alpha/\beta + \beta/\alpha + 2(1/\alpha + 1/\beta) + 3\alpha\beta$ का मान ज्ञात कीजिए। 3
9. यदि सच और झूठ बहुपद $px^2 + qx + r$, ($p \neq 0$) के शून्यक हों जो एक-दूसरे के व्युत्क्रम हों तो p और r में संबंध ज्ञात कीजिए। 3

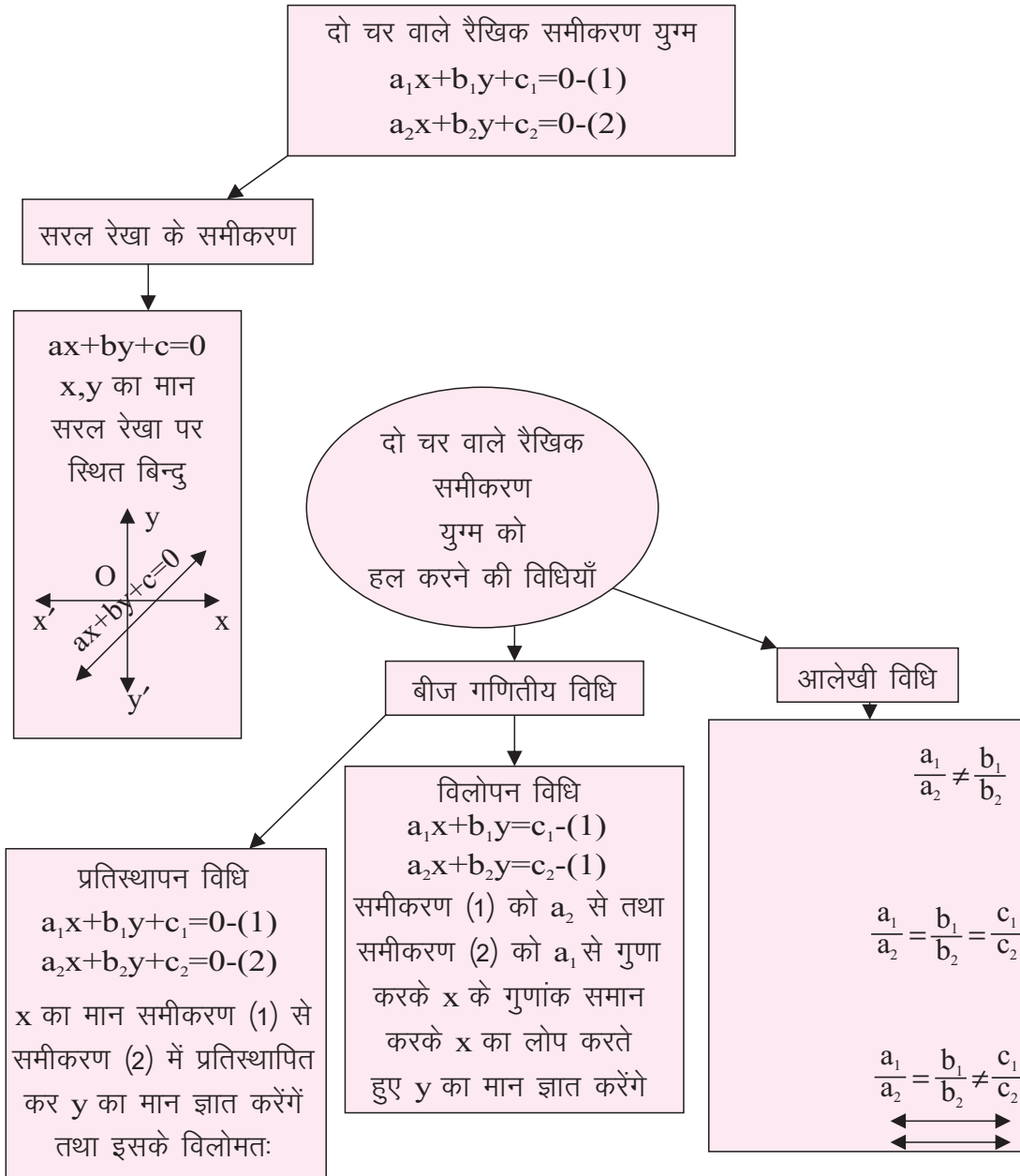
खंड-द

10. बहुपद $\sqrt{3}x^4 + 10x + 7\sqrt{3}$ के शून्यक ज्ञात कीजिए। शून्यकों और उनके गुणांकों के बीच संबंध को भी सत्यापित करें। 4

3

अध्याय

दो चर वाले रैखिक समीकरण



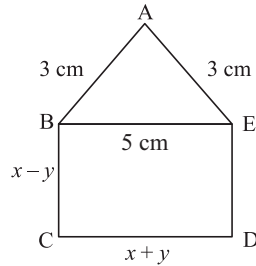
अति लघु उत्तरीय प्रश्न

- यदि समीकरण $3x+2ky=2$ तथा $2x+5y=1$ द्वारा आलेखित रेखाएं समांतर हों तो k का मान होगा।
- यदि $x=a$ तथा $y=b$ समीकरण युग्म $x-y=2$ तथा $x+y=4$ का हल है तो a तथा b के मान होंगे।
- दो चर वाला रैखिक समीकरण युग्म जिसका अद्वितीय हल $x=2$ तथा $y=-3$ होगा।
 - $x+y=1$ तथा $2x-3y=-5$
 - $2x+5y=-11$ तथा $4x+10y=-22$
 - $2x+5y=-11$ तथा $4x+10y=22$
 - $x-4y-14=0$ तथा $5x-y-13=0$
- $x=3$, $y=4$ तथा $x=y$ द्वारा आलेखित त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या होगा?
- k का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए रैखिक समीकरण $3x+5y=0$ तथा $kx+10y=0$ के शून्य से अन्येतर हल हैं।
- यदि कोई दो चर वाला रैखिक समीकरण युग्म संगत हो तो समीकरणों द्वारा आलेखित रेखाएं होंगी—
 - प्रतिच्छेदी
 - समान्तर
 - संपाती
 - प्रतिच्छेदी अथवा संपाती
- समीकरण $2x+3y=4$ के लिए y को x के रूप में व्यक्त करेंगे—
- समीकरण $ax+by=c$ तथा y अक्ष का एक उभयनिष्ठ हल होगा—
 - $(0, \frac{c}{b})$
 - $(0, \frac{b}{c})$
 - $(\frac{c}{b}, 0)$
 - $(0, -\frac{c}{b})$
- यदि समीकरण युग्म $ax+by=c$ तथा $lx+my=n$ का एक अद्वितीय हल हो तो समीकरण युग्म के गुणांकों के मध्य संबंध होगा—
 - $am \neq lb$
 - $am = lb$
 - $ab = lm$
 - $ab \neq lm$
- ΔABC में $\angle C=3\angle B$, $\angle C=2(\angle A+\angle B)$ हो तो $\angle A, \angle B$ तथा $\angle C$ का मान क्रमशः.....होगा।
 - $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$
 - $20^\circ, 40^\circ, 120^\circ$
 - $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$
 - $110^\circ, 40^\circ, 50^\circ$

11. यदि $x = 3m - 1$ तथा $y = 4$, समीकरण $x + y = 6$ का हल हो तो m का मान ज्ञात कीजिए।
12. समीकरण $3x - 2y = 6$ से बनी रेखा तथा y -अक्ष का प्रतिच्छेद बिन्दु ज्ञात कीजिए।
13. p के किस मान के लिए रैखिक समीकरण युग्म $2x + py = 8$ और $x + y = 6$ का कोई हल नहीं है।
14. एक मोटर साईकिल वाला $x - y = 2$ के अनुसार चल रहा है। दूसरा मोटर साईकिल वाला $x - y = 4$ के अनुसार चल रहा है उनके चलने की दिशा ज्ञात कीजिए।
15. k का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए रैखिक समीकरण युग्म $3x + 2y = -5$ और $x - ky = 2$ का एक अद्वितीय हल हो।
16. $y = x$ और $y = -x$ का हल लिखिए।
17. यदि $2x + 5y = 4$ एक समीकरण हो, एक अन्य रैखिक समीकरण लिखो ताकि रैखिक समीकरण युग्म संपाती रेखाएँ प्रदर्शित कीजिए।
18. जांच कीजिए क्या रैखिक समीकरण युग्म $x + 2y - 4 = 0$ और $2x + 4y - 12 = 0$ का ग्राफ प्रतिच्छेदी रेखाएँ हैं या समान्तर रेखाएँ है।
19. p के किस मान के लिए रैखिक समीकरणों का युग्म असंगत होगा : $x + y = 3$ और $3x + py = 9$.
20. $x = 2$ और $y = 3$ का आलेख बनाने पर किस प्रकार की रेखाएँ प्राप्त होगी?

लघु उत्तरीय प्रश्न-I

21. एक रैखिक समीकरण युग्म बनाइये—यदि एक भिन्न के अंश व हर का योगफल उसके हर के दुगुने से 3 कम हो। यदि अंश और हर दोनों में से एक घटा दिया जाए तो भिन्न का अंश हर का आधा हो जाता है।
22. p के किस मान के लिए रैखिक समीकरण युग्म $(p + 2)x - (2p + 1)y = 3(2p - 1)$, $2x - 3y = 7$ का एक अद्वितीय हल है।
23. दिए गए चित्र में यदि पंचभुज ABCDE का परिमाप 21 cm है। $BE \parallel CD$ तथा $BC \parallel DE$ यदि BC भुजा CD पर लंब है तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।



24. x और y के लिए हल कीजिए

$$x - \frac{y}{2} = 3 \text{ और } \frac{x}{2} - \frac{2y}{3} = \frac{2}{3}$$

25. x और y के लिए हल कीजिए

$$3x + 2y = 11 \text{ और } 2x + 3y = 4$$

p का मान भी ज्ञात कीजिए यदि $p = 8x + 5y$

26. रैखिक समीकरण युग्म

$$x - 7y + 42 = 0$$

$$x - 3y - 6 = 0 \quad \text{को प्रतिस्थापन विधि से हल कीजिए।}$$

27. राम बिन्दु $(1, 4)$ और $(0, 6)$ को जोड़ने वाली रेखा पर चल रहा रहीम बिन्दु $(3, 4)$ और $(1, 0)$ को जोड़ने वाली रेखा पर चल रहा है। ग्राफ द्वारा उपरोक्त को दर्शाइए और बिन्दु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए जिस पर दोनों एक दूसरे को प्रतिच्छेदित करें।

28. दिये हुए रैखिक समीकरण $2x + 3y - 12 = 0$ के लिए दो चर में अन्य रैखिक समीकरण लिखिए कि इस युग्म का ग्राफीय निरूपण है।

(i) समान्तर रेखाएँ (ii) संपाती रेखाएँ

29. दो संख्याओं का अन्तर 66 है, यदि एक संख्या दूसरी संख्या का 4 गुना हो तो संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

30. k के किस मान के लिए दिए गए रैखिक समीकरण युग्म असंगत है

$$kx + 3y = k - 3$$

$$12x + ky = k$$

लघु उत्तरीय प्रश्न-II

31. रैखिक समीकरण युग्म $5x - y = 5$ और $3x - 2y = -4$ को

बिन्दुओं के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए जहां ये रेखाएँ y -अक्ष को प्रतिच्छेदित करती हो।

32. हल कीजिए।

(CBSE)

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = a + b$$

$$\frac{x}{a^2} + \frac{y}{b^2} = 2$$

33. a और b के वह मान ज्ञात कीजिए ताकि रैखिक समीकरण युग्म (CBSE)

$$2x + 3y = 7$$

$$a(x + y) - b(x - y) = 3a + b - 2$$

के अनेक अनन्त हल हो।

34. k के किस मान के लिए निम्न रैखिक समीकरणों के युग्म का कोई हल नहीं

$$(3k + 1)x + 3y - 2 = 0$$

$$(k^2 + 1)x + (k - 2)y - 5 = 0$$

35. रैखिक समीकरण युग्म को हल कीजिए।

$$152x - 378y = -74$$

$$-378x + 152y = -604$$

36. पिकी ने एक परीक्षा में 40 अंक अर्जित किए जबकि उसे सही उत्तर पर 3 अंक मिले और गलत उत्तर पर 1 अंक की कटौती की गई। यदि उसे सही उत्तर पर 4 अंक मिलते और गलत उत्तर पर 2 अंक कटते, तो पिकी को 40 अंक ही मिलते। परीक्षा में कुल कितने प्रश्न थे?
37. पिता की आयु उसके दो पुत्रों की आयु के योग की तीन गुणा है। 5 वर्ष बाद उसकी आयु अपने दोनों पुत्रों की आयु के योग की दुगुनी होगी। पिता की आयु ज्ञात कीजिए।
38. एक टी. वी. को 5% लाभ तथा फ्रिज को 10% लाभ पर बेचने पर एक दुकानदार को ₹ 2000 का लाभ होता है, यदि वह टी. वी. को 10% लाभ तथा फ्रिज 5% हानि पर बेचे तो उसे ₹ 1500 का लाभ होता है टी. वी. और फ्रिज के वास्तविक मूल्य ज्ञात कीजिए।
39. सुनीता के पास ₹ 50 और ₹ 100 के कुछ नोट हैं जिनका मूल्य ₹ 15,500 है। यदि नोटों की कुल संख्या 200 है। तो सुनीता के पास ₹ 50 तथा ₹ 100 के नोटों की संख्या ज्ञात कीजिए।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

40. रैखिक समीकरण युग्म $3x - 4y + 3 = 0$ और $3x + 4y - 21 = 0$ को ग्राफीय विधि से हल कीजिए।

इन रेखाओं तथा x -अक्ष से बने त्रिभुज के निर्देशांक लिखिए। इस त्रिभुज का क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए।

41. A तथा B सड़क हाईवे में 150 किमी की दूरी पर हैं। दो कारें A तथा B से एक ही दिशा में एक ही समय पर अलग-अलग गति से चलती हैं तो 15 घंटे बाद मिलती है। यदि वे एक दूसरे की तरफ चलती है तो 1 घंटे बाद मिलती है। दोनों कारों की गति ज्ञात कीजिए।
42. दो व्यक्तियों की आय का अनुपात 3 : 4 है। जबकि उनके खर्चों का अनुपात 5 : 7 है। यदि प्रत्येक ₹ 15,000 वार्षिक बचत करता है तो उनकी वार्षिक आय ज्ञात कीजिए।
43. विजय के पास कुछ केले हैं वह उन केलों को दो ढेरियों में बाँटता है। पहली ढेरी को ₹ 2 प्रति 3 केले के हिसाब से बेचने पर तथा दूसरी ढेरी को ₹ 1 प्रति केले के हिसाब से बेचने पर उसे कुल ₹ 400 प्राप्त होते हैं। यदि वह पहली ढेरी ₹ 1 प्रति केले के हिसाब से तथा दूसरी ढेरी को ₹ 4 प्रति 5 केले के हिसाब से बेचता तो उसे कुल ₹ 460 प्राप्त होते हैं। विजय के पास केलों की कुल संख्या ज्ञात कीजिए।
44. रेलवे की आधी टिकट की कीमत पूरी टिकट की कीमत से आधी है, किन्तु आधी टिकट तथा पूरी टिकट दोनों पर आरक्षण शुल्क समान है। स्टेशन A से स्टेशन B तक के एक पूरी टिकट का मूल्य ₹ 2530 है तथा एक पूरी तथा एक आधी टिकट के आरक्षण शुल्क सहित कुल ₹ 3810 लगते हैं। स्टेशन A से स्टेशन B तक की एक पूरी टिकट तथा आरक्षण शुल्क ज्ञात कीजिए।
45. रेखाएं $y=x$, $3y=x$ तथा $x+y=8$ के आलेख द्वारा बनने वाले त्रिभुज के शीर्ष ज्ञात कीजिए।
46. समीकरण $x=3$, $x=5$ तथा $2x-y-4=0$ के आलेख खींचिए। इन रेखाओं तथा x अक्ष द्वारा बनने वाले चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
47. अनिरुद्ध 30 किमी. चलने में निशि से 3 घंटे अधिक लेता है। यदि अनिरुद्ध अपनी गति को दोगुना कर ले तो वह निशि से $1\frac{1}{2}$ घंटा आगे है। उनके चलने की गति ज्ञात कीजिए।
48. दो अंकों की एक संख्या में दहाई का अंक इकाई के अंक से 3 गुना है। यदि संख्या में से 54 घटा दे तो संख्या के अंको का स्थान बदल जाता है। वास्तविक संख्या ज्ञात कीजिए।
49. दो अंकों की एक संख्या, अंकों के योग के 4 गुना से 3 अधिक है। यदि संख्या में 18 जोड़ दिया जाए तो अंकों का स्थान बदल जाता है। संख्या ज्ञात कीजिए।
50. असंख्य हल होने के लिए a और f का मान ज्ञात कीजिए
- (i) $2x - (a - 4)y = 2f + 1$
 $4x - (a - 1)y = 5f - 1$
- (ii) $2x + 3y = 7$
 $2ax + ay = 28 - fy$

उत्तरमाला

- 1 $k = \frac{15}{4}$
- 2 $a=3$ और $b=1$
- 3 b) $2x+5y=-11$ तथा $4x+10y=-22$
- 4 $\frac{1}{2}$ वर्ग इकाई
- 5 $k \neq 6$
- 6 d) प्रतिच्छेदी अथवा संपाती
- 7 $y = \frac{4-2x}{3}$
- 8 a) $(0, \frac{c}{b})$
- 9 a) $am \neq lb$
- 10 b) $20^\circ, 40^\circ, 120^\circ$
- 11 $m=1$
- 12 $(0, -3)$
- 13 $p=2$
- 14 समान्तर
- 15 $k \neq \frac{-2}{3}$
- 16 $(0, 0)$
- 17 $4x + 10y = 8$
- 18 समान्तर रेखाएँ
- 19 $p = 3$
- 20 प्रतिच्छेदी रेखाएँ
- 21 $x-y = -3, 2x-y = 1$
- 22 $P \neq 4$
- 23 $x = 5, y = 0$
- 24 4, 2
- 25 $x = 5, y = -2, P = 30$
- 26 42, 12
- 27 $(2, 2)$
- 28 (i) $4x+6y+10=0$
(ii) $4x+6y-24=0$
- 29 88, 22 30 $k = -6$
- 31 $(2,5)(0,-5)$ और $(0,2)$
- 32 $x = a^2, y = b^2$
- 33 $a = 5, b = 1$
- 34 $k = -1$ 35 2,1
- 36 40 प्रश्न 37 45 साल
- 38 टी.वी. = ₹. 20,000
फ्रीज = ₹ 10,000
- 39 ₹ 50 के नोट = 90, ₹ 100 के नोट = 110
- 40 हल $(3,3)$ शीर्ष $(-1,0), (7,0)$ और $(3,3)$
क्षेत्रफल = 12 वर्ग इकाई
41. 80 किमी/घंटा, 70 किमी/घंटा

- 42 ₹ 90,000, ₹ 1,20,000
- 43 माना केले की संख्या ढेरी A में x और ढेरी B में y है
 Case I $\frac{2}{3}x + y = 400, 2x + 3y = 1200$
 Case II $x + \frac{4}{5}y = 460, 5x + 4y = 2300$
 $x = 300, y = 200, \text{कुल केले} = 500$
- 44 माना पूरी एवम आधी टिकट का मूल्य ₹ x और ₹ $\frac{x}{2}$ है और आरक्षण शुल्क ₹ y है।
 Case I: $x + y = 2530$
 $x + y + \frac{x}{2} + y = 3810$
 $x = 2500, y = 30$
 पूरी टिकट का मूल्य ₹ 2500 और आरक्षण शुल्क ₹ 30 है।
- 45 त्रिभुज के शीर्ष (0,0) (4,4) (6,2)
- 46 चतुर्भुज ABCD के शीर्ष A (3,0), B (5,0), C (5,6), D (3,2)
 क्षेत्रफल ABCD = $\frac{1}{2} \times AB \times (AD+BC)$
 $= \frac{1}{2} \times 2 \times (6+2) = 8$ वर्ग इकाई
- 47 $\frac{10}{3}$ km/hr, 5 km/hr
- 48 93
- 49 35
- 50 (i) 7, 3
 (ii) 4, 8

अभ्यास प्रश्न-प्रत्र

दो चरों वाले रैखिक समीकरण

समय : 45 मिनट

अंक : 20

खण्ड—अ

- 1 k के किस मान के लिए समीकरण युग्मों का एक अद्वितीय हल है
 $x + 2y = 3, 5x + ky + 7 = 0$ 1
- 2 क्या बिन्दु $(2, 3)$ रेखा $3x - 2y = 5$ के ग्राफ पर स्थित है? 1
- 3 रैखिक समीकरणों के युग्म $x=a$ और $y=b$ को ग्राफीय रूप से प्रदर्शित करने पर प्राप्त रेखाएँ होंगी। 1
(1) सामान्तर रेखाएँ (2) प्रतिच्छेदी (b,a) पर (3) समपाती (4) प्रतिच्छेदी (a,b) पर
- 4 k के किस मान के लिए समीकरणों का युग्म $3x - y + 8 = 0$ तथा $6x - ky = -16$ सम्पाती रेखाएँ प्रदर्शित करेंगे। 1
a) $\frac{1}{2}$ b) $-\frac{1}{2}$ c) 2 d) -2

खण्ड—ब

5. a तथा b के मान ज्ञात कीजिए ताकि समीकरण युग्मों $2x - 3y = 7$ और $ax + 3y = b$ के अनेक अनन्त हल हों। 2
6. x और y के लिए हल कीजिए।
 $0.4x + 0.3y = 1.7$
 $0.7x - 0.2y = 0.8$ 2
7. यदि समीकरणों के युग्म $6x + 2y = 3$ और $kx + y = 2$ का एक अद्वितीय हल है तो k का मान ज्ञात कीजिए। 2

खण्ड—स

8. हल कीजिए। 3
 $x + y = a + b$
 $ax - by = a^2 - b^2$
9. एक पिता और उसके पुत्र की आयु का योगफल 40 वर्ष है। यदि पिता की आयु पुत्र की आयु का तीन गुना हो तो उनकी आयु ज्ञात कीजिए। 3

खण्ड—द

10 निम्न समीकरण युग्मों को ग्राफीय विधि से हल कीजिए।

4

$$3x + 5y = 12 \text{ और } 3x - 5y = -18$$

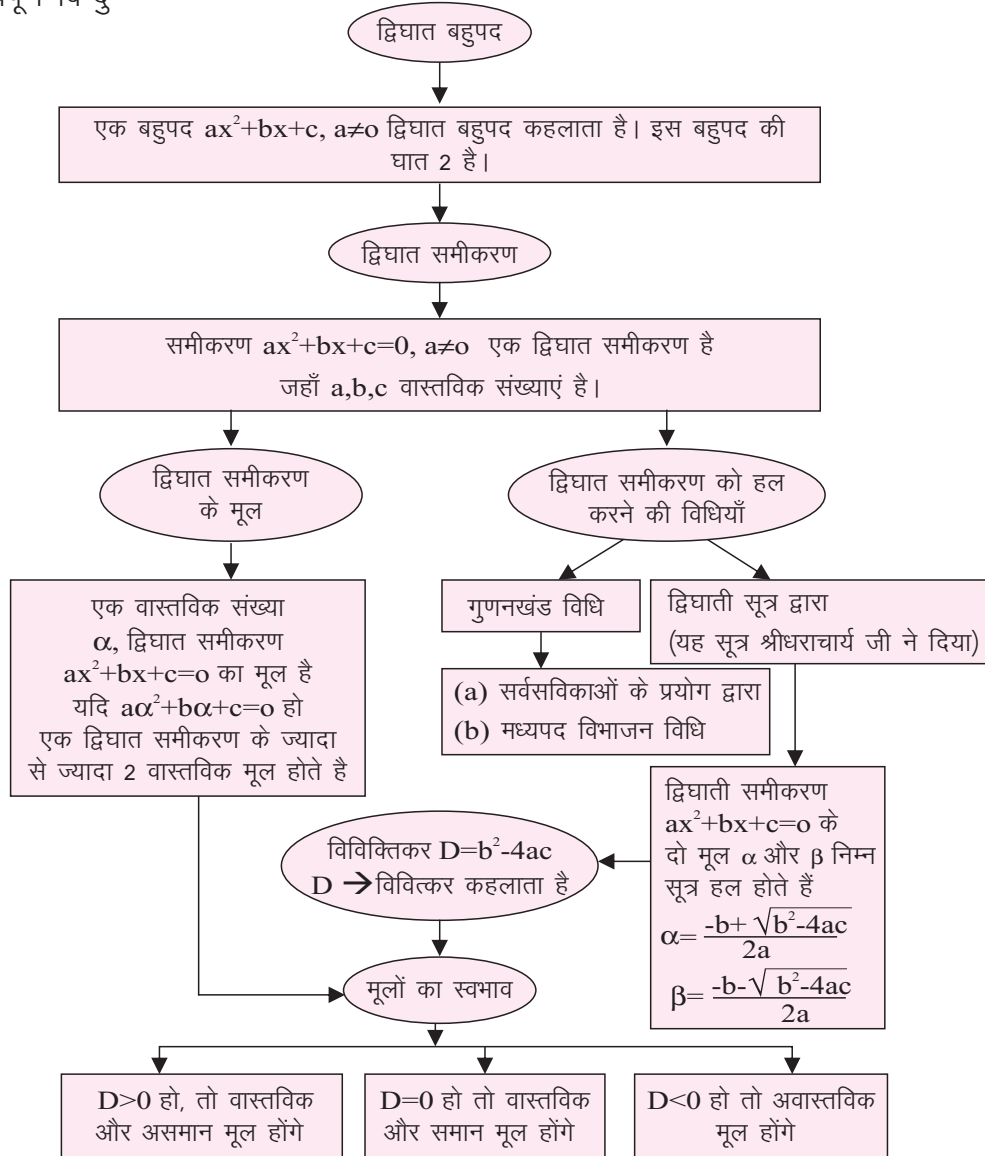
इन रेखाओं तथा x -अक्ष के बीच घिरे क्षेत्र को छायांकित कीजिए।

4

अध्याय

द्विघात समीकरण

महत्वपूर्ण बिन्दु



नोट: 1 वास्तविक और असमान मूल $= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ से ज्ञात कीजिए।

2 वास्तविक और बराबर मूल $= \frac{-b}{2a}, -\frac{b}{2a}$ होते हैं।

3 कुछ द्विघात समीकरण के वास्तविक मूल नहीं होते हैं उदाहरण $x^2 + 1 = 0$ (जहाँ $D < 0$ हो)

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1 निम्न में से कौन सा समीकरण द्विघात समीकरण नहीं है?

a) $2(x-1)^2 = 4x^2 - 2x + 1$

b) $3x - x^2 = x^2 + 6$

c) $(\sqrt{3x} + \sqrt{2})^2 = 2x^2 - 5x$

d) $(x^2 + 2x)^2 = x^4 + 3 + 4x^2$

2 निम्न में से किस समीकरण का एक मूल 2 होगा?

a) $x^2 + 4 = 0$

b) $x^2 - 4 = 0$

c) $x^2 + 3x - 12 = 0$

d) $3x^2 - 6x - 2 = 0$

3 यदि समीकरण $x^2 + px - \frac{5}{4} = 0$ का एक मूल $\frac{1}{2}$ हो तो p का मान क्या होगा?

a) 2

b) -2

c) $\frac{1}{4}$

d) $\frac{1}{2}$

4 हर द्विघात समीकरण का ज्यादा से ज्यादा

a) 3 मूल होंगे

b) एक मूल होगा

c) 2 मूल होंगे

d) कितने भी मूल होंगे

5 $x^2 - 7x = 0$ के मूल क्या होंगे

a) 7

b) 0, -7

c) 0, 5

d) 0, 7

6. 'k' का वह मान जिसके लिए द्विघात समीकरण $2x^2 + kx + 2 = 0$ के बराबर मूल हैं

a) 4

b) ± 4

c) -4

d) 0

(CBSE, 2020)

7. रिक्त स्थान भरिए:

- a) यदि $px^2+qx+r=0$ के मूल बराबर हो तो r का मानहोगा।
- b) द्विघात समीकरण $x^2-5x-6=0$ को यदि $(x+p)(x+q)=0$ के रूप में व्यक्त करें तो p और q का मान क्रमशःऔर.....होगा।
- c) k का वह मान जिसके लिए द्विघात समीकरण $4x^2+4x+k=0$ के मूल वास्तविक होंगे.....
- d) यदि द्विघात समीकरण $4x^2-2x+c=0$ के मूल एक दूसरे के व्युत्क्रम हो तो c का मानहोगा।
- e) यदि किसी द्विघात समीकरण $ax^2+bx+c=0$ में a का मान शून्य हो जाए तो यह समीकरण एक.....समीकरण हो जाएगा।

8. निम्न कथन सत्य है या असत्य, कारण सहित बताएँ

- a) हर द्विघात समीकरण का कम से कम एक वास्तविक मूल होता है।
- b) यदि किसी द्विघात समीकरण में x^2 के गुणांक तथा अचर के चिह्न विपरित हो तो उस द्विघात समीकरण के मूल वास्तविक होंगे।
- c) समीकरण $x^2-0.9=0$ का एक मूल 0.3 है।
- d) द्विघात समीकरण का ग्राफ सीधी रेखा है।
- e) $(x-2)^2=0$ का विविक्तकर धनात्मक होगा।

9. निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तरों का मिलान करें

- | | |
|--|----------------------|
| i) $3x^2-27=0$ के मूल | a) 169/9 |
| ii) $2x^2+\frac{5x}{3}-2=0$ का D | b) 0 |
| iii) $8x^2+2x-3=0$ के मूलों का योग | c) $x^2-(a+b)x+ab=0$ |
| iv) एक द्विघात समीकरण जिसके मूल a तथा b हो | d) 3,-3 |
| v) $x^2+8x=0$ के मूलों का गुणनखंड | e) -1/4 |

लघु उत्तरीय प्रश्न-I

10. यदि द्विघात समीकरण $px^2 - 2\sqrt{p}x + 15 = 0$, $p \neq 0$ के मूल बराबर हो तो p का मान ज्ञात कीजिए।
11. निम्न समीकरणों को गुणनखंड द्वारा x के लिए सरल कीजिए।
- a) $8x^2 - 22x - 21 = 0$ b) $3\sqrt{5}x^2 + 25x + 10\sqrt{5} = 0$
- c) $2x^2 + ax - a^2 = 0$ (CBSE 2014) d) $3x^2 - 2\sqrt{6}x + 2 = 0$ (CBSE 2010)
- e) $\sqrt{3}x^2 + 10x + 7\sqrt{3} = 0$ f) $\sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$
- g) $(x-1)^2 - 5(x-1) - 6 = 0$
12. 'a' के किस मान के लिए द्विघात समीकरण $3ax^2 - 6x + 1 = 0$ का कोई वास्तविक मूल नहीं होगा।
13. यदि -5 द्विघात समीकरणों $2x^2 + px - 15 = 0$ का एक मूल हो तथा द्विघात समीकरण $p(x^2 + x) + k = 0$ के मूल बराबर हो तो k का मान ज्ञात कीजिए। (CBSE 2014, 2016)
14. यदि $x = 2/3$ और $x = -3$ द्विघात समीकरण $ax^2 + 7x + b = 0$ के मूल हों तो a तथा b ज्ञात कीजिए। (CBSE 2016)
15. p के किस मान के लिए द्विघात समीकरण $px^2 + 6x + 4p = 0$ के मूलों का गुणनफल और मूलों का योग बराबर होगा?
16. दो वर्गों की भुजाएँ x से.मी तथा $(x+4)$ से.मी. हैं। उनके क्षेत्रफलों का योग 656 वर्ग से.मी. हैं। दोनों वर्गों की भुजाएँ ज्ञात कीजिए।
17. द्विघात समीकरण $x^2 - 5x + (3k-3) = 0$ के मूलों का अंतर 11 हो तो k का मान ज्ञात कीजिए।

लघु उत्तरीय प्रश्न-II

18. यदि द्विघात समीकरण $x^2 + kx + 64 = 0$ और $x^2 - 8x + k = 0$ के मूल वास्तविक हों तो k का मान ज्ञात कीजिए।
19. x के लिए सरल कीजिए:-
- a) $\frac{1}{a+b+x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{x}$, $a+b+x \neq 0, a, b, x \neq 0$ (Cbse, 2005)
- b) $\frac{1}{2a+b+2x} = \frac{1}{2a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{2x}$, $2a+b+2x \neq 0$, $a, b, x \neq 0$

$$c) \frac{2x}{x-3} + \frac{1}{2x+3} + \frac{3x+9}{(x-3)(2x+3)} = 0, x \neq 3, -\frac{3}{2}$$

$$d) 4x^2 + 4bx - (a^2 - b^2) = 0$$

$$e) \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+5} = \frac{6}{7}, x \neq 1, -5 \quad (\text{cbse, 2010})$$

$$f) 4x^2 - 2(a^2 + b^2)x + a^2b^2 = 0$$

$$g) \frac{2}{x+1} + \frac{3}{2(x-2)} + \frac{23}{5x}, x \neq 0, -1, 2$$

$$h) \left(\frac{2x}{x-5}\right)^2 + \frac{10x}{(x-5)} - 24 = 0, x \neq 5$$

$$i) 4x^2 - 4a^2x + a^4 - b^4 = 0$$

$$j) 2a^2x^2 + b(6a^2+1)x + 3b^2 = 0$$

$$k) 3 \left(\frac{7x+1}{5x-3}\right) - 4 \left(\frac{5x-3}{7x+1}\right) = 11, x \neq \frac{3}{5}, \frac{-1}{7}$$

$$l) \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x-7} = \frac{11}{30}, x \neq -4, 7$$

$$m) \frac{x-4}{x-5} + \frac{x-6}{x-7} = \frac{10}{3}, x \neq -5, 7 \quad (\text{CBSE 2014})$$

$$n) \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x+2} = \frac{4}{x+4}, x \neq -1, -2, -4$$

$$o) \frac{1}{2x-3} + \frac{1}{x-5} = 1, x = 3/2, 5$$

$$p) x^2 + 5\sqrt{5}x - 70 = 0$$

$$q) \frac{16}{x} - 1 = \frac{15}{x+1}, x \neq 0, -1 \quad (\text{CBSE 2014})$$

20. द्विघाती सूत्र द्वारा द्विघात समीकरण सरल कीजिए: $abx^2 + (b^2 - ac)x - bc = 0$

21. यदि द्विघात समीकरण $(p+1)x^2 - 6(p+1)x + 3(p+9) = 0$ के मूल बराबर हो तो p का मान ज्ञात कीजिए और फिर इस समीकरण के मूल भी ज्ञात कीजिए।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

22. द्विघात समीकरण $3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$ के मूलों की प्रकृति ज्ञात कीजिए। यदि मूल वास्तविक हो तो उन्हें ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

23. द्विघाती सूत्र का प्रयोग कर, $9x^2 - 6a^2x + a^4 - b^4 = 0$ को हल कीजिए।

24. एक रेलगाड़ी 54 कि.मी. की दूरी किसी औसत गति से तय करती है और फिर 63 कि.मी. की दूरी तय करने के लिए अपनी औसत गति से 6 किमी/घंटा अधिक गति से तय करती है। यदि यह रेलगाड़ी पूरी यात्रा के लिए 3 घंटे का समय लेती है तो इसकी प्रथम गति ज्ञात कीजिए।

25. एक प्राकृतिक संख्या में 12 बढ़ाने पर यह संख्या अपने व्युत्क्रम की 160 गुना हो जाती है यह संख्या ज्ञात कीजिए।

26. एक चोर 100 मी/मिनट की गति से भाग रहा है। इसके एक मिनट बाद एक पुलिस वाला इस चोर को पकड़ने के लिए इसके पीछे भागता है। वह पहले मिनट में 100 मीटर/मिनट की गति से दौड़ता है और हर बढ़ते मिनट पर अपनी गति 10 मीटर/मिनट से बढ़ा देता है। कितने मिनट बाद पुलिसवाला चोर को पकड़ लेगा?

27. दो नल एक साथ एक टैंक को 6 घंटे में भरते हैं। इस टैंक को अलग से भरने के लिए बड़े व्यास वाला नल छोटे व्यास वाले नल से 9 घंटे कम लेता है। वह समय ज्ञात कीजिए जिसमें ये दोनों नल अलग-2 इस टैंक को भरेंगे।

28. एक आयताकार पार्क जिसकी विमाएँ $50m \times 40m$ हैं, इसके बीच में एक आयताकार तालाब का निर्माण इस प्रकार करना है ताकि इसके चारों तरफ लगी घास का क्षेत्रफल 1184 वर्ग मी. हो। इस तालाब की लंबाई तथा चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

29. एक किसान 100 वर्ग मी. का आयताकार बगीचा लगाना चाहता है। उसके पास केवल 30 मीटर कांटेदार तार है, जिसे वह इस बगीचे के तीन ओर लगाता है तथा अपने मकान की दीवार को चौथी तरफ की बाड़ के रूप में मानता है। इस बगीचे की विमाएँ ज्ञात कीजिए।

30. एक मोर 9 m ऊँचे स्तंभ पर बैठा था। स्तंभ के तल से 27 m दूर एक सांप है जो अपने बिल की तरफ, जो स्तंभ के तल में है, आ रहा है। सांप को देखकर मोर उस पर झपटता है। यदि उन दोनों की गति बराबर हो तो बिल से कितनी दूरी पर मोर सांप को पकड़ लेगा?

31. यदि किसी किताब का मूल्य ₹ 5 घटाया जाए तो कोई व्यक्ति ₹ 300 में 5 और किताबें खरीद पाएगा। किताब का वास्तविक सूची मूल्य ज्ञात कीजिए।
32. ₹ 6500 को कुछ व्यक्तियों में बराबर बांटा गया। यदि 20 व्यक्ति और आ जाएँ तो प्रत्येक व्यक्ति को ₹ 30 कम प्राप्त होंगे। तो कुल व्यक्तियों की संख्या ज्ञात कीजिए।
33. खराब मौसम के कारण एक हवाई जहाज को 600 km की दूरी तय करने के लिए, अपनी औसत गति 200km/hr की दर से कम करनी पड़ी जिस कारण से उड़ान का समय 30 मिनट बढ़ गया। इस उड़ान का समय ज्ञात कीजिए।
34. एक तेज चलने वाली रेलगाड़ी एक धीरे चलने वाली रेलगाड़ी से 600 km की दूरी तय करने में 3 घंटे कम समय लेती है। यदि धीमी रेलगाड़ी की गति तेज रेलगाड़ी की गति से 10 किमी/घंटा कम हो तो दोनों रेलगाड़ी की गति ज्ञात कीजिए।
35. एक नाव जिसकी स्थिर जल में चाल 15 किमी./घंटा है, 30 किमी. धारा के विरुद्ध जाने में वही दूरी धारा के अनुकूल मूल बिंदु पर वापस आने के लिए 4 घंटा 30 मिनट लेती है। धारा की गति ज्ञात कीजिए।
36. दो वर्गों के क्षेत्रफलों का योग 400 वर्ग सेमी है। इनके परिमापों का अंतर 16 सेमी हो तो प्रत्येक वर्ग की भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।
37. एक समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल 60 वर्ग सेमी है। इसकी बराबर भुजाओं की लंबाई 13 सेमी हो तो इसके आधार की लंबाई ज्ञात कीजिए।
38. किसी भिन्न का हर उसके अंश के दुगने से एक अधिक है। यदि इस भिन्न और इसके व्युत्क्रम को जोड़े तो $2\frac{16}{21}$ प्राप्त होता है। यह भिन्न ज्ञात कीजिए।
39. एक लड़की की उम्र अपनी बहन से दुगुनी है। चार वर्ष पश्चात् दोनों की आयु (वर्षों में) का गुणनफल 160 होगा। उनकी वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।
40. दो अंकों वाली एक संख्या के अंकों का गुणनफल 18 है। जब इस संख्या में से 63 घटाया जाए तो अंक अपने स्थान बदल लेते हैं। यह संख्या ज्ञात कीजिए।
41. तीन क्रमागत धनात्मक पूर्णाकों में पहली संख्या का वर्ग और अन्य दो संख्याओं का गुणनफल जोड़ने पर 46 प्राप्त होता है। पूर्णाक ज्ञात कीजिए।

42. एक कपड़ा ₹ 200 का है। यदि कपड़े की लंबाई 5 मी अधिक होती और प्रति मीटर कपड़े का मूल्य दो रुपए कम होता है तो भी कपड़े का कुल मूल्य वही रहता। कपड़े की लंबाई और प्रति मीटर कपड़े का मूल्य ज्ञात कीजिए।
43. एक मोटर बोट जिसकी स्थिर जल में गति 24 किमी/घंटा है। 32 किमी धारा के विरुद्ध जाने में वही दूरी धारा के अनुकूल जाने की अपेक्षा 1 घंटा अधिक लेती है, धारा की गति ज्ञात कीजिए। (CBSE 2016)
44. यदि द्विघात समीकरण $(b-c)x^2+(c-a)x+(a-b)=0$ के मूल बराबर हो तो सिद्ध कीजिए $2b=a+c$ है।
45. यदि द्विघात समीकरण $(1+m^2)n^2x^2+2mncx+(c^2-a^2)=0$ के मूल बराबर हो तो सिद्ध कीजिए $c^2=a^2(1+m^2)$ है।
46. एक रेलगाड़ी 480 कि.मी. की दूरी समान चाल से तय करती है। यदि चाल 8 किमी./घंटा कम होती तो यह दूरी तय करने में रेलगाड़ी 3 घंटे अधिक लेती। रेलगाड़ी की मूल गति ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)
47. एक ऐसे आयताकार पार्क को बनाना है जिसकी चौड़ाई इसकी लंबाई से 3 मी. कम हो। इसका क्षेत्रफल पहले से निर्मित समद्विबाहु त्रिभुजाकार पार्क जिसका आधार आयताकार पार्क की चौड़ाई के बराबर तथा ऊँचाई 12 m है के क्षेत्रफल से 4 वर्ग मीटर अधिक है इस आयताकार पार्क की लंबाई और चौड़ाई ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

उत्तर तथा संकेत

Q 1 (d) $(x^4+4x^2+4x^3=x^4+3+4x^2 \Rightarrow 4x^3=3 \Rightarrow \text{degree}=3)$

Q 2 (b) $(x=2, \text{ समीकरण में रखने पर जाँच करें})$

Q 3 (a) $(x=\frac{1}{2}, x^2+px-\frac{5}{4}=0 \text{ में रखकर})$

Q 4 (c) एक द्विघाती बहुपद की डिग्री 2 होती है और इसके ज्यादा से ज्यादा दो शून्यांक होते हैं)

Q 5 (d) $(x(x-7))=0 \Rightarrow x=0, x=7$

Q 6 (b) $\pm 4 \quad (D=0, k^2-16=0)$

Q 7 (a) $r = \frac{q^2}{4p} (D=0 \Rightarrow q^2-4pr=0)$

(b) $p = -6, q = 1 \quad (x^2 - 5x - 6 = 0 \Rightarrow (x - 6)(x + 1) = 0)$

c) $k \leq 4 \quad (D \geq 0 \Rightarrow 16 - 4k \geq 0 \Rightarrow 16 - 4k \Rightarrow 4 \geq k)$

d) $c=4 \quad (\text{गुणनफल}=1, \frac{c}{4}=1)$

e) रैखिक समीकरण $(x=0 \Rightarrow ax^2+bx+c=0 \Rightarrow bx+c=0)$

Q 8 (a) असत्य (एक द्विघात समीकरण के ज्यादा से ज्यादा दो वास्तविक मूल होते हैं)

(b) सत्य (x^2 का गुणांक =a, अचर=c)

$$D = b^2 - 4ac = b^2 - 4a(-c) = b^2 + 4ac > 0)$$

c) असत्य $[(0.3)^2 - 0.9 = 0.09 - 0.9 \neq 0]$

d) असत्य; एक द्विघात बहुपद की डिग्री 2 होती है। यदि डिग्री 1 हो तो सीधी रेखा)

e) सत्य, $D = 0$

$$Q 9 (i) \Rightarrow d$$

$$(ii) \Rightarrow a$$

$$(iii) \Rightarrow e$$

$$(iv) \Rightarrow c$$

$$(v) \Rightarrow b$$

$$Q11. a) x = \frac{7}{2}, x = \frac{-3}{4} \quad b) x = \sqrt{5}, x = -2\sqrt{5}$$

$$c) x = \frac{a}{2}, x = -a \quad d) \sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$e) x = -\sqrt{3}, x = -\frac{7\sqrt{3}}{3} \quad f) x = -\sqrt{2}, x = -\frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$g) \text{माना } (x-1) = y$$

$$y^2 - 5y - 6 = 0 \Rightarrow (y+1)(y-6) = 0$$

$$y = -1, \quad y = 6$$

$$x-1 = -1 \quad x-1 = 6$$

$$x = 0 \quad x = 7$$

$$Q 12 D < 0, (-6)^2 - 4(3a)(1) < 0$$

$$12a > 36$$

$$\Rightarrow a > 3$$

$$Q 13 2(-5)^2 + p(-5) - 15 = 0 \Rightarrow p = 7$$

$$7x^2 + 7x + k = 0$$

$$D = 49 - 28k = 0$$

$$k = \frac{49}{28} = \frac{7}{4}$$

$$Q 14 x = \frac{2}{3} \text{ रखने पर } 4a + 9b = -42$$

$$x = -3 \text{ रखने पर } 9a + b = 21$$

$$\text{हल करने पर } a = 3, b = -6$$

$$\text{Q 15 गुणनफल} = \frac{-c}{a} = \frac{4p}{p} = 4$$

$$\text{योग} = \frac{-b}{a} = \frac{-6}{p} = 4 \Rightarrow p = \frac{-3}{2}$$

$$\text{Q 16 } x^2 + (x + 4)^2 = 656$$

$$x^2 + 4x - 320 = 0$$

$$D = 1296$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{1296}}{2} = \frac{-4 \pm 36}{2}, \frac{-4 - 36}{2}$$

$$x = 16 \quad x = -20$$

भुजाएँ 16 cm, 20 cm

$$\text{Q 17 प्रश्नानुसार } \alpha - \beta = 11, \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = 5$$

$$\text{हल करें } \alpha = 8, \beta = -3$$

$$\text{मूलों का गुणनफल} = \frac{c}{a} \Rightarrow -24 = 3k - 3$$

$$k = -7$$

$$\text{Q 18 } x^2 + kx + 64 = 0$$

$$D_1 = k^2 - 256 \geq 0 \quad \Rightarrow k^2 \geq 256 \Rightarrow k > 16, k \leq -16 \quad \dots(1)$$

$$x^2 - 8x + k = 0$$

$$D_2 = 64 - 4k \geq 0 \Rightarrow k \leq 16 \quad \dots(2)$$

$$(1) \& (2) \Rightarrow k = 16$$

$$\text{Q 19 a) } = \frac{1}{a+b+x} - \frac{1}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$\frac{x-a-b-x}{x(a+b+x)} = \frac{a+b}{ab}$$

$$-(a+b)ab=(a+b)(a+b+x)x$$

$$\Rightarrow x^2+xa+bx+ab=0$$

$$x=-a, x=-b$$

b) 17 (a) के जैसे हल करें

c) लघुत्तम लेकर समीकरण $2x^2+5x+3=0$ को हल करें $x=-1, x=-3/2$

d) $4x^2+4bx+b^2-a^2=0$

$$(2x+b)^2-a^2=0 \quad (A^2-B^2)=(A+B)(A-B) \text{ लगाकर हल करें। } x=-\frac{(a+b)}{2}, x=\frac{a-b}{2}$$

(e) लघुत्तम लेकर समीकरण $x^2+4x-12=0$ प्राप्त कीजिए। इसे हल करके $x=2, -6$

उत्तर प्राप्त होगा।

f) $4x^2-2a^2x-2b^2x+a^2b^2=0$

$$2x(2x-a^2)-b^2(2x-a^2)=0 \Rightarrow (2x-b^2)(2x-a^2)=0$$

$$x = \frac{b^4}{2}, \frac{a^6}{2}$$

g) लघुत्तम लेकर $11x^2-21x-92=0$ प्राप्त कीजिए।

$$11x^2-44x+23x-92=0$$

सरल करें तथा $x=4, -\frac{23}{11}$ उत्तर प्राप्त होगा।

h) $\left(\frac{2x}{x-5}\right)^2 + 5\left(\frac{2x}{x-5}\right) - 24 = 0$

माना $\frac{2x}{x-5}=y$

$$\therefore y^2+5y-24=0$$

सरल करने पर $y=3, y=-8$

y का मान रखने पर $\frac{4x}{x-5}=3, \frac{2x}{x-5}=-8$

हल करने पर $x=15, x=4$

i) $4x^2-4a^2x+a^4-b^4=0$

$$(2x-a^2)^2 - (b^2)^2=0$$

$$(2x-a^2-b^2)(2x-a^2+b^2)=0$$

$$x = \frac{a^4+b^2}{2}, x = \frac{a^2-b^2}{2}$$

j) विविक्तकर $D = b^2(6a^2+1)^2 - 24a^2b^2$ प्राप्त कीजिए

$$x = \frac{-B \pm \sqrt{D}}{2a} \text{ का प्रयोग करें}$$

$$x = -\frac{b}{2a^2}, -3b.$$

k) $\frac{7x+1}{5x-3} = y$ (माना)

$$\therefore 3y - \frac{4}{y} = 11 \Rightarrow 3y^2 - 11y - 4 = 0$$

$$\text{सरल करने पर } y = -\frac{1}{3}, y = 4$$

y का मान रखे व सरल करें। उत्तर $x = 0, 1$

l) लघुत्तम लेने $x^2 - 3x + 2 = 0$ पर प्राप्त होगा।

$$\text{सरल करने } x = 1, x = 2$$

m) लघुत्तम लेने पर $2x^2 - 27x + 88 = 0$

$$x = 8, \frac{33}{2}$$

n) लघुत्तम लेने पर $x^2 - 4x - 8 = 0$ प्राप्त होगा।

$$\text{द्विघाती सूत्र } x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{4a} \text{ का प्रयोग करें।}$$

$$\text{उत्तर } x = 2 \pm 2\sqrt{3}$$

o) लघुत्तम लेने पर $2x^2 - 16x + 23 = 0$ प्राप्त होगा।

द्विघाती सूत्र द्वारा सरल करें

$$x = \frac{-8 \pm 3\sqrt{2}}{2}$$

p) $x^2 + 7\sqrt{5}x - 2\sqrt{5}x - 70 = 0$

$$(x + 7\sqrt{5})(x - 2\sqrt{5}) = 0$$

$$x = 2\sqrt{5}, -7\sqrt{5}$$

q) $\frac{16-x}{x} + \frac{15}{x+1} \Rightarrow x^2 - 16 = 0 \Rightarrow x = \pm 4.$

Q 20 $abx^2 + b^2x - acx - bc = 0 \Rightarrow (bx - c)(ax + b) = 0$
 $\Rightarrow x = \frac{-b}{a}, \frac{c}{b}$

Q 21 $D = 0, \therefore p^2 - 2p - 3 = 0 \Rightarrow p = -1, 3 \Rightarrow p = 3$

Q 22 D ज्ञात कीजिए, $D = (-4\sqrt{3})^2 - 4(3)(4) = 0$

\therefore मूल वास्तविक व बराबर है।

मूल $= \frac{-b}{2a}, \frac{-b}{2a} = \frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{3}}$

Q 23 $D = (-6a^2)^2 - 4(a)(a^4 - b^4)$
 $= 36b^4$
 $x = (-6a^2) \pm \sqrt{36b^4} = \frac{a^2 + b^2}{3}$

Q 24 $\frac{54}{x} + \frac{63}{x+6} = 3$ $x = \text{पहली गति}$

उत्तर $x = 36, x \neq -3$ $x + 6 = \text{बढ़ी हुई गति}$

Q 25 माना प्राकृतिक संख्या $= x$

प्रश्नानुसार $x + 12 = \frac{60}{x}$

$x^2 + 12x - 160 = 0$

$(x + 20)(x - 8) = 0$

$x = 8, x \neq -20$

Q 26 माना चोर के द्वारा लिया गया समय $= n$ मिनट

पुलिसवाले द्वारा लिया गया समय $= (n - 1)$ मिनट

चोर द्वारा तय की गई दूरी $= (100n)$ मीटर ... (1)

(1 मिनट में तय की गई दूरी $= 100$ मीटर) पुलिसवाले द्वारा तय की गई दूरी

$100 + 110 + 120 + \dots + (n - 1) 10$... (2)

(1) & (2)

$= 100n = \frac{(n-1)}{2} (2 \times 100 + (n-2)10)$

$\Rightarrow n^2 - 3n - 18 = 0$

$n = 6, n \neq -3$

पुलिसवाला चोर को 5 मिनट में पकड़ लेगा।

Q 27 छोटे व्यास वाले नल द्वारा लिया गया समय = x घंटे
 बड़े व्यास वाले नल द्वारा लिया गया समय = $(x-9)$ घंटे

प्रश्नानुसार $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-9} = \frac{1}{6}$

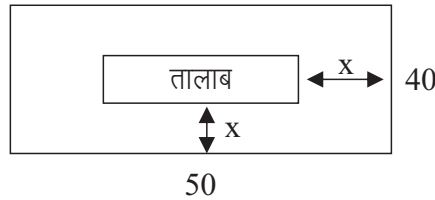
सरल करें $x^2 - 21x + 54 = 0$

$x=3, x=18$

$x \neq 3 \therefore x-9=3-9=-6 < 0$

$x=18$ घंटे $x-9=9$ घंटे।

Q 28



आयाताकार बगीचे का क्षेत्रफल = 50×40

तालाब का क्षेत्र. = $(50-2x)(40-2x)$

प्रश्नानुसार $(50 \times 40) - (50-2x)(40-2x) = 0$

सरल करे $x^2 - 45x + 296 = 0$

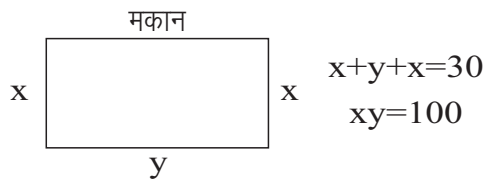
$x=37, x=8$

$x \neq 37 \therefore 40-2x=40-2(37) < 0$

तालाब की लंबाई = 34 मीटर

तालाब की चौड़ाई = 24 मीटर

Q 29

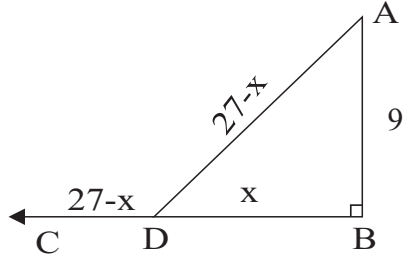


सरल करे $x=5m, 10m$

$y=20m, 10m$

\therefore विमाएँ (5 मी. \times 20 मी. या 10 मी. \times 10 मी.)

Q 30



ABD में, पाइथागोरस प्रमेय द्वारा $9^2 + x^2 = (27-x)^2$

सरल करें तथा $x=12$ प्राप्त $x=12$ मीटर

Q 31 माना वास्तविक सूची मूल्य ₹ x

प्रश्नानुसार $\frac{300}{x-5} - \frac{300}{x} = 5$

सरल करें $x=20$, $x \neq -15$

उत्तर ₹ 20

Q 32 माना वास्तविक व्यक्तियों की संख्या = x

प्रश्नानुसार $\frac{6500}{x} - \frac{6500}{x+15} = 30$

सरल करें $x = 50$, $x \neq -65$

Q 33 धीमी रेल गाड़ी की गति = x किमी/घंटा

प्रश्नानुसार, $\frac{600}{x-200} - \frac{600}{x} = \frac{1}{2}$

सरल करें $x = 600$, $x \neq -400$, $x = -400$ (अस्वीकृत)

उडान का समय = $\frac{600}{600} = 1$ घंटा

Q 34 धीमी रेल गाड़ी की गति = x किमी/घंटा

प्रश्नानुसार, $\frac{600}{x} - \frac{600}{x+10} = 3$

सरल करें $x=40$, $x = -50$, , $x = -50$ (अस्वीकृत)

40 किमी/घंटा

Q 35 $\frac{30}{15-x} + \frac{30}{15+x} = \frac{9}{2}$ धारा की गति =x किमी/घंटा

सरल करें $x=5, x \neq -5$

5 किमी/घंटा

Q 36 $x^2 + y^2 = 400$... (1)

$4x-4y=16$ या $4y-4x=16$

= $x-y=4$... (2) या $y-x=4$... (3)

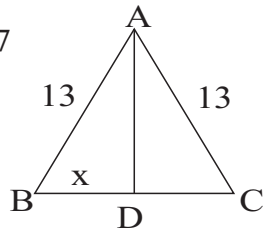
(1) & (2) को सरल करने पर $x=16, x = -12$ (अस्वीकृत)

(1) & (3) को सरल करने पर $x=12, x= -16$ (अस्वीकृत)

$x=16$ मीटर, $y=12$ मीटर

$x=12$ मीटर, $y=16$ मीटर

Q 37



$BC=2x$

$BD=x$

पाईथा गोरस प्रमेय द्वारा

$AD=\sqrt{169-x^2}$

क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times 2x \times \sqrt{169-x^2} = 60$

सरल करें $x^2=144, x^2=25$

$x=12, x=5$ ($x = -12, -5$) (अस्वीकृत)

आधार $2x=24, 10$ cm

Q 38 भिन्न $\frac{x}{2x+1}$

प्रश्नानुसार $\frac{x}{2x+1} + \frac{2x+1}{x} = 2 \frac{16}{21} = \frac{58}{21}$

सरल करें $x=3, x=-\frac{7}{11}$

भिन्न $\frac{3}{7}$

Q 39 बहन की आयु = x वर्ष

लडकी की आयु = $2x$ वर्ष

प्रश्नानुसार $(x+4)(2x+4)=160$

सरल करें $x=6, x = -12$ (अस्वीकृत)

$$2x=12$$

6 वर्ष, 12 वर्ष

Q 40 संख्या $10x+\frac{18}{x}$ (इकाई अंक $18/x$)
(दहाई अंक $=x$)

प्रश्नानुसार $(10x+\frac{18}{x})-(10\times\frac{18}{x}+x)=63$

सरल करें $x=9, x = -2$ (अस्वीकृत)

संख्या = 92

Q 41 माना संख्याएं $x, x+1, x+2$

प्रश्नानुसार $x^2+(x+1)(x+2)=46$

$$2x^2+3x-44=0$$

द्विघात सूत्र द्वारा $x=4, x = -\frac{22}{4}$ (अस्वीकृत)

संख्याएं 4,5,6

Q 42 माना कपड़े की लंबाई = x मीटर

प्रश्नानुसार $\frac{200}{x} - \frac{200}{x+5} = 2$

सरल करें $x=20, x = -25$ (अस्वीकृत)

मूल्य प्रति मीटर = $\frac{200}{x} = \frac{200}{20} = ₹ 10$

Q 43 माना धारा की गति = x किमी/घंटा

प्रश्नानुसार $\frac{32}{24-x} - \frac{32}{24+x} = 1$

$$x^2+64x-576=0$$

$$(x+72)(x-8)=0$$

$x = 8 \text{ km/hr}, x=72 \text{ km/hr}$ (अस्वीकृत)

Q 44 D ज्ञात करें तथा $D=0$ रखें

$$(c-a)^2 - 4(b-c)(a-b) = 0$$

$$\Rightarrow (a+c-2b)^2 = 0$$

$$a+c=2b$$

Q 45 $D=0$

$$(2mnc)^2 - 4(1+m^2)n^2(c^2-a^2) = 0$$

$$4n^2c^2 = 4na^2(1+m^2)$$

$$c^2 = a^2(1+m^2).$$

Q 46 माना रेलगाड़ी की मूल चाल = x km/hr

प्रश्नानुसार, $\frac{480}{x-8} - \frac{480}{x} = 3$

$$x^2 - 8x - 1280 = 0$$

$$x = 40, -32 \text{ (अस्वीकृत)}$$

$$x = 40 \text{ km/hr}$$

Q 47 माना आयताकार पार्क की लं. = L m

$$\text{चौड़ाई} = (L - 3) \text{ m}$$

$$\text{समद्विबाहु त्रिभुज की ऊँचाई} = 12 \text{ m}$$

प्रश्नानुसार, $L(L - 3) = \frac{1}{2} \times 12 \times (L - 3) + 4$

$$L^2 - 9L + 14 = 0$$

$$(L - 7)(L - 2) = 0 \Rightarrow L = 7, 2$$

इसलिए, $L = 7$ m ($L = 2$ अस्वीकृत $L = -1$)

$$\text{लंबाई} = 7 \text{ m, चौड़ाई} = 4 \text{ m,}$$

अभ्यास प्रश्न-प्रत्र

द्विघात समीकरण

समय : 45 मिनट

अंक : 20

खण्ड-अ

- 1 यदि $x=3$ द्विघात समीकरण $x^2-2kx-6=0$ का एक मूल हो तो k का मानहोगा। 1
- 2 यदि $3x^2+2x+\alpha=0$ का विविक्तकर, $x^2-4x+2=0$ के विविक्तकर के दुगुना हो तो α का मानहोगा। 1
- 3 यदि $6x^2-bx+2=0$ का विविक्तकर 1 होगा, तो b का मानहोगा। 1
- 4 $(x-1)^3=x^3+1$ एक द्विघात समीकरण है। (सत्य/असत्य) 1

खण्ड-ब

- 5 यदि $x^2+kn+12=0$ के मूल 1:3 में हो तो k का मान ज्ञात कीजिए। 2
- 6 x का मान ज्ञात कीजिए: $21x^2-2x+\frac{1}{21}=0$ 2
- 7 यदि द्विघात समीकरण $kx(x-2)+6=0$ के मूल बराबर हो तो k का मान ज्ञात कीजिए। 2

खण्ड-स

- 8 द्विघात सूत्र द्वारा हल करें: $4\sqrt{3}x^2+5x-2\sqrt{3}=0$ 3
- 9 k के किस मान के लिए $(4-k)x^2+(2k+4)x+(8k+1)=0$ एक संपूर्ण वर्ग है। 3

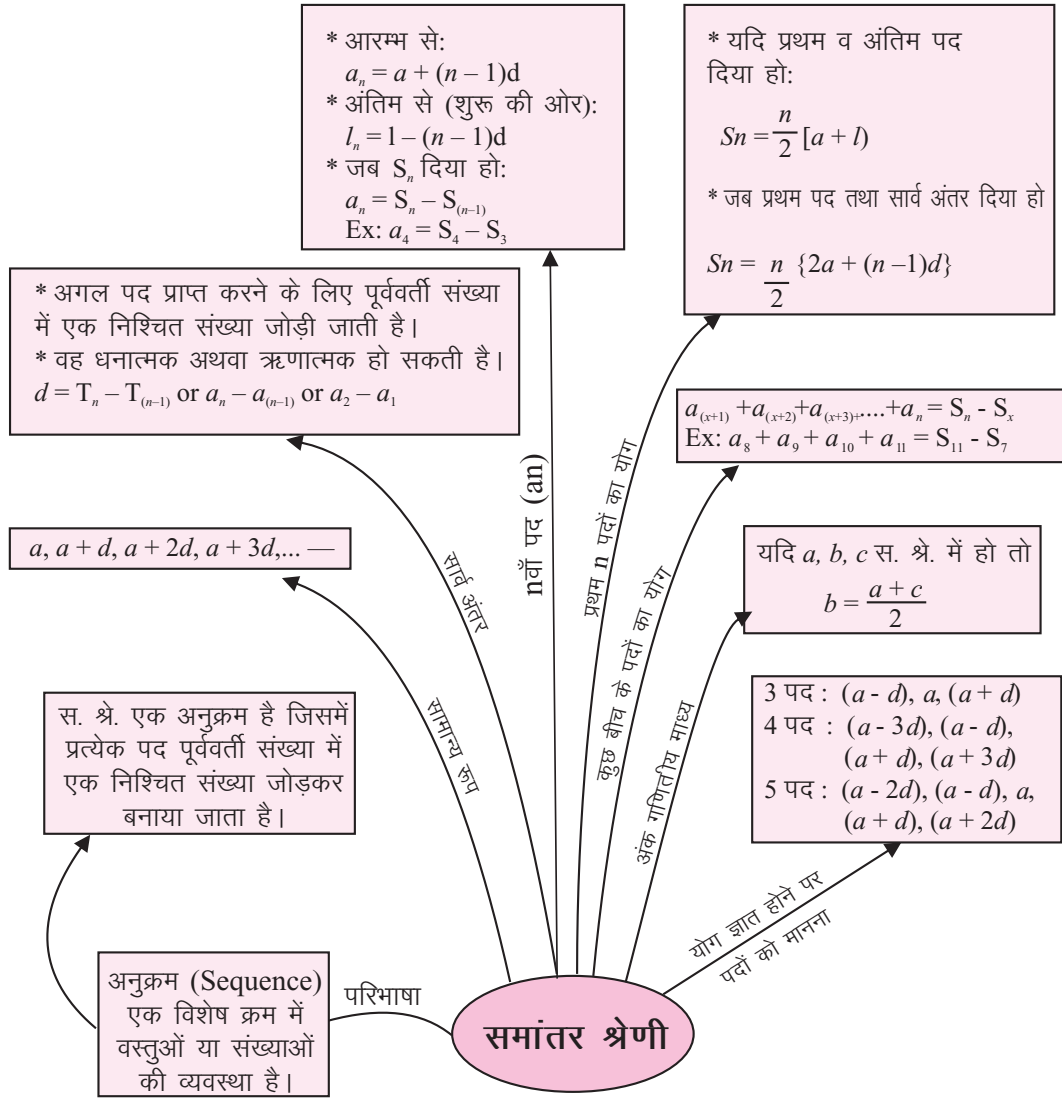
खण्ड-द

- 10 दो नल एक टैंक को मिलकर $1\frac{7}{8}$ घंटे में भरते हैं। जिस नल का व्यास बड़ा है वो छोटे व्यास वाले नल से टैंक भरने में 2 घंटे कम लेता है। दोनों नल अलग-2 टैंक भरने में कितना समय लेंगे? (CBSE 2018) 4

5

अध्याय

समांतर श्रेणियाँ



अति लघु उत्तरीय प्रश्न

- 1 यदि एक स. श्रे. (A.P.) का n वां पद $3n-5$ हो तो इसका 5वां पद क्या होगा?
- 2 प्रथम 10 सम संख्याओं का योगफल ज्ञात कीजिए।
- 3 विषम संख्याओं का n वां पद लिखिए।
- 4 प्रथम n प्राकृत संख्याओं का योगफल क्या होगा?
- 5 प्रथम n सम संख्याओं का योग क्या होगा?
- 6 स० श्रे० $-10, -15, -20, -25, \dots$ का n वां पद ज्ञात कीजिए।
- 7 स० श्रे० $4\frac{1}{9}, 4\frac{2}{9}, 4\frac{1}{3}, \dots$ का सार्व अंतर ज्ञात कीजिए।
- 8 स० श्रे० का सार्व अंतर ज्ञात कीजिए यदि इसका n वां पद $(a_n) = 3n + 7$
- 9 स० श्रे० $4, 9, 14, \dots, 254$ के लिए $a_8 - a_4$ का मान क्या होगा?
- 10 स० श्रे० $-10, -12, -14, -16, \dots$ के लिए a_{16} का मान क्या होगा?
- 11 यदि $3, k-2, 5$ स. श्रेढी के पद हों तो k का मान ज्ञात कीजिए।
- 12 $\frac{4}{5}, p, 2$ समांतर श्रेढी में हैं। p का मान ज्ञात कीजिए।

13 किसी A.P. के प्रथम दो पद क्रमश -3 तथा 4 है।

(NCERT)

इस A.P. का 36वाँ पद ज्ञात करो।

14 बहु विकल्पीय प्रश्न

a) AP $10, 7, 4, \dots$ का 30वाँ पद

A) 97 B) 77 C) -77 D) -87

b) AP $-3, -\frac{1}{2}, 2, \dots$ का 11वाँ पद

a) 28 b) 22 c) -38 d) $-48\frac{1}{2}$

c) किसी A.P में $d=-4, n=7, a_n=4$ हो तो a का मान

A) 6 B) 7 C) 120 D) 28

d) किसी A.P के प्रथम तीन पद $3y-1, 3y+5$ तथा $5y+1$ हो तो y का मान

A) -3 B) 4 C) 5 D) 2

e) दी गई संख्याएं $-10, -6, -2, 2, \dots$ एक

A) A.P हैं जिसका सार्व अंतर -16 हैं

b) A.P हैं जिसका सार्व अंतर 4 हैं

C) A.P हैं जिसका सार्व अंतर -4 हैं

D) A.P नहीं है।

f) A.P $10, 7, 4, \dots, -62$ का अंत से 11वाँ पद होगा।

A) 25 B) -32 C) 16 D) 0

g) प्रथम 100 प्राकृतिक संख्याओं का योग ज्ञात करने में जुड़े प्रसिद्ध गणितज्ञ का नाम

A) पाइथागोरस B) न्यूटन C) गॉस D) यूक्लिड

h) यदि किसी A.P में $a_{18} - a_{14} = 32$ हो तो उसका सार्व अन्तर होगा।

A) 8 B) -8 C) -4 D) 4

i) स. श्रे. $(1 + \sqrt{3}), (1 + 2\sqrt{3}), (1 + 3\sqrt{3}) \dots$ का n वाँ पद होगा

A) $1 + n\sqrt{3}$ B) $n + \sqrt{3}$ C) $n(1 + 3\sqrt{3})$ D) $n\sqrt{3}$

j) स. श्रे. $\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}, 4\sqrt{2} \dots$ का सार्व अंतर है—

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{1}$ C) $2\sqrt{2}$ D) $-\sqrt{2}$

k) एक स. श्रे. का प्रथम पद p और सार्व अंतर q हो तो 10वाँ पद है

A) $q + 9p$ B) $p - 9q$ C) $p + 9q$ D) $2p + 9q$

15 निम्न का मिलान करें

a) $a = -18, n = 10, d = 2$
तो AP का a_n

a) $\frac{a+c}{2}$

c) यदि $2, 4, 6$ AP में है
तो $4, 8, 12$, भी

c) -41

b) यदि a, b, c AP में है
तो उनका अंकगणितिय
माध्य का सूत्र

b) 0

d) यदि किसी AP में
 $a_n = 9 - 5n$ हो तो
 a_{10} का मान

d) 8

- e) यदि किसी AP में $d=-2, n=5$ और $a_n=0$ हो तो a का मान

e) AP

- 16 सत्य/असत्य बताएं और करण भी बताएँ
- a) 301, AP 5,11,17,23.....का पद है।
- b) किसी AP में m वें और n वें पदों का अंतर $(m-n)d$ होगा।
- c) 2,5,9,14..... एक AP है
- d) प्रथम 20 प्राकृतिक संख्याओं का योग 410 होगा।
- e) AP 5,10,15,20..... n पद और AP 15,30,45,60..... n पद, दोनों का n वाँ पद बराबर होगा।

लघु उत्तरीय प्रश्न 1

- 17 क्या 144 समांतर श्रेणी 3, 7, 11,.....का एक पद है? अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए।
- 18 दर्शाइए $(a - b)^2$, $(a^2 + b^2)$ और $(a + b)^2$ एक स0 श्रे0 में हैं।
- 19 स0 श्रे0 5, 15, 25,.....का कौन-सा पद इसके 31वाँ पद से 130 अधिक होगा?
- 20 किसी समांतर श्रेणी का प्रथम पद, सार्व-अंतर और अंतिम पद क्रमशः 12, 6 और 252 हैं। इसके सभी पदों का योग ज्ञात कीजिए।
- 21 15 के प्रथम 8 गुणजों का योग ज्ञात कीजिए।
- 22 क्या नीचे दी गई स्थितियों में बना अनुक्रम एक समांतर श्रेणी है?
- (i) कुल 1000 विद्यार्थियों में से विद्यालय सभागार में बचे विद्यार्थियों की संख्या जबकि वे विद्यालय सभागार को 25 के समूह में छोड़ते हैं।
- (ii) प्रतिवर्ष खाते में राशि जबकि 100 रुपये प्रतिवर्ष जमा करवाए जाते हैं जिन पर 4% वार्षिक दर चक्रवृद्धि ब्याज संयोजित होता है।
- 23 1 से 200 के बीच की सम संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए।
- 24 यदि $4m + 8, 2m^2 + 3m + 6, 3m^2 + 4m + 4$ एक समांतर श्रेणी के तीन क्रमागत पद हों तो m का मान ज्ञात कीजिए।
- 25 स0 श्रे0 22, 20, 18,.....के कितने पदों का योग शून्य है?

- 26 एक स० श्रे० के दसवें पद का दस गुणा इसके बीसवें पद के 20 गुणा के समान है। इसका 30वां पद ज्ञात कीजिए।
- 27 $1 + 4 + 7 + 10 + \dots + x = 287$, x के लिए हल कीजिए। (CBSE 2020)
- 28 एक समान्तर श्रेणी के प्रथम n पदों का योग $\frac{3n^2}{2} + \frac{5n}{2}$ है। इस AP का 25वां पद ज्ञात करो।
- 29 ज्ञात करें कितनी दो अंको वाली संख्याएं 6 से विभाजित होती हैं? (CBSE 2011)
- 30 यदि $\frac{1}{x+2}$, $\frac{1}{x+3}$ और $\frac{1}{x+5}$ स. श्रेणी में हो तो x का मान ज्ञात करें। (CBSE 2011)
- 31 स. श्रेणी (AP)-6,-2,258 का मध्य पद ज्ञात कीजिए। (CBSE 2011)
- 32 किसी स. श्रेणी में यदि $a_n = 5n - 1$ हो तो S_n ज्ञात कीजिए। इस प्रकार प्रथम 20 पदों का योग भी ज्ञात कीजिए। (CBSE 2011)
- 33 स. श्रेणी (AP)3,7,11,15..... का कौन सा पद 79 होगा? योग $3+7+11+\dots$ 79 भी ज्ञात कीजिए। (CBSE 2011C)
- 34 स. श्रेणी 121, 117,113.....का कौन सा पद प्रथम ऋणात्मक पद होगा? (NCERT)
- 35 स. श्रेणी 3,8,13.....253 का अंत से 15वाँ पद ज्ञात कीजिए। (CBSE 2022)

लघु उत्तरीय प्रश्न 2

- 36 स० श्रे० 7, 13, 19,.....241 का मध्य पद ज्ञात कीजिए।
- 37 10 और 5000 के बीच के उन पूर्णाकों का योग ज्ञात कीजिए जो 7 से विभाज्य हैं।
- 38 एक स० श्रे० के 5वें तथा 9वें पदों का योग 72 तथा 7वें और 12वें पदों का योग 97 है। स० श्रे० ज्ञात कीजिए।
- 39 एक स० श्रे० का m वां पद $\frac{1}{n}$ तथा n वां पद $\frac{1}{m}$ है। सिद्ध कीजिए कि इसका (mn) वां पद 1 है।
- 40 एक समान्तर श्रेणी का m वां पद $\frac{1}{n}$ तथा n वां पद $\frac{1}{m}$ है। सिद्ध कीजिए mn पदों का योग $\frac{1}{2}(mn + 1)$ है।
- 41 एक स० श्रे० का p वां पद q तथा q वां पद p है। सिद्ध कीजिए कि इसका n वां पद $(p + q - n)$ है।

- 42 101 और 999 के बीच उन प्राकृत संख्याओं की कुल संख्या ज्ञात कीजिए जो 2 और 5 दोनों से विभाज्य हों।
- 43 एक स० श्रे० के 5वें और 9वें पदों का योग 30 है। यदि इसका 25वां पद इसके 8वें पद का 3 गुना हो तो स० श्रे० ज्ञात कीजिए।
- 44 किसी समान्तर श्रेणी के m वें पद का m गुणा, n वें पद के n गुणा के बराबर तथा $m \neq n$ है। सिद्ध कीजिए कि $(m + n)$ वाँ पद शून्य है।
- 45 स. श्रेढी 3, 15, 27, 39.... का कौन-सा पद इसके 21वें पद से 120 अधिक होगा।
(CBSE 2018)
- 46 यदि किसी स. श्रेढी में $S_n = 3n^2 - 4n$ हो तो इसका n वाँ पद ज्ञात कीजिए। (CBSE 2018)
- 47 एक समांतर श्रेणी के प्रथम n पदों का योग $3n^2 + 2n$ है। स. श्रेढी ज्ञात कीजिए।
48. एक समांतर श्रेणी का प्रथम पद 12 तथा सार्वअंतर 6 है। यदि इस समांतर श्रेढी का अंतिम पद 252 हो, तो इसका मध्य पद ज्ञात करें।
(NCERT)
- 49 एक स० श्रे० का 17वाँ पद, 8वें पद के दुगुने से 5 अधिक है। यदि स. श्रे. का 11वाँ पद 43 है तो स० श्रे० का n वाँ पद ज्ञात कीजिए।
(CBSE 2020)
- 50 यदि किसी स० श्रेढी में प्रथम 14 पदों का योग 1050 हो और चौथा पद 10 हो तो इसका 20वाँ पद ज्ञात कीजिए।
(CBSE 2020)
- 51 श्रृंखला $20 + 19\frac{1}{3} + 18\frac{2}{3} + \dots$ में पदों की संख्या ज्ञात कीजिए जिनका योग 300 है, दोहरे उत्तर को समझाइए।
(NCERT)
- 52 एक स.श्रे. का प्रथम पद 5, अंतिम पद 45 तथा योग 400 है, पदों की संख्या तथा सार्व अंतर ज्ञात कीजिए।
- 53 श्रृंखला $\left(4 - \frac{1}{n}\right) + \left(4 - \frac{2}{n}\right) + \left(4 - \frac{3}{n}\right) + \dots$ के प्रथम n पदों का योग ज्ञात करें।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

- 54 एक समांतर श्रेणी के तीसरे और सातवें पदों का योग 6 तथा गुणन 8 है। इस स० श्रे० के प्रथम 16 पदों का योग ज्ञात कीजिए।
- 55 वह स० श्रे० ज्ञात कीजिए जिसका 4वां पद 18 है और 15वें और 9वें पद का अंतर 30 है।
- 56 किसी स० श्रे० के प्रथम 9 पदों का योग 162 है। इसके छठे पद का तेरहवें पद से अनुपात 1 : 2 है। इस स० श्रे० का पहला और पन्द्रहवां पद ज्ञात कीजिए।
- 57 एक स० श्रे० के प्रथम 9 पदों का योग 171 और प्रथम 24 पदों का योग 996 है। इस स० श्रे० का प्रथम पद और सार्व अंतर ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)
- 58 एक स० श्रे० के प्रथम 7 पदों का योग 63 और अगले 7 पदों का योग 161 है। यह स० श्रे० ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)
- 59 किसी स० श्रे० के प्रथम बीस पदों का योग अगले बीस पदों के योग का एक तिहाई है। यदि इस स० श्रे० का प्रथम पद 1 हो तो इसके प्रथम 30 पदों का योग ज्ञात कीजिए।
- 60 यदि किसी स. श्रेणी के प्रथम चार पदों का योग 40 हो और प्रथम चौदह पदों का योग 280 हो तो इस सं. श्रेणी के प्रथम n पदों का योग ज्ञात कीजिए। (CBSE 2018)
- 61 रामकली को अपनी बेटी को स्कूल भेजने के लिए 12 सप्ताह बाद रु 2500 की आवश्यकता है। वह प्रथम सप्ताह में रु100 जोड़ती है और फिर प्रति सप्ताह रु20 बढ़ाती जाती है। क्या वह इस प्रकार अपनी बेटी को स्कूल भेज पाएगी? (CBSE 2015)
- 62 किसी स. श्रेणी में 50 पद हैं और प्रथम 10 पदों का योग 210 है। अंतिम 15 पदों का योग 2565 है। यह सं. श्रेणी ज्ञात कीजिए। (CBSE 2014)
- 63 किसी स. श्रेणी के 4 पदों का योग $5n^2+3n$ है। यदि इसका m वाँ पद 168 हो तो m का मान ज्ञात कीजिए। इस स. श्रेणी का 20वां पद भी ज्ञात कीजिए। (CBSE 2013)
- 64 यदि किसी सं. श्रेणी के प्रथम सात पदों का योग 49 हो और इसके प्रथम सत्रह पदों का योग 289 हो, तो इस सं. श्रेणी के प्रथम n पदों का योग ज्ञात कीजिए। (CBSE 2016)
- 65 यदि किसी सं श्रेणी का चौथा पद शून्य हो तो सिद्ध करो इस स. श्रेणी का 25वां पद इसके 11वें पद का तीन गुना होगा।

- 66 किसी सं श्रेढी में $S_5+S_7=167$ हो और $S_{10}=235$ हो, जहाँ S_n इसके n पदों का योग है, तो यह स. श्रेढी ज्ञात कीजिए। (CBSE 2015)
- 67 किसी स. श्रेढी में सिद्ध कीजिए कि $S_{12}=3(S_8-5_4)$ जहाँ S_n स. श्रेढी के n पदों का योग है।
- 68 एक समांतर श्रेढी के चार क्रमागत पदों की संख्याओं का योग 32 है तथा पहली और आखिरी संख्या के गुणनफल का बीच की दो संख्याओं के गुणनफल से अनुपात 7 : 15 है। संख्याएँ ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)
- 69 स. श्रे. के प्रथम 16 पदों का योग ज्ञात कीजिए जिसका चौथा और 9वाँ पद क्रमशः -15 और -30 है।
- 70 एक स. श्रे. में 37 पद हैं। इसके तीन मध्य के पदों का योग 225 है तथा अंतिम तीन पदों का योग 429 है। स. श्रे. ज्ञात कीजिए।

उत्तर तथा संकेत

- Q 1 $a_n=3n-5, a_5 = 10$
- Q 2 $S_n=\frac{10(2\times 2+9\times 2)}{2}=110$
- Q 3 $1,3,5,\dots a_n=1+(n-1)2=2n-1$
- Q 4 $1+2+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}$
- Q 5 $2+4+6+\dots+2n=\frac{n(2+2n)}{2}=n(n+1)$
- Q 6 $a_n=a+(n-1)d=-5(n+1)$
- Q 7 $d=a_2-a_1=\frac{1}{9}$
- Q 8 $a_1=3+7=10, a_2=6+7=13, d=3$
- Q 9 $(a+7d)-(a+3d)=4d=20$
- Q 10 $a_6=a+15d=-40$
- Q 11 3, $k-2, 5$ एक सं श्रेढी हैं
 $k-2=\frac{3+5}{2} \Rightarrow k=6$
- Q 12 $p=\frac{7}{5}$ (प्र 11 के जैसे)

Q 13 $a = -3; a_2 = 4; d = 7$

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$a_{36} = -3 + 35 \times 7$$

$$a_{36} = 242$$

- Q 14 a) C i) A
b) B j) A
c) D k) C
d) C
e) B
f) B
g) C
h) A

Q 15 $a \rightarrow b$

$$b \rightarrow a$$

$$c \rightarrow e$$

$$d \rightarrow c$$

$$e \rightarrow d$$

प्र 16 (a) असत्य, $301 = 5 + (n-1)6$ को सरल करने पर $n = \frac{151}{3}$, जो प्राकृतिक संख्या नहीं है 301, इस श्रेढी का पद नहीं है।

(b) सत्य, $\{a+(m-1)d\} - \{a+(n-1)d\} = (m-n)d$

(c) असत्य, $a_2 - a_1 = 3, a_3 - a_2 = 4$

(d) असत्य, $S_n = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{20 \times 21}{2} = 210$

(e) असत्य, यदि a, b, c, d, \dots सं श्रेढी है तो ka, kb, kc, kd, \dots भी सं श्रेढी होगी।
 $k \neq 0$ नई सं श्रे. का n वाँ पद = k गुणा पहली सं श्रे. का n वाँ पद

Q 17. $144 = 3 + (n-1)4$

$$\frac{141}{4} + 1 = n \text{ जो संभव नहीं है।}$$

उत्तर नहीं

$$Q 18 \quad a_1=(a-b)^2 \quad a_2=a^2+b^2 \quad a_3=(a+b)^2$$

$$a_2-a_1=a^2+b^2-(a-b)^2=2ab$$

$$a_3-a_2=(a+b)^2-(a^2+b^2)=2ab$$

$$a_2-a_1=a_3-a_2$$

∴ स.श्रे. है।

$$Q 19 \text{ माना } a_n=130+a_{31}$$

हल करें $n=44$

उत्तर 44वां पद

$$Q 20 \quad a=12, d=6, a_n=252 \Rightarrow n=41$$

ज्ञात करें $S_{41}=5412$, $S_n=\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$ का प्रयोग करें।

$$Q 21 \quad S_{15}=\frac{15(2a+14d)}{2} \text{ जहाँ } a=8, d=8$$

Ans 960

Q 22 (i) हाँ 1000, 975, 950, 920 (ii) नहीं। 104, 108.16, 112.48

$$Q 23 \quad 2+4+6+\dots\dots\dots+198$$

$$a=2, d=2, a_n=198 \Rightarrow n=99$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a+1)=9900$$

$$Q 24 \quad b = \frac{a+c}{2}$$

$$\therefore 2m^2+3m+6 = \frac{4m+8+3m^2+4m+4}{2}$$

हल करने पर $m^2-2m=0 \Rightarrow m=0, 2$

$$Q 25 \quad S_n=0 = \frac{n(44+(n-1)(-2))}{2}=0$$

हल करें $n=23$

$$Q 26 \text{ प्रश्नानुसार } 10a_{10}=20 a_{20}$$

$$\Rightarrow a_{10}=2a_{20}$$

$$a+9d=2a+38d$$

$$a=-29d \quad \dots(1)$$

$a_{30}=a+29d$ में (1) से a रखें तो $a_{30}=0$

Q 27 $a=1$ $d=3$ $a_n=x$ $S_n=287$

$$287 = \frac{n}{2} \{2 \times 1 + (n-1)3\}$$

$$\Rightarrow 3n^2 - n - 574 = 0 \Rightarrow n=14, -41/3 \text{ (अस्वीकृत)}$$

Q 28 $S_n = \frac{3n^2}{2} + \frac{5n}{2}$

$$a_n = S_n - S_{(n-1)}$$

$$a_{25} = S_{25} - S_{24}$$

$$a_{25} = \left[\frac{3(25)^2}{2} + \frac{5(25)}{2} \right] - \left[\frac{3(24)^2}{2} + \frac{5(24)}{2} \right]$$

$$a_{25} = \frac{3}{2} [(25)^2 - (24)^2] + \frac{5}{2} (25 - 24)$$

$$a_{25} = \frac{3}{2} \times 49 + \frac{5}{2} = 76$$

$$a_{25} = 76$$

Q 29 6 से विभाजित होने वाली दो अंक की संख्याएं 12,18,24.....96 $a_2 - a_1 =$

$$a_3 - a_2 = 6 \text{ सं. श्रेणी } a_n \Rightarrow 96 \Rightarrow n=15$$

Q 30 $\frac{2}{x+3} = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+5}$ ($2b=a+c$)

हल करे $x=1$

Q 31 $a_n = a + (n-1)d$

$$58 = -6 + (n-1)4$$

हल करें $n=17$

माध्यिका के सूत्र द्वारा मध्यपद $= \frac{(n+1)}{2}$ वां पद = 9वां पद

$$a_9 = -6 + 8(4) = 26$$

Q 32 $a_n = 5n - 1$

सं श्रेणी प्राप्त करें $a_1=4, a_2=9, a_3=14$

4,9,14.....

$$a_2 - a_1 = 5 = a_3 - a_2$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d) = \frac{n}{2}(8 + (n-1)5)$$

$$S_n = \frac{n}{2}(5n+3)$$

$$S_{20} = \frac{20}{2}(100+3) = 10 \times 103 = 1030$$

$$Q 33 \quad 79 = 3 + (n-1)4$$

$$n = 20$$

$$S_{26} = \frac{26}{2}(3+79) = 10(82) = 820$$

$$Q 34 \quad a_n < 0$$

$$121 + (n-1)(-4) < 0$$

$$121 - 4n + 4 < 0$$

$$125 < 4n$$

$$n > \frac{125}{4} \Rightarrow n = 32$$

Ans 32वाँ पद

Q 35 अंत से 15वाँ पद

$$= 253 - 14 \times 5 [l - (n-1)d]$$

$$= 183$$

Q 36 प्र 27 के जैसे $n = 40$ इसलिए मध्य पद a_{20}, a_{21}

Ans 121, 127

Q 37 10 और 500 के बीच में 7 से विभाजित होने वाली संख्याएं 14, 21, 28, 497

$a_n = a + (n-1)d$ का प्रयोग करके n ज्ञात करें।

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d) \text{ का प्रयोग करके}$$

उत्तर $S_n = 17885$ ज्ञात करें।

$$Q 38 \quad a_5 + a_9 = 72$$

$$a_7 + a_{12} = 97$$

इन समीकरणों को हल करके a और b ज्ञात करें।

उत्तर AP 6, 11, 16, 21, 26,

$$Q 39 \quad a_m = \frac{1}{n} \Rightarrow a + (m-1)d = 1/n$$

$$a_n = \frac{1}{m} \Rightarrow a + (n-1)d = 1/m$$

$$(m-n)d = \frac{1}{n} - \frac{1}{m} = \frac{m-n}{mn}$$

$$d = \frac{1}{mn}, a = \frac{1}{mn} \quad \text{प्राप्त करें।}$$

$$a_{mn} = a + (mn-1)d$$

$$\text{उत्तर } a_{mn} = \frac{1}{mn} + (mn-1) \frac{1}{mn} = 1$$

$$Q 40 \quad a_m = a + (m-1)d = \frac{1}{n} \quad \dots(1)$$

$$a_n = a + (n-1)d = \frac{1}{m} \quad \dots(2)$$

स. (2) को (1) में से घटाने पर

$$d = \frac{1}{mn}$$

$$a = \frac{1}{mn}$$

$$S_{mn} = \frac{mn}{2} \{2a + (mn-1)d\}$$

$$S_{mn} = \frac{1}{2}(mn+1)$$

$$Q 41 \quad a_p = q, \quad a_q = p$$

$$\text{हल करने पर } a, d \text{ प्राप्त करें} \quad d = -1 \quad a_n = p + q - n$$

$$\text{उत्तर } a = p + q - 1$$

Q 42 2 और 5 से विभाजित होने वाली संख्याएँ 10 से विभाजित होने वाली संख्याएँ, 101 और 999 के बीच में 2 और 5 से विभाजित होने वाली संख्याएँ 110,120,130,140.....990 $a_n=990$ से $n=89$ प्राप्त करें।

43. प्रश्नानुसार $a_5 + a_9 = 30$

$$a_{25} = 3 a_8$$

हल करने पर $a = 3, d = 2$ स. श्रेणी 3, 5, 7, 9 |

44. $m x a_m = n x a_n$

$$a(m-n) = d[(m-n) - (m^2 - n^2)]$$

$$(m-n)\{a + (m+n-1)d\} = 0$$

$$(m-n)a_{(m+n)} = 0$$

$$a_{(m+n)} = 0$$

Q 45 माना $a_n = 120 + a_{21}$

$$3 + (n-1)d = 120 + (3 + 20d)$$

$$3 + (n-1)12 = 120 + (3 + 20 \times 12)$$

$$= 120 + 243 = 363$$

$$(n-1)12 = 360$$

$$n-1 = 30 \Rightarrow n = 31$$

Q 46 $S_n = 3n^2 - 4n$

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= (3n^2 - 4n) - \{3(n-1)^2 - 4(n-1)\}$$

$$= (3n^2 - 4n) - (3n^2 + 3 - 6n - 4n + 4)$$

$$= -(7 - 6n)$$

$$a_n = 6n - 7$$

Q 47 $S_n = 3n^2 + 2n$

$$S_1 = 5; S_2 = 16; S_3 = 33$$

$$a_n = S_n - S_{(n-1)}$$

$$a = S_1 = 5$$

$$a_2 = S_2 - S_1 = 16 - 5 = 11$$

$$a_3 = S_3 - S_2 = 33 - 16 = 17$$

A.P. : 5, 11, 17, ...

48. $a = 12; d = 6; a_n = 252$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$n = 41$$

मध्य पद $\frac{41+1}{2} = 21$ वां पद

$$a_{21} = 132$$

स.श्रेढी का मध्य पद-132

Q 49 प्रश्नानुसार $a_{17} = 5 + 2 \times a_8$

$$a + 16d = 5 + 2a + 14d$$

$$a - 2d = -5 \quad \dots(1)$$

$$a_{11} = a + 10d = 43 \quad \dots(2)$$

(1) और (2) को हल करने पर

$$a = 3, d = 4 \therefore a_n = 4n - 1$$

Q 50 $S_{14} = 1050$

$$a = 10 \quad a_4 = 40$$

$$S_{14} = \frac{14}{2}(2a + 13d)$$

$$\frac{1050}{7} = 2a + 13d$$

$2a + 13d = 150$ और $a + 3d = 40$ को सरल करने पर, $a = 10, d = 10$

$$a_{20} = a + 19d = 10 + 190 = 200$$

51. $a = 20; d = -\frac{2}{3}$

$$S_n = 300$$

$$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$$

$$n = 25 \text{ या } 36$$

26 वें पद से 36 वें पद का योग 0

52. $a = 5; l = 45; S_n = 400$

$$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

$$n = 16$$

$$l = a + (n - 1)d$$

$$d = \frac{8}{3}$$

53. $\left(4 - \frac{1}{n}\right) + \left(4 - \frac{2}{n}\right) + \left(4 - \frac{3}{n}\right) \dots$

$$= (4 + 4 + 4 + \dots) - \frac{1}{n}(1 + 2 + 3 + \dots)$$

$$= 4n - \frac{1}{n} \times \frac{n(n+1)}{2}$$

$$= \frac{7n-1}{2}$$

Q 54 $a_3 + a_7 = 6$

$a_3 \times a_7 = 8$ सरल करने पर $a = 1, d = 1/2, S_n = 76$

$a = 5, d = -1/2, S_n = 20$ उत्तर 76, 20

Q 55 प्रश्नानुसार

$a_4 = 18 \dots(1) \quad a_{15} - a_9 = 30 \dots(2)$

(2) से $d = 5$ ज्ञात करें

$d = 5, (1)$ में रखने पर $a = 3$ प्राप्त करें

AP 3, 8, 13,

Q 56 प्रश्नानुसार $S_9 = 162$

$$\frac{9(2a + 8d)}{2} = 162 \dots(1)$$

प्रश्नानुसार $\frac{a_6}{a_{13}} = \frac{1}{2}$

सरल करने पर $a = 2d$

$a = 2d \dots(1)$ में रखने पर $d = 3, a = 6$

$$a_{15} = a + 14d$$

$$a_{15} = 48$$

$$Q\ 57\ S_9=171\ S_{24}=996$$

$$a+4d=19,\ 2a+23d=83$$

हल करने पर

$$d=3,\ a=7$$

$$Q\ 58\ \text{प्रश्नानुसार } S_7=63 \quad \dots(1)$$

$$\text{अगले सात पदों का योग } =S_{14}-S_7=161$$

$$S_n=\frac{n}{2}(2a+(n-1)d) \text{ का प्रयोग करें, (1) और (2)}$$

को हल करके a और d प्राप्त करें।

$$a=3,\ d=2$$

$$\text{उत्तर } a_{28}=57\ (a_n=a+(n-1)d)$$

$$Q\ 59\ \text{प्रश्नानुसार } S_{20}=\frac{1}{3}(S_{40}-S_{20}),\ a=1$$

$$S_n=\frac{n}{2}(2a+(n-1)d) \text{ और } a=1 \text{ का}$$

प्रयोग करके d ज्ञात करें।

$$\text{Ans } S_{30}=900$$

$$Q\ 60\ S_4=40 \Rightarrow \frac{4}{2}(2a+3d)=40$$

$$S_{14}=280 \Rightarrow \frac{14}{2}(2a+13d)=280$$

सरल करने पर $a=7,\ d=2$

$$S_n=n^2+6n\ (S_n=n[2a+\frac{(n-1)d]}{2}])$$

$$Q\ 61\ a=100,\ d=20,\ n=12$$

$$S_{12}=\frac{12}{2}(200+220) = 6 \times 420$$

$$S_{12}=2520 > 2500$$

\therefore रामकली अपने बेटी को स्कूल भेज पाएगी।

$$Q\ 62\ S_{10}=210$$

$$\Rightarrow 5(2a+9d)=210$$

$$\Rightarrow 2a+9d=42 \quad \dots(1)$$

$$S_{50}-S_{35}=2565$$

$$\frac{50}{2}(2a+49d)-\frac{35}{2}(2a+34d)=2565$$

$$15(2a)+d(25\times 49-35\times 17)=2565$$

$$15a+630d=2565$$

$$\text{अथवा } 3a+126d=513 \quad \dots(2)$$

(1) और (2) को सरल करने पर

$$d=4, a=3$$

$$Q\ 63\ S_n=3n^2+5n$$

$$S_1=a_1=8$$

$$S_2=a_1+a_2\Rightarrow 26=8+a_2$$

$$a_2=18$$

$$d=18-8=10$$

$$a_m=168$$

$$\Rightarrow a+(m-1)d=168$$

$$8+(m-1)10=168$$

$$m=17$$

$$a_{20}=a+19d=8+190=198$$

Q 64 $S_7=49$, $S_{17}=289$ (प्र 54 के जैसे सरल करें)

$$Q\ 65\ a_4=0\Rightarrow a+3d=0\Rightarrow a=-3d$$

$$a_{25}=a+24d=-3d+24d=21d$$

$$a_{11}=a+10d=-3d+10d=7d\Rightarrow a_{25}=3a_{11}$$

Q 66 $S_n=\frac{n}{2}(2a+(n-1)d)$ का प्रयोग करें

$$S_5+S_7=167\ S_{10}=235$$

हल करने पर $a=1$, $d=5$

A.P=1, 6, 11, 16, 21.....

$$Q\ 67\ LHS = S_{12} = \frac{12}{2}(2a+11d) = 6(2a+11d)$$

$$RHS = 3\left[\frac{8}{2}(2a+7d) - \frac{4}{2}(2a+3d)\right]$$

$$= 3(4a+22d) = 3 \times 2(2a+11d) = 6(2a+11d)$$

$\therefore LHS=RHS$

Q 68 चार क्रमागतपद $\rightarrow a - 3d, a - d, a + d, a + 3d, a = 8$

$$\frac{\text{आखिरी दो का गुणनफल}}{\text{मध्य दो का गुणनफल}} = \frac{(a-3d)(a+3d)}{(a-d)(a+d)} = \frac{7}{15}$$

$$\Rightarrow d^2=4$$

$$d=\pm 2$$

$\therefore a=8, d=2$ पद होंगे- 2, 6, 10, 14

$a=8, d=2$ पद होंगे- 14, 10, 6, 2

Q 69 $a_4=-15, a_9=-30$

$$a+3d=-15, a+8d=-30$$

$$d=-6 \quad d=-3$$

$$S_{16}=-456 \quad (S_n = \frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\})$$

70. $a, a_2, a_3, \dots, a_{36}, a_{37}$

मध्य के तीन पद a_{18}, a_{19}, a_{20}

$$a_{18} + a_{19} + a_{20} = 225 \Rightarrow a + 18d = 75 \quad \dots(1)$$

$$a_{35} + a_{36} + a_{37} = 429 \Rightarrow a + 35d = 143 \quad \dots(2)$$

(1) और (2) को हल करने पर

$$a = 3; d = 4$$

स. श्रे. $\rightarrow 3, 7, 11, \dots, 147$

अभ्यास प्रश्न-प्रत्र

समांतर श्रेढियाँ

समय 45 मिनट

अंक : 20

खण्ड अ (1 अंक)

- प्र. 1 प्रथम 10 प्राकृतिक संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए। 1
- प्र. 2 सं श्रेढी $8\frac{1}{8}$, $8\frac{2}{8}$, $8\frac{3}{8}$, का सार्व अंतर बताइए। 1
- प्र. 3 यदि k , $2k-1$ तथा $2k+1$ सं श्रेढी बनाए तो k का.....होगा। 1
- प्र. 4 सं श्रेढी 8,10,12, ,126 का अंत से 10वां पद.....होगा। 1

खण्ड ब (2 अंक)

- प्र. 5 संख्या 6 और 102 के बीच में कितनी दो अंकों वाली संख्याएं 6 से विभाजित होंगी? 2
- प्र. 6 यदि किसी सं. श्रेढी में n पदों का योग n^2+3n हो तो इसका 20वां पद ज्ञात कीजिए। 2
- प्र. 7 $(-5)+(-8)+(-11)+\dots\dots\dots+(-230)$ का योग ज्ञात कीजिए। (NCERT) 2

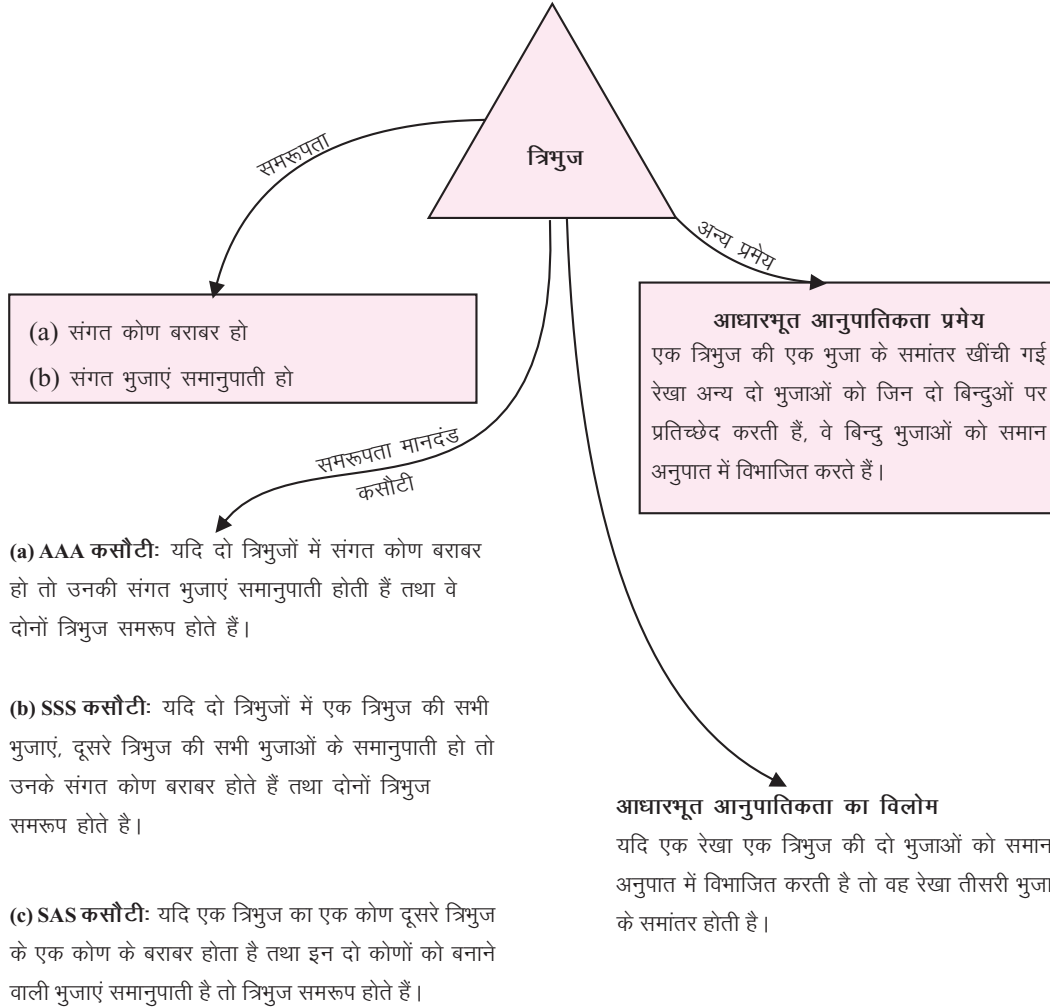
खण्ड स (2 अंक)

- प्र. 8 एक सं. श्रेढी ज्ञात कीजिए जिसके प्रथम 5 पदों का योग $12\frac{1}{2}$ है और प्रथम व अंतिम पदों का अनुपात 2:3 हो। 3
- प्र. 9 एक सं. श्रेढी 20, 16, 12, , 176 का मध्य पद ज्ञात कीजिए। 3

खण्ड द

- प्र. 10 किसी सं श्रेढी के तीन पदों का योग 24 है और इन पदों का गुणनफल 440 है, तो यह पद ज्ञात कीजिए। 4

त्रिभुज



महत्त्वपूर्ण बिन्दु

1. दो त्रिभुज समरूप कहलाते हैं यदि उनके संगत कोण बराबर हों और उनकी संगत भुजाएं समानुपाती हों।
2. समरूप त्रिभुज के गुणधर्म :
 ΔABC तथा ΔDEF
(i) **कोण-कोण-कोण समरूपता** : $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ यदि $\angle A = \angle D, \angle B = \angle E$
तथा $\angle C = \angle F$
(ii) **भुजा-कोण-भुजा समरूपता** :
 $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ यदि $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$ तथा $\angle B = \angle E$
(iii) **भुजा-भुजा-भुजा समरूपता** : $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ यदि $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$
3. निम्न प्रमेयों का हल परीक्षा में पूछा जा सकता है।
(i) **आधारमूल आनुपातिकता** : एक त्रिभुज की एक भुजा के समांतर खींची गई रेखा अन्य दो भुजाओं को जिन दो बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करती है वे बिन्दु भुजाओं को समान अनुपात में विभाजित करते हैं।
4. **बिना हल के प्रमेय-**
(i) यदि एक रेखा किसी त्रिभुज की दो भुजाओं को एक ही अनुपात में विभाजित करें, तो वह तीसरी भुजा के समांतर होती है।

अति लघुत्तरात्मक प्रश्न

1. रिक्त स्थान भरिए:
(i) सभी समबाहु त्रिभुज.....होते हैं।
(ii) यदि $ABC \sim FED$ तो $\frac{AB}{ED} = \dots$
(iii) बराबर त्रिज्या वाले वृत्त.....होते हैं।
(iv) त्रिभुज की एक भुजा के समांतर अन्य दो भुजाओं को भिन्न-भिन्न बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करने के लिए एक रेखा खींची जाए, तो ये अन्य दो भुजाएँ.....अनुपात में विभाजित हो जाती है।
(v) यदि दो त्रिभुज समरूप हैं, तो उनकी संगत भुजाएँ.....होती हैं।
(vi) ΔABC में $AB = 6\sqrt{3}$ cm, $AC = 12$ cm और $BC = 6$ cm तो $\angle B = \dots$ ।

2. सत्य या असत्य बताइए:

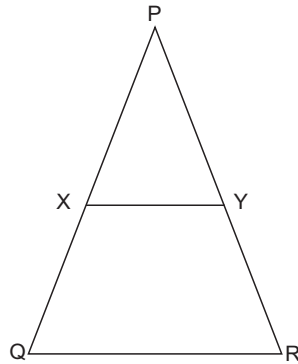
- (i) सभी समरूप आकृतियाँ हमेशा सर्वांगसम होते हैं।
- (ii) आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय, पाइथागोरस ने दिया था।
- (iii) मध्यबिंदु प्रमेय को आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय द्वारा सिद्ध किया जा सकता है।
- (iv) दो वर्ग समरूप आकृतियाँ हैं।
- (v) यदि एक त्रिभुज की सभी भजाएं दूसरे त्रिभुज की भुजाओं के समानुपाती हों, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।

3. मिलान कीजिए:

कॉलम 1	कॉलम 2
(a) यदि दो त्रिभुजों में संगत कोण बराबर हों तो दोनों त्रिभुज समरूप होते हैं।	(i) SAS समरूपता कसौटी
(b) यदि दो त्रिभुजों में संगत भुजाएँ एक ही समानुपाती हो, तो दोनों त्रिभुज समरूप होते हैं।	(ii) ASA समरूपता कसौटी
(c) यदि एक त्रिभुज का एक कोण दूसरे त्रिभुज के एक कोण के बराबर हो तथा इन कोणों को अंतर्गत करने वाली भुजाएँ एक ही अनुपात में हों, तो दोनों त्रिभुज समरूप होते हैं।	(iii) AAA समरूपता कसौटी
	(iv) SSS समरूपता कसौटी

बहु विकल्पीय प्रश्न

4 निम्न आकृति में $XY \parallel QR$ और $\frac{PX}{XQ} = \frac{PY}{YR} = \frac{1}{2}$ है, तो



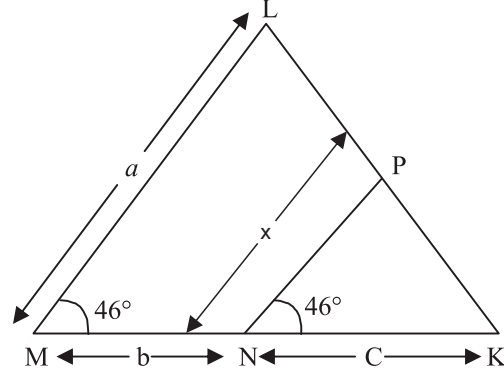
A) $XY = QR$

B) $XY = \frac{1}{3} QR$

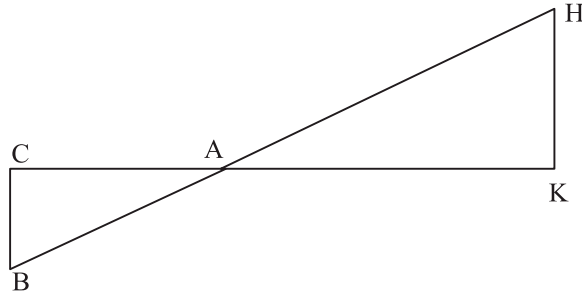
C) $XY^2 = QR^2$

(D) $XY = \frac{1}{2} QR$

6. यदि $\triangle ABC \sim \triangle EDF$ और $\triangle ABC, \triangle DEF$ के समरूप नहीं है, निम्नलिखित में से कौन सत्य नहीं है? (NCERT Exemplar)
- A) $BC \cdot EF = AC \cdot FD$ B) $AB \cdot EF = AC \cdot DE$ C) $BC \cdot DE = AB \cdot EF$ (D) $BC \cdot DE = AB \cdot FD$
7. आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय का कथन लिखिए।
8. दी गई आकृति में $\angle M = \angle N = 46^\circ$, है, x को a, b तथा c के रूप में व्यक्त कीजिए।

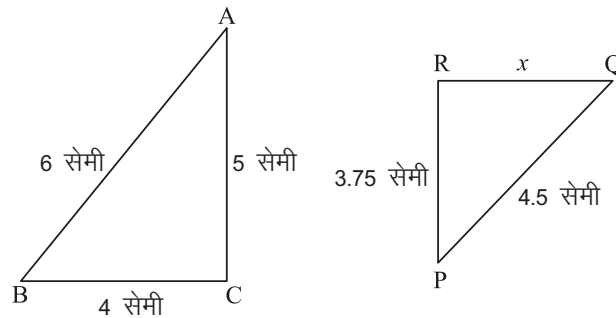


9. दी गई आकृति में, $\triangle AHK \sim \triangle ABC$ है, यदि $AK = 10$ सेमी $BC = 3.5$ सेमी, तथा $HK = 7$ सेमी हो तो AC ज्ञात कीजिए। (CBSE 2010)

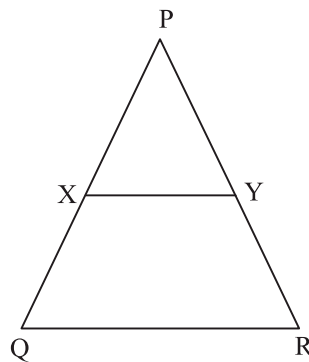


10. यदि $\triangle DEF \sim \triangle RPQ$ है, तो क्या यह कहना सत्य होगा कि $\angle D = \angle R$ और $\angle F = \angle P$ है?
11. यदि दो समरूप त्रिभुजों के संगत माध्यिकों का अनुपात $5 : 7$ हो तो इनकी भुजाओं का अनुपात ज्ञात कीजिए।

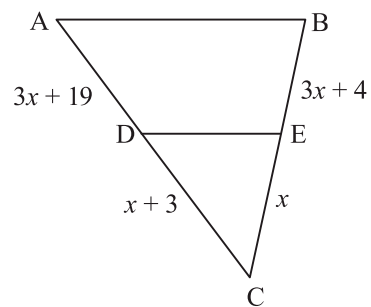
12. दिए गई आकृति में, $\Delta ABC \sim \Delta PQR$, है तो x का मान ज्ञात कीजिए।



13. दिए गई आकृति में, $XY \parallel QR$ तथा $\frac{PX}{XQ} = \frac{PY}{YR} = \frac{1}{2}$ है, तो $XY : QR$ ज्ञात कीजिए।

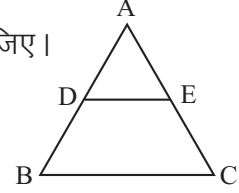


14. दिए गई आकृति में, यदि $DE \parallel AB$ है, तो x का मान ज्ञात कीजिए।



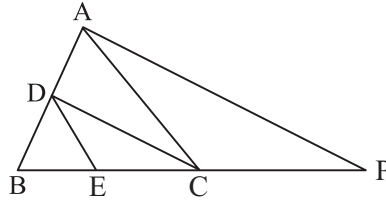
(NCERT Exemplar)

- 15 यदि $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ हो और $\angle A = 45^\circ$, $\angle F = 56^\circ$ हो तो $\angle C$ ज्ञात कीजिए।
- 16 यदि दो समरूप त्रिभुजों की संगत भुजाओं का अनुपात 2 : 3 हो, तो उनके संगत ऊँचाईयों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
- 17 यदि दी गई आकृति में $\frac{BD}{AB} = \frac{CE}{AC}$ है तो $DE \parallel BC$ है सिद्ध कीजिए।



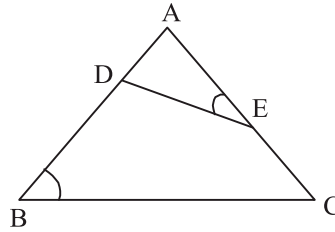
लघुत्तरात्मक प्रश्न-1

- 18 दिए गई आकृति में, $DE \parallel AC$ तथा $DC \parallel AP$ है। सिद्ध कीजिए कि $\frac{BE}{EC} = \frac{BC}{CP}$ है।

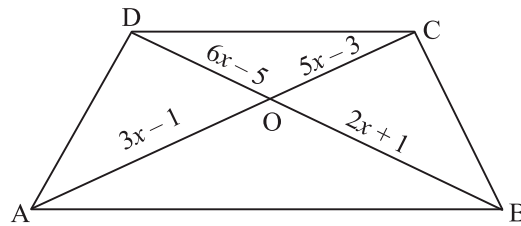


- 19 $\triangle PQR$ में $MN \parallel QR$ है तो आधारभूत आनुपातिकता का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि $\frac{PM}{PQ} = \frac{PN}{PR}$ है।

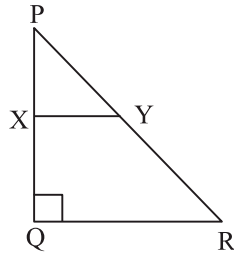
- 20 दी गई आकृति में, D तथा E, भुजाओं AB तथा CA पर दो बिंदु इस प्रकार हैं कि $\angle B = \angle AED$ है। सिद्ध कीजिए कि $\triangle ABC \sim \triangle AED$ हैं।



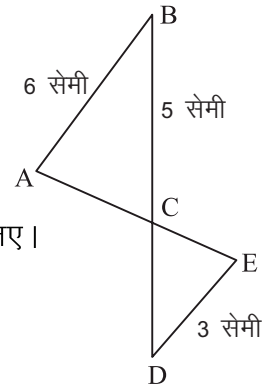
- 21 दिए गई आकृति में, $AB \parallel DC$ तथा विकर्ण AC और BD, बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं। यदि $OA = 3x - 1$, $OB = 2x + 1$, $OC = 5x - 3$ और $OD = 6x - 5$ है, तो x का मान ज्ञात कीजिए।



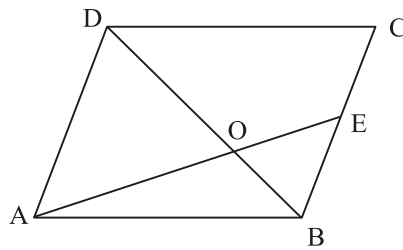
- 22 दिए गई आकृति में, त्रिभुज PQR एक समकोण त्रिभुज है जिसमें $\angle Q = 90^\circ$ है। यदि $XY \parallel QR$, $PQ = 6$ सेमी $PY = 4$ सेमी तथा $PX : XQ = 1 : 2$ है तो PR और QR की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



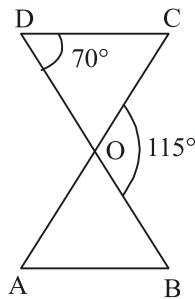
- 23 दिए गई आकृति में, $AB \parallel DE$ है। CD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



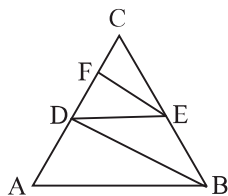
- 24 दिए गई आकृति में, ABCD समांतर चतुर्भुज है। AE रेखा खण्ड BD को 1 : 2 में विभाजित करता है। यदि $BE = 1.5\text{cm}$ हो, तो BC ज्ञात कीजिए।



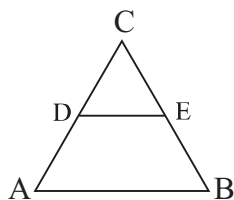
- 25 दिए गई आकृति में, $\triangle ODC \sim \triangle OBA$, $\angle BOC = 115^\circ$ तथा $\angle CDO = 70^\circ$ हो तो ज्ञात कीजिए (i) $\angle DOC$, (ii) $\angle DCO$, (iii) $\angle OAB$ (iv) $\angle OBA$.



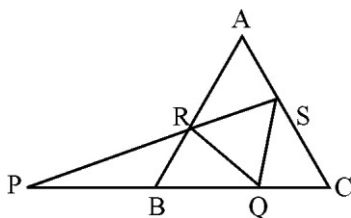
26. दी गई आकृति में, $AB \parallel DE$ तथा $BD \parallel EF$ है, तो सिद्ध कीजिए कि—
 $(DC)^2 = CF \times AC$ है।



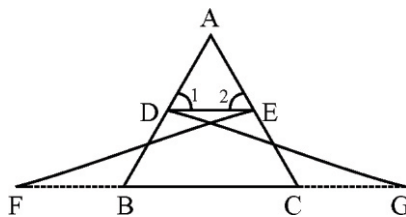
27. दी गई आकृति में यदि $\frac{AD}{DC} = \frac{BE}{EC}$ तथा $\angle CDE = \angle CED$ है तो सिद्ध कीजिए
 ΔCAB समद्विबाहु त्रिभुज है।



28. दी गई आकृति में $QS \parallel BA$, $QR \parallel CA$ तथा $PQ = 10$ से.मी. है। $PB \times PC$ का मान ज्ञात करें।



29. दी गई आकृति में $\Delta FEC \cong \Delta GBD$ तथा $\angle 1 = \angle 2$ है, तो सिद्ध कीजिए कि
 $\Delta ADE \sim \Delta ABC$ है।

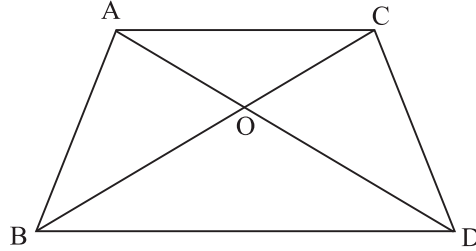


30. त्रिभुज ABC में, $\angle ACB = 90^\circ$ तथा $CD \perp AB$ हो तो सिद्ध कीजिए: $\frac{BC^2}{AC^2} = \frac{BD}{AD}$ है।

31. निम्न आकृति में, $\triangle ABC$ और $\triangle DBC$ एक ही आधार पर BC पर है। AD और BC एक

दूसरे को O पर काटते हैं। सिद्ध कीजिए कि $\frac{\text{क्षेत्रफल}(\triangle ABC)}{\text{क्षेत्रफल}(\triangle DBC)} = \frac{AO}{DO}$ है।

(CBSE 2020)

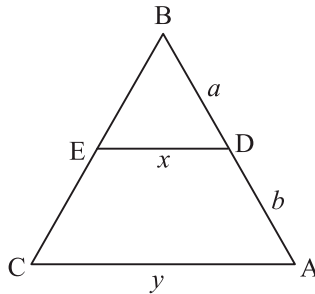


32. यदि AD और PS क्रमशः त्रिभुज ABC तथा त्रिभुज PQR की माध्यिकाएँ हैं, जहाँ $\triangle ABC \sim$

$\triangle PQR$ हो, तो सिद्ध कीजिए $\frac{AB}{PQ} = \frac{AD}{PS}$ है।

33. दिए गई आकृति में, $DE \parallel AC$ है, निम्न में से कौन सा कथन सत्य है?

$$x = \frac{a+b}{ay} \quad \text{या} \quad x = \frac{ay}{a+y}$$



34. यदि तीन समान्तर रेखाओं को दो तिर्यक रेखाएँ काटती हैं, तो सिद्ध कीजिए कि उनके द्वारा तिर्यक रेखाओं पर किए गए अवरोध समानुपाती होते हैं।

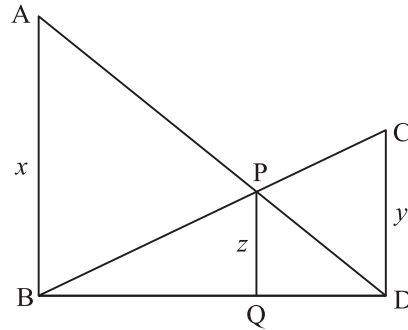
35. एक बिजली के खम्बे पर 6 मी. की ऊँचाई पर एक बल्ब लगाया गया है। अगर 1.5 मी. लम्बी महिला की परछाई 3 मी. हो, तो खम्बे से महिला की दूरी ज्ञात कीजिए।

(NCERT Exemplar)

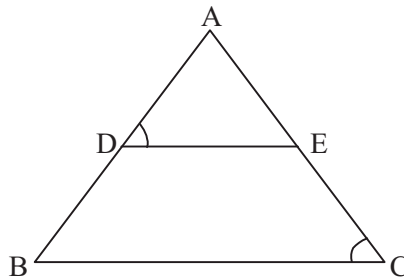
- 36 दो खम्बे जिनकी ऊँचाईयाँ क्रमशः a मीटर तथा b मीटर तथा हैं, आपस में p मीटर की दूरी पर स्थित हैं। सिद्ध कीजिए कि इन खम्बों के शीर्षों को इनके सम्मुख खम्बों के पादों को मिलाने वाली रेखाओं के प्रतिच्छेद बिन्दु की ऊँचाई $\frac{ab}{a+b}$ मीटर है।

- 37 दिए गई आकृति में, $AB \parallel PQ \parallel CD$, $AB = x$, $CD = y$ तथा $PQ = z$ है, तो सिद्ध कीजिए,

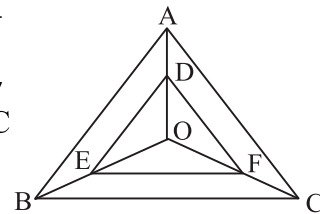
कि $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$ है।



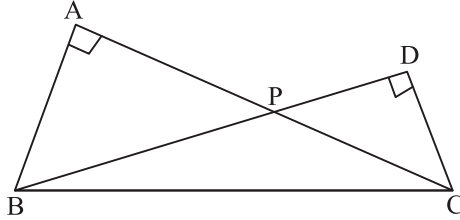
- 38 दिए गई आकृति में, $\angle D = \angle E$ तथा $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ है। सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज BAC एक समद्विबाहु त्रिभुज है।



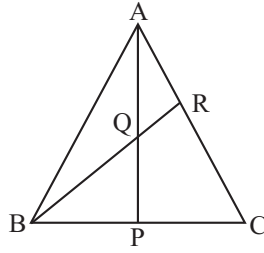
- 39 आकृति में, $\triangle ABC$ के एक आंतरिक बिंदु O को त्रिभुज के शीर्षों से मिलाया गया है। बिंदु D जो AO पर स्थित है, से $DE \parallel AB$ तथा बिंदु E जो OB पर स्थित है, से $EF \parallel BC$ खींची गई है। सिद्ध कीजिए कि $DF \parallel AC$ है।



- 40 समकोण त्रिभुज BAC और BDC क्रमशः A और D पर समकोण बनाती है तथा उभयनिष्ठ भुजा BC के एक ही ओर स्थित हैं। यदि भुजाएँ AC और BD एक दूसरे को P पर काटती हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $AP \times PC = DP \times PB$ है। (CBSE 2019)

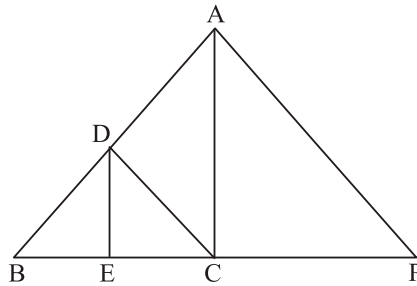


- 41 दी गई आकृति में, P, BC का तथा Q, AP का मध्य बिंदु। यदि BQ बढ़ाने पर AC को R बिन्दु पर काटती है, तो सिद्ध कीजिए कि $RA = \frac{1}{3}CA$ है।

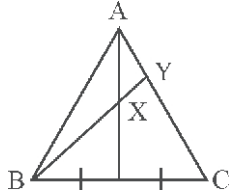


दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

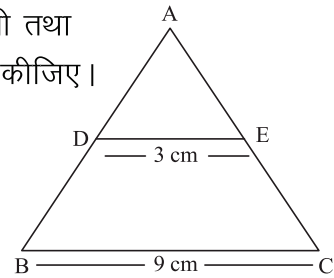
- 42 दिए गई आकृति में, $DE \parallel AC$ तथा $\frac{BE}{EC} = \frac{BC}{CP}$ हों, तो सिद्ध कीजिए कि $DC \parallel AP$ है।



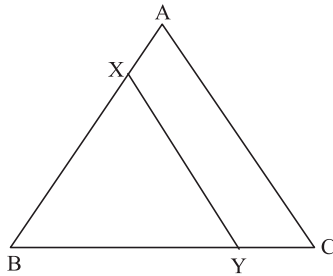
- 43 $\triangle ABC$, AD एक माधिका है, X, AD पर एक ऐसा बिंदु है कि $AX : XD = 2 : 3$ है BX, AC को Y पर काटती है तो सिद्ध कीजिए कि $BX = 4XY$ है।



- 44 दिए गई आकृति में, $DE \parallel BC$, $DE = 3$ सेमी, $BC = 9$ सेमी तथा $\text{ar}(\triangle ADE) = 30$ वर्ग सेमी $\text{ar}(BCED)$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



- 45 दिए गई आकृति में, $XY \parallel AC$ इस प्रकार है कि XY त्रिभुज ABC को दो बराबर क्षेत्रफलों में बाँटता है। सिद्ध कीजिए कि $\frac{AX}{AB} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$ है।



- 46 ABCD एक समांतर चतुर्भुज में शीर्ष D से एक रेखा इस प्रकार खींची गई है कि वह रेखा भुजा BA तथा BC को E तथा F पर प्रतिच्छेद करती है। सिद्ध कीजिए कि

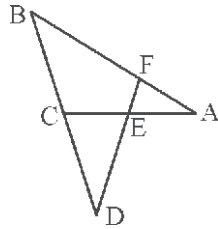
$$\frac{DA}{AE} = \frac{FB}{BE} = \frac{FC}{CD} \text{ है।}$$

47. यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा के समांतर अन्य दो भुजाओं की भिन्न बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करने के लिए एक रेखा खींची जाए, तो सिद्ध कीजिए कि ये अन्य दो भुजाएँ एक ही अनुपात में विभाजित हो जाती हैं।
(CBSE 2019, 2020)

48. समांतर चतुर्भुज ABCD की भुजा CD के मध्य बिंदु M से होकर रेखा BM खींची गई है, जो AC को L पर तथा AD को बढ़ाने पर E पर प्रतिच्छेदित करती है। सिद्ध कीजिए कि $EL = 2BL$ है।

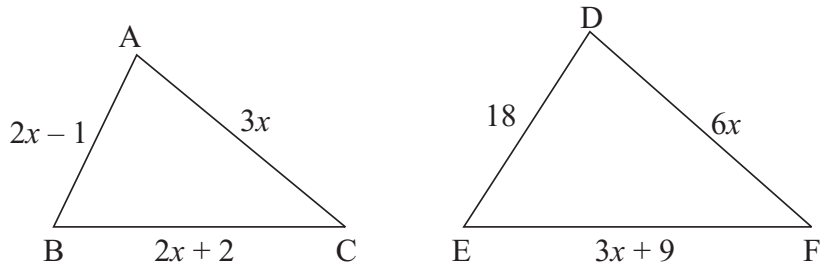
49. दी गई आकृति में, $\angle AEF = \angle AFE$ है तथा E, CA का मध्य बिंदु है। सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{BD}{CD} = \frac{BF}{CE}.$$



50. एक त्रिभुज ABC की भुजाएँ AB और AC तथा माधिका AD एक अन्य त्रिभुज PQR की भुजाओं PQ और PR तथा माधिका PM के क्रमशः समानुपाती हैं। दर्शाइए कि $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ है।

51. आकृति में यदि $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ है तथा उनकी भुजाओं की लंबाइयाँ (सेमी में) उन पर अंकित हैं, तो प्रत्येक त्रिभुज की भुजाओं की लंबाई ज्ञात कीजिए।



- 52 दो समरूप त्रिभुजों का परिमाण क्रमशः 30 सेमी और 20 सेमी हैं। यदि प्रथम त्रिभुज की एक भुजा 9 सेमी लंबी है, तो दूसरे त्रिभुज की संगत भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।
- 53 यदि, $\triangle ABC$ में D, BC पर एक बिंदु इस प्रकार है कि $\frac{BD}{DC} = \frac{AD}{DC}$ है, तो दर्शाइए AD, $\angle A$ का समद्विभाजक है।

उत्तर और संकेत

1. (i) समरूप (v) समानुपाती
 (ii) $\frac{AB}{FE} = \frac{BC}{ED}$ (vi) 90°
 (iii) सर्वांगसम
 (iv) एक ही
2. (i) असत्य (ii) असत्य (iii) सत्य (iv) सत्य (v) असत्य
3. (a) (iii) AAA समरूपता कसौटी
 (b) (iv) SSS समरूपता कसौटी
 (c) (i) SAS समरूपता कसौटी
4. (B) $XY = \frac{1}{3} QR$
5. (A) 15 मात्रक
6. (C) $BC \cdot DE = AB \cdot EF$
7. मुख्य बिन्दु 3(i) का बिन्दु देखो।
8. $\triangle KPN \sim \triangle KLM$
- $$\frac{z}{a} ; \frac{c}{b+c} \Rightarrow x = \frac{ac}{b+c}$$
9. $\frac{AK}{AC} = \frac{HK}{BC} \Rightarrow \frac{10}{AC} = \frac{7}{3.5} \Rightarrow AC=5$ सेमी
10. $\angle D = \angle R$ (सत्य)
 $\angle F = \angle P$ (असत्य)
11. 5 : 7

$$12 \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{6}{4.5} = \frac{4}{x} \quad x=3 \text{ सेमी}$$

$$13 \Delta PXY \sim \Delta PQR$$

$$\frac{PX}{PQ} = \frac{XY}{QR} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore XY : QR = 1:3$$

$$14 \frac{x+3}{3x+19} = \frac{x}{3x+4} = (\text{:BPT})$$

$$x=2$$

$$15 \angle F = \angle C = 56^\circ$$

$$16 \quad 2:3$$

$$17. \frac{BD}{AB} = \frac{CE}{AC}$$

ब्युत्क्रम में से 1 घटाने पर

$$\frac{AB}{BD} - 1 = \frac{AC}{CE} - 1$$

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$$

$$\Rightarrow DE \parallel BC$$

$$18 \quad DE \parallel AC, \quad \frac{AD}{DB} = \frac{EC}{BE} - (1) \quad (\text{:BPT})$$

$$DC \parallel AP, \quad \frac{AD}{DB} = \frac{CP}{BC} - (2) \quad (\text{:BPT})$$

$$(1) \text{ और } (2) \text{ से, } \frac{BE}{EC} = \frac{BC}{CP}$$

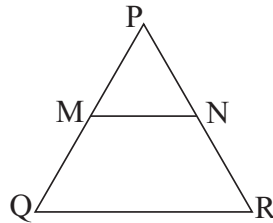
$$19 \quad \Delta PQR \text{ में, } MN \parallel QR$$

$$\Rightarrow \frac{MQ}{PM} = \frac{NR}{PN}$$

दोनों तरफ 1 जोड़ने पर

$$= \frac{PQ}{PM} = \frac{PR}{PN}$$

$$\Rightarrow \frac{PM}{PQ} = \frac{PN}{PR}$$



$$20 \quad \angle B = \angle AED \text{ (दिया है)}$$

$$\angle A = \angle A \text{ (उभयनिष्ठ)}$$

$$\Delta ABC \sim \Delta AED \text{ (AA समरूपता कसौटी)}$$

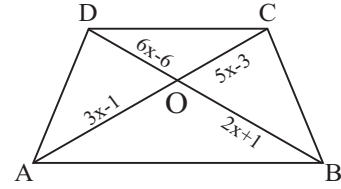
21 $EO \parallel AB$ खींचो, $\frac{DE}{EA} = \frac{DO}{OB}$ ($\triangle ADB$ में)

और $\frac{DE}{EA} = \frac{OC}{OA}$ ($\triangle ACD$ में)

$$\frac{3x-1}{5x-3} = \frac{2x+1}{6x-5} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ or } 2$$

परन्तु $x = \frac{1}{2}$ पर $(5x-3)$ का एक ऋणात्मक मान आता है, जोकि असंभव है।

अतः x का अभीष्ट मान 2 है।



22 $\frac{PX}{XQ} = \frac{PY}{YR} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{4}{YR} \Rightarrow YR = 8$ सेमी

$\therefore PR = 8 + 4 = 12$ सेमी

$$QR = \sqrt{(12)^2 - (6)^2} = \sqrt{6} \quad 3 \text{ सेमी}$$

23 $\triangle ABC \sim \triangle EDC$ (AA समरूपता कसौंटी)

$$\frac{6}{3} = \frac{5}{CD}$$

$CD = 2.5$ सेमी

24 $\triangle BOE \sim \triangle DOA$ (AA समरूपता कसौंटी)

$$\frac{BO}{DO} = \frac{BE}{DA}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1.5}{DA}$$

$DA = 3$ सेमी

$BC = DA = 3$ सेमी (समांतर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ)

25 (i) 65° (ii) 45°
(iii) 45° (iv) 70°

26. In $\triangle CAB$, $DE \parallel AB$

$$\Rightarrow \frac{DC}{AC} = \frac{CE}{BC} \dots(1)$$

In $\triangle CDB$, $BD \parallel EF$

$$\frac{CF}{DC} = \frac{CE}{BC} \dots(2)$$

$$\Rightarrow \frac{DC}{AC} = \frac{CF}{AC}$$

$$\Rightarrow (DC)^2 = CF \times AC$$

27. ΔCAB में

$$\Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{BE}{EC}$$

$$\Rightarrow DE \parallel AB$$

$$\Rightarrow \angle A = \angle D; \angle B = \angle E$$

$$\Rightarrow \angle A = \angle B$$

$\Rightarrow \Delta ABC$, समद्विबाहु त्रिभुज है।

28. ΔPSQ में,

$$\frac{PB}{PQ} = \frac{PR}{PS} \dots(1)$$

ΔPSC में,

$$\frac{PQ}{PC} = \frac{PR}{PS}$$

$$\frac{PQ}{PC} = \frac{PB}{PQ}$$

$$\Rightarrow PB \times PC = (PQ)^2$$

$$\Rightarrow PB \times PC = 100 \text{ से.मी.}^2$$

29. $EC = BD$ ($\because \Delta FEC \cong \Delta GBD$)

$$AD = AE$$
 ($\because \angle 1 = \angle 2$)

$$\frac{AE}{EC} = \frac{AD}{BD}$$

$$\Rightarrow DE \parallel BC$$

$$\Rightarrow \Delta ADE \sim \Delta ABC$$

30. $\Delta ABC \sim \Delta CBD$

$\therefore BC^2 = AB \cdot BD$... (1)

$\Delta ABC \sim \Delta ACD$

$\therefore AC^2 = AB \cdot BD$... (2)

1 को 2 से भाग करने पर,

$$\frac{BC^2}{AC^2} = \frac{BD}{AD}$$

31. $AX \perp BC$ और $DY \perp BC$ खींचिए।

$$\frac{\text{ar}(\Delta ABC)}{\text{ar}(\Delta DBC)} = \frac{\frac{1}{2} \times BC \times AX}{\frac{1}{2} \times BC \times DY} = \frac{AX}{DY} \quad \dots (1)$$

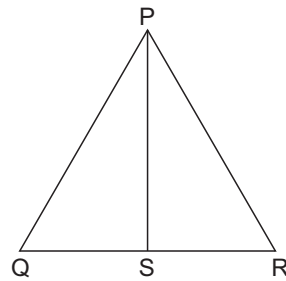
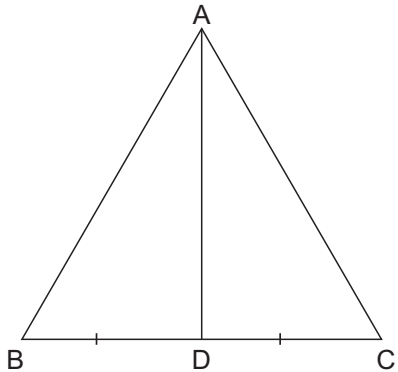
$\Delta AXO \sim \Delta DYO$ (AA समरूपता कसौटी)

$$\frac{AX}{DY} = \frac{AO}{DO} \quad - (2) \text{ (C.P.S.T.)}$$

(1) और (2) से,

$$\frac{\text{ar}(ABC)}{\text{ar}(DBC)} = \frac{AO}{DO}$$

32



$\Delta ABC \sim \Delta PQR$ (दिया है)

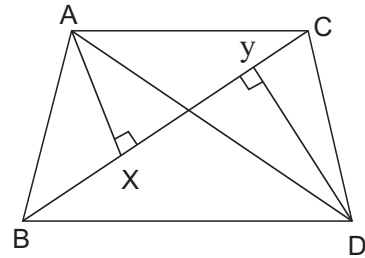
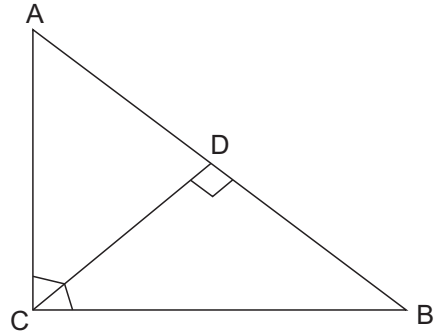
अतः $\angle B = \angle Q$ और $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{\frac{1}{2} BC}{\frac{1}{2} QR} = \frac{BD}{QS}$

ΔABD और ΔPQS में,

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BD}{QS} \quad \text{और} \quad \angle B = \angle Q$$

$\Delta ABD \sim \Delta PQS$ (SAS समरूपता कसौटी)

अतः $\frac{AB}{PQ} = \frac{AD}{PS}$ (C.P.S.T)



33 $\triangle BED \sim \triangle BCA$

$$\frac{x}{y} = \frac{a}{a+b}$$

$$\Rightarrow x = \frac{ay}{a+b}$$

34. $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$

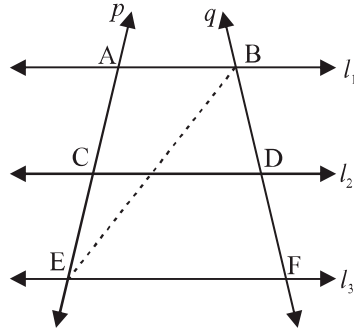
रचना: BE को मिलायें
 $\triangle ABE$ में

$$\frac{AC}{CE} = \frac{BX}{XE} \dots(1)$$

$\triangle BEF$ में

$$\frac{BX}{XE} = \frac{BD}{DF} \dots(2)$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{CE} = \frac{BD}{DF}$$



35 $\triangle ABE \sim \triangle CDE$

$$\frac{AB}{CD} = \frac{BE}{DE}$$

$$\frac{6}{1.5} = \frac{3+BD}{3}$$

$$BD = 9 \text{ मी.}$$

36 सिद्ध करना है: $EF = \frac{ab}{a+b}$

उत्पत्ति: $AB \parallel EF \parallel DC$

$\triangle EFC \sim \triangle ABC$

$$\frac{EF}{AB} = \frac{FC}{BC} \dots(1)$$

$\triangle BFE \sim \triangle BCD$

$$\frac{EF}{CD} = \frac{BF}{BC} \dots(2)$$

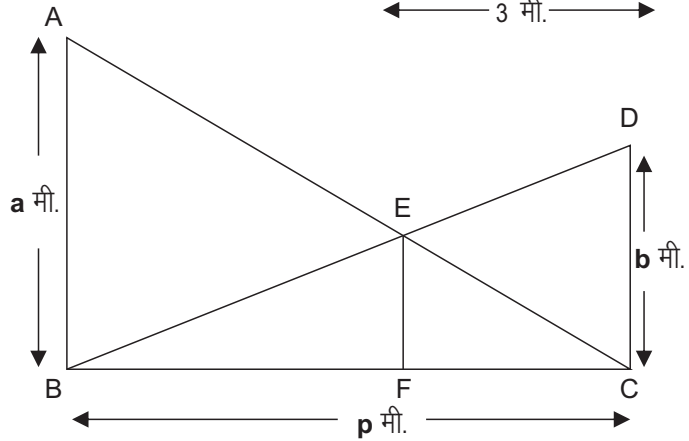
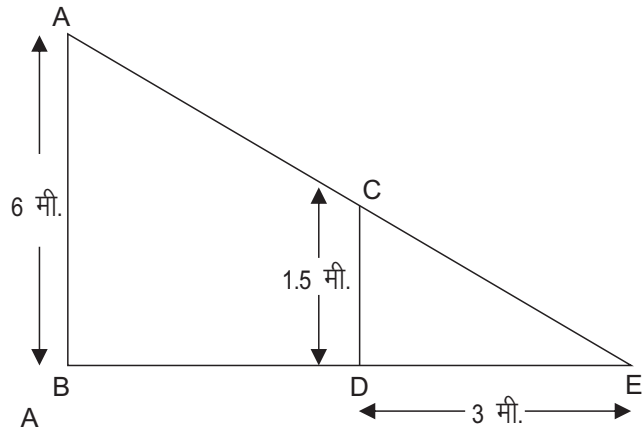
(1) और (2) को जोड़ने पर,

$$\frac{EF}{AB} + \frac{EF}{CD} = \frac{FC+BF}{BC}$$

$$EF \left[\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} \right] = \frac{BC}{BC}$$

$$EF \left[\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right] = 1$$

$$EF = \frac{ab}{a+b}$$



37 प्र. 35 की तरह हल करना है।

$$38 \quad \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

∴ BPT के विलोमानुसार, $DE \parallel BC$ है।

$\angle PQR = \angle PST$ (एकांतर अतं कोण) $\angle D = \angle B$ & $\angle E = \angle C$ (संगत कोण)

परंतु $\angle D = \angle E$

अतः $\angle B = \angle C$

∴ $AB = AC$

अतः $\triangle ABC$, एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

$$39 \quad \triangle OAB \text{ में, } \frac{OD}{DA} = \frac{OE}{EB} \text{ - (1) } (\because \text{BPT})$$

$$\triangle OBC \text{ में, } \frac{OE}{EB} = \frac{OF}{FC} \text{ - (2) } (\because \text{BPT})$$

(1) और (2) से,

$$\frac{OD}{DA} = \frac{OF}{FC}$$

BPT के विलोमानुसार, $DF \parallel AC$ हैं

40 $\triangle APB \sim \triangle DPC$ (AA समरूपता कसौंटी)

$$\frac{AP}{DP} = \frac{PB}{PC} \quad (\because \text{C.P.S.T.})$$

$$AP \cdot PC = DP \cdot PB.$$

41. रचना: $PS \parallel BR$

$\triangle CBR$ में

$PS \parallel BR$

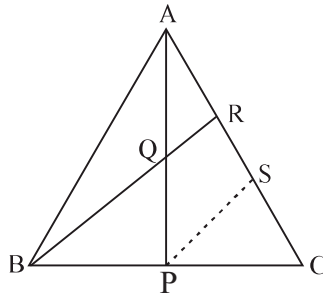
$$\Rightarrow CS = SR \dots (1)$$

$\triangle APS$

$$AR = RS \dots (2)$$

(1) और (2) से

$$AR = \frac{1}{3} AC$$



42. $\triangle BCA$ बनायें

$$\frac{BE}{EC} = \frac{BD}{DA} \text{ तथा } \frac{BE}{EC} = \frac{BC}{CP} \text{ (दिया है)}$$

$$\Rightarrow \frac{BD}{DA} = \frac{BC}{CP}$$

$$\Rightarrow DC \parallel AP$$

43. $DZ \parallel BY$ बनायें

$$\triangle AXY \sim \triangle ADZ$$

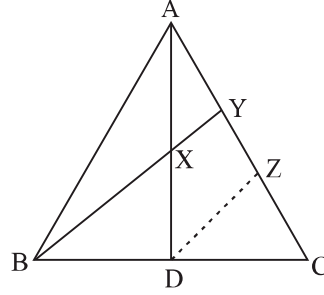
$$\Rightarrow \frac{AX}{AD} = \frac{XY}{DZ}$$

$$\Rightarrow 2DZ = 5XY$$

$$\text{अब, } \triangle CDZ \sim \triangle CBY$$

$$\frac{CD}{CB} = \frac{DZ}{BY}$$

$$\Rightarrow BX = 4XY$$



44 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

$$\frac{\text{ar}(\triangle ADE)}{\text{ar}(\triangle ABC)} = \left(\frac{DE}{BC}\right)^2$$

$$\frac{30}{\text{ar}(\triangle ABC)} = \left(\frac{3}{9}\right)^2$$

$$\therefore \text{ar}(\triangle ABC) = 270 \text{ वर्ग सेमी}$$

$$\text{ar}(BCED) = \text{ar}(\triangle ABC) - \text{ar}(\triangle ADE)$$

$$= 270 - 30 = 240 \text{ वर्ग सेमी}$$

45 दिया है, $\text{ar}(\triangle BXY) = \text{ar}(AXYC)$

$$\text{ar}(\triangle ABC) = \text{ar}(ABXY) + \text{ar}(AXYC)$$

$$= 2 \text{ ar}(\triangle BXY)$$

$$\frac{\text{ar}(\triangle ABC)}{\text{ar}(BXY)} = \frac{2}{1}$$

$$\Delta ABC \sim \Delta XBY$$

$$\left(\frac{AB}{XB}\right)^2 = \frac{\text{ar}(ABC)}{\text{ar}(BXY)}$$

$$\frac{AB}{XB} = \sqrt{2}$$

$$\frac{XB}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$1 - \frac{XB}{AB} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{AB - XB}{AB} = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}}$$

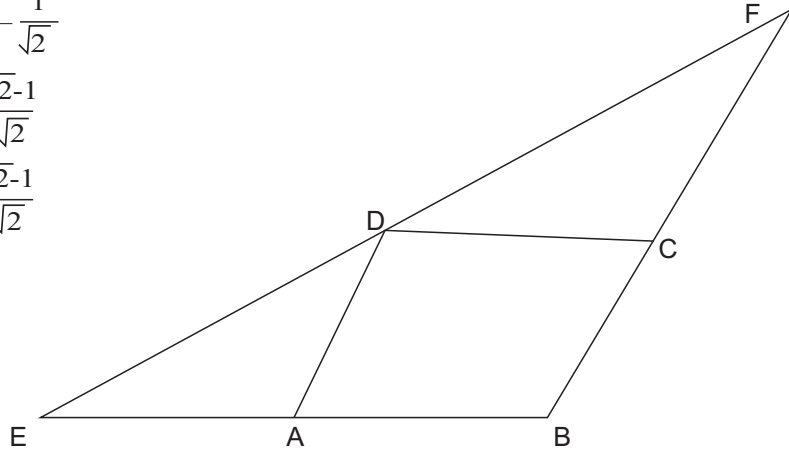
$$\frac{AX}{AB} = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}}$$

46. $\Delta EAD \sim \Delta EBF$

$$\frac{EA}{EB} = \frac{AD}{BF}$$

$$\frac{BF}{BE} = \frac{AD}{AE}$$

$$\frac{BF}{BE} = \frac{AD}{AE} = \frac{BF - AD}{BE - AE} = \frac{BF - BC}{BA} = \frac{CF}{DC}$$



47. NCERT की प्रमेय 6.1

48. $\Delta BMC \cong \Delta EMD$

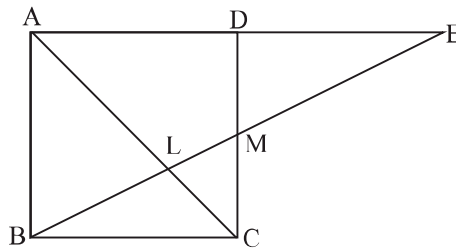
$$BC = DE$$

$$\text{तथा } AD = BC$$

$$\Rightarrow AE = 2BC$$

$$\text{अब, } \Delta AEL \sim \Delta CBL$$

$$\Rightarrow EL = 2BL$$



49. रचना $CM \parallel DF$,

$\triangle ACM$ में,

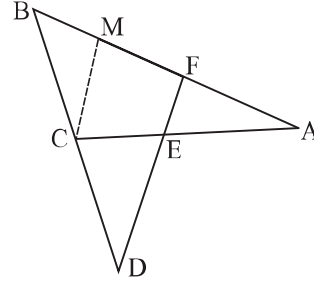
$EF \parallel CM$

$$\Rightarrow \frac{AE}{CE} = \frac{AF}{FM}$$

$$\Rightarrow CE = MF$$

$\triangle BDF$ में,

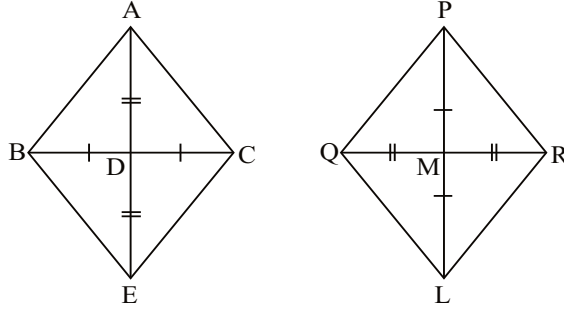
$$\frac{BD}{CD} = \frac{BF}{MF} \Rightarrow \frac{BD}{CD} = \frac{BF}{CE}$$



50 $\triangle ABC$ और $\triangle PQR$ में

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR} = \frac{AD}{PM} \quad \dots(1)$$

AD को बिन्दु तक बढ़ाइए ताकि $AD = DE$ और PM का बिन्दु L तक जिसमें $PM = ML$



\therefore चतुर्भुज ABEC और PQLR समांतर चतुर्भुज है। (\because विकर्ण समद्विभाजित करते हैं)

$$\left. \begin{array}{l} \therefore AC = BE, AB = EC \\ \therefore PR = QL, PQ = LR \end{array} \right\} \dots(2)$$

(1) और (2) से

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BE}{QL} = \frac{2AD}{2PM} = \frac{AE}{PL}$$

$$\begin{array}{l} \therefore \triangle ABE \sim \triangle PQL \\ \therefore \angle BAE = \angle QPL \end{array} \quad \dots(3)$$

इसी तरह, $\triangle AEC \sim \triangle PLR$

$$\Rightarrow \angle CAE = \angle RPL \quad \dots(4)$$

$$\Rightarrow \angle CAB = \angle RPQ \quad ((3) \text{ व } (4) \text{ से})$$

$\therefore \triangle ABC$ और $\triangle PQR$ में

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR} \text{ और } \angle CAB = \angle RPQ \text{ अतः } \triangle ABC \sim \triangle DEF$$

$$51 \quad \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD} \quad (\triangle ABC \sim \triangle DEF)$$

$$\frac{2x-1}{18} = \frac{2x+2}{3+9} = \frac{3x}{6x}$$

हल करने पर, $x=5$

$$\therefore AB=9 \text{ cm } BC=12 \text{ cm } AC=15 \text{ cm}$$

$$DE=18 \text{ cm } EF=24 \text{ cm } FD=30 \text{ cm}$$

$$52 \quad \triangle ABC \sim \triangle DEF$$

$$\therefore \frac{CB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = k$$

$$\Rightarrow AB=kDE, BC=kEF, AC=kDF$$

$$\therefore AB+BC+AC=k(DE+EF+DF)$$

$$\therefore \frac{50}{20} ; \frac{9}{z} \Rightarrow x=6 \text{ cm}$$

53. रचना: BA को L तक इस प्रकार बढ़ाये कि $AL=AC$ हो, CL को मिलायें।

$\triangle ACL$ में

$$\angle 3 = \angle 4$$

$\triangle BCL$ में

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AL} \quad (\because AC=AL)$$

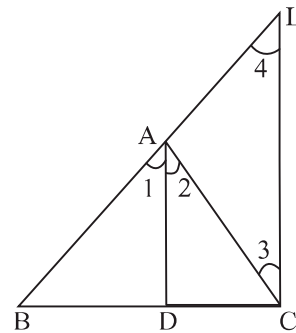
$DA \parallel CL$

$$\Rightarrow \angle 1 = \angle 4$$

$$\angle 2 = \angle 3$$

$$\Rightarrow \angle 1 = \angle 2$$

अतः, AD, $\angle A$ का समद्विभाजक है



अभ्यास प्रश्न-पत्र

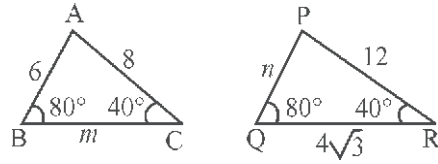
त्रिभुज

समय : 45 मिनट

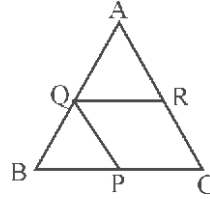
अंक-20

भाग-क

1. दिए गए चित्र में, $\Delta ABC \sim \Delta PQR$, तो $(m+n)$ ज्ञात करें 1



2. दिए गए चित्र में, $DE \parallel QR$, $PQ = 5.6$ cm, $PD = 1.6$ cm, $PE : ER$ ज्ञात कीजिए। 1



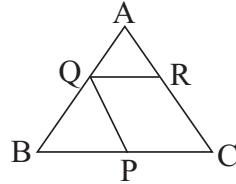
3. ΔABC में $AB = 3$ cm, $BC = 2$ cm और $CA = 2.5$ cm है। $\Delta PQR \sim \Delta ABC$ तथा $QR = 6$ cm, तो ΔPQR का परिमाप ज्ञात कीजिए। 1

4. यदि त्रिभुज ABC और DEF में, $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{FD}$, तो 1

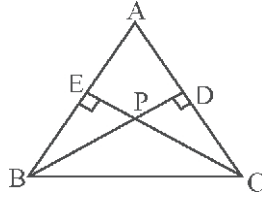
- (a) $\Delta BCA \sim \Delta FDE$ (b) $\Delta FDE \sim \Delta ABC$
 (c) $\Delta CBA \sim \Delta FDE$ (d) $\Delta FDE \sim \Delta CAB$

भाग-ख

5. दिए गए चित्र में $QR \parallel BC$ तथा $QP \parallel AC$, यदि $PB = 12$ cm, $PC = 20$ cm तथा $AR = BQ = 15$ cm हो तो AQ तथा CR ज्ञात करें। 2



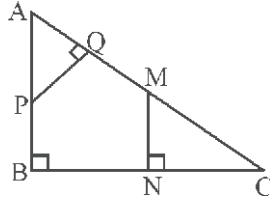
6. दिए गए चित्र में $BD \perp AC$ तथा $CE \perp AB$ सिद्ध कीजिए $BP \times PD = EP \times PC$ 2



7. एक समलम्ब का एक विकर्ण, दूसरे विकर्ण को 1 : 3 में बाँटता है। तो सिद्ध कीजिए कि समांतर भुजाओं में से एक भुजा, दूसरी की तीन गुणा है। 2

भाग-ग

8. दिए गए चित्र में यदि $AB \perp BC$, $PQ \perp AC$ तथा $MN \perp BC$, तो सिद्ध कीजिए 3
 $\Delta APQ \sim \Delta MCN$.



9. समांतर चतुर्भुज ABCD की बढ़ाई गई भुजा AD पर स्थित E एक बिन्दु है तथा BE भुजा CD को F पर प्रतिच्छेद करती है। दर्शाइए कि $\Delta ABE \sim \Delta CFB$ 3

भाग-घ

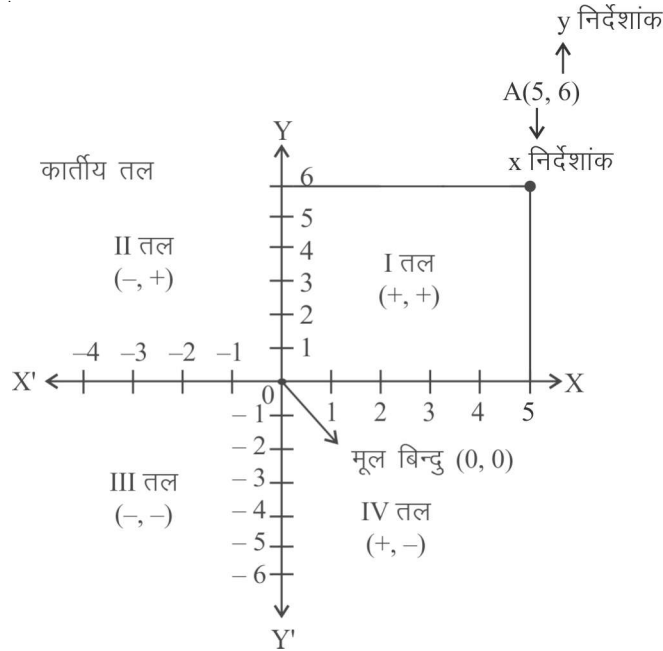
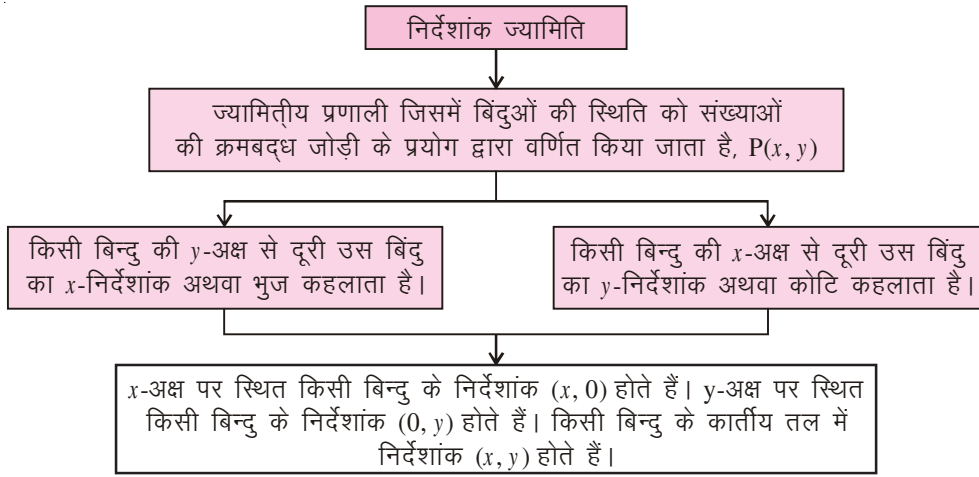
10. आधारभूत आनुपातिकता प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए। 4

7

अध्याय

निर्देशांक ज्यामिति

1. महत्त्वपूर्ण बिन्दु:



2. दूरी सूत्र

दो बिन्दुओं के बीच की दूरी मापना

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

(A व B) के मध्य दूरी

3. एक बिंदु की मूल बिंदु से दूरी

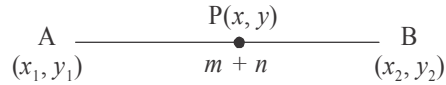
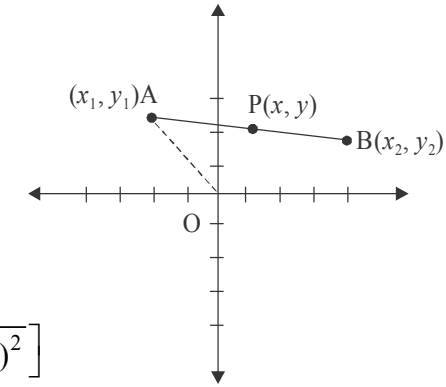
$$OA = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \quad [OA = \sqrt{(x_1 - 0)^2 + (y_1 - 0)^2}]$$

4. मध्य बिंदु सूत्र (दो बिंदुओं को मिलाने वाले रेखाखण्ड के मध्य बिन्दु के निर्देशांक)

$$P(x, y) = \left[\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right]$$

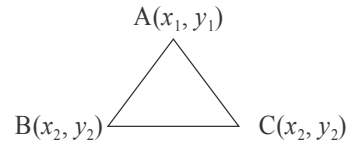
5. एक बिंदु जो अन्य बिंदुओं A(x₁, y₁) व B(x₂, y₂) को मिलाने वाले रेखाखण्ड AB को m : n में आंतरिक रूप से विभाजित करता है।

$$P(x, y) = P \left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right)$$



6. ΔABC के केन्द्रक के निर्देशांक

$$\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$$



अति लघु उत्तरीय प्रश्न

रिक्त स्थान भरें—

1. किसी बिंदु की y-अक्ष से दूरी कहलाती है।
2. किसी बिन्दु की x-अक्ष से दूरी निर्देशांक या कोटि कहलाती है।
3. एक बिंदु (5, 0) अक्ष पर स्थित होगा।
4. एक बिंदु जो y-अक्ष पर स्थित है के रूप का होगा।
5. $ax + by + c = 0$ के रूप की रैखिक समीकरण को ग्राफीय प्रदर्शित करने पर प्राप्त होगी।
6. एक बिंदु P(x, y) की मूल बिंदु से दूरी है।

7. बिंदु P की y -अक्ष से दूरी 3 इकाई है व यह x -अक्ष पर y -अक्ष के बाएँ में स्थित है। P के निर्देशांक हैं—
- (i) (3, 0) (ii) (0, 3)
 (iii) (-3, 0) (iv) (0, -3)
8. y -अक्ष से बिंदु P(3, -2) के दूरी है—
- (i) 3 इकाई (ii) 2 इकाई
 (iii) -2 इकाई (iv) $\sqrt{13}$ इकाई
9. दो बिंदुओं के निर्देशांक (6, 0) व (0, -8) हैं। इन्हें मिलाने वाले रेखाखण्ड के मध्यबिंदु के निर्देशांक हैं—
- (i) (3, 4) (ii) (3, -4)
 (iii) (0, 0) (iv) (-4, 3)
10. यदि बिंदुओं P(4, 0) व Q(0, x) के बीच की दूरी 5 इकाई है तो x का मान है—
- (i) 2 (ii) 3
 (iii) 4 (iv) 5
11. उस बिंदु के निर्देशांक, जहाँ रेखा $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 7$, y -अक्ष को प्रतिच्छेद करती है, हैं—
- (i) (a , 0) (ii) (0, b)
 (iii) (0, $7b$) (iv) ($2a$, 0)
12. एक त्रिभुज ABC जिसका निर्देशांक A(4, 0), B(0, -7) व O(0, 0) हैं, का क्षेत्रफल होगा—
- (i) 11 वर्ग इकाई (ii) 18 वर्ग इकाई
 (iii) 28 वर्ग इकाई (iv) 14 वर्ग इकाई
13. दो बिंदुओं $P\left(-\frac{11}{3}, 5\right)$ व $Q\left(-\frac{2}{3}, 5\right)$ के बीच की दूरी है—
- (i) 6 इकाई (ii) 4 इकाई
 (iii) 3 इकाई (iv) 2 इकाई
14. उस बिन्दु के निर्देशांक क्या होंगे जो बिन्दु (-3, 5) का x -अक्ष पर प्रतिबिम्ब होगा।
- (i) (3, 5) (ii) (3, -5)
 (iii) (-3, 5) (iv) (-3, -5)

15. त्रिभुज ABC में शीर्ष A के निर्देशांक $(-4, 2)$ हैं व एक बिंदु D, जो BC का मध्यबिंदु है, के निर्देशांक $(2, 5)$ हैं। ΔABC के केन्द्रक के निर्देशांक होंगे—

(i) $(0, 4)$ (ii) $\left(-1, \frac{7}{2}\right)$

(iii) $\left(-2, \frac{7}{3}\right)$ (iv) $(0, 2)$

16. दो रेखाओं $2x + 4 = 0$ व $x - 5 = 0$ के बीच की दूरी है—

(i) 9 इकाई (ii) 1 इकाई

(iii) 5 इकाई (iv) 7 इकाई

17. एक त्रिभुज, जिसके शीर्षों के निर्देशांक $(0, 0)$, $(2, 0)$ व $(0, 2)$ हैं, का परिमाण है—

(i) 4 इकाई (ii) 6 इकाई

(iii) $6\sqrt{2}$ इकाई (iv) $4 + 2\sqrt{2}$ इकाई

18. यदि $(9, a)$, $(b, -4)$ व $(7, 8)$ से बनने वाले त्रिभुज के केन्द्रक के निर्देशांक $(6, 8)$ हैं तो a व b के मान हैं—

(i) $a = 4, b = 5$ (ii) $a = 5, b = 4$

(iii) $a = 5, b = 2$ (iv) $a = 20, b = 2$

19. किसी वृत्त का केन्द्र जिसके व्यास के अंतबिन्दु $(-4, 2)$ तथा $(4, -3)$ हो

(i) $(2, -1)$ (ii) $(0, -1)$

(iii) $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$ (iv) $\left(4, -\frac{1}{2}\right)$ (CBSE 2020 बुनियादी)

20. बिन्दु $(0, 0)$ तथा $(a - b, a + b)$ के बीच की दूरी

(i) $2\sqrt{ab}$ (ii) $\sqrt{2a^2 + ab}$

(iii) $2\sqrt{a^2 + b^2}$ (iv) $\sqrt{2a^2 + 2b^2}$ (CBSE 2020 बुनियादी)

लघु उत्तरीय प्रश्न-I

21. P के किस मान के लिए $(2, 1)$, $(p, -1)$ व $(-1, 3)$ संरेखी होंगे?

22. एक समान्तर चतुर्भुज के तीन शीर्षों के निर्देशांक $(-2, -1)$, $(1, 0)$ और $(4, 3)$ हैं तो चौथे शीर्ष के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020 बुनियादी)
23. बिन्दुओं $(1, -2)$ और $(-3, 4)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को समात्रिभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक बताइये।
24. एक Δ की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं के निर्देशांक $(3, 4)$, $(4, 1)$ और $(2, 0)$ हैं Δ के शीर्ष ज्ञात कीजिए।
25. किसी वृत्त का केन्द्र $(4, 4)$ पर है। यदि इस वृत्त के व्यास का एक अंतबिन्दु $(4, 0)$ हो तो व्यास के दूसरे अंतबिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020, मानक)
26. वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें बिन्दु $P(4, m)$ बिन्दुओं $A(2, 3)$ तथा $B(6, -3)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को विभाजित करता है। m का मान भी ज्ञात कीजिए। (CBSE 2019)
27. दर्शाइए कि बिन्दु $(-2, 3)$, $(8, 3)$ और $(6, 7)$ एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष हैं।
28. y -अक्ष पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं $(5, -2)$ तथा $(-3, 2)$ से समदूरस्थ हो। (CBSE 2019)
29. वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें y अक्ष बिन्दुओं $A(5, -6)$ तथा $B(-1, -4)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को बांटता है।
30. उस त्रिभुज के केन्द्र के निर्देशांक बताइये जिसके शीर्ष $(3, -5)$, $(-7, 4)$ $(10, -2)$ हैं।
31. x व y के बीच संबंध बताएँ यदि बिंदु (x, y) बिन्दुओं $(7, 1)$ व $(3, 5)$ से समदूरस्थ है।
32. वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें x अक्ष बिन्दुओं $(1, -3)$ तथा $(4, 5)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को बांटता है। x अक्ष पर स्थित उस बिन्दु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020, मानक)
33. a का मान ज्ञात करें यदि बिंदु $(3, 5)$ व $(7, 1)$ बिंदु $(a, 0)$ से समान दूरी पर स्थित हैं।
34. बिन्दु $A(4, 3)$ तथा $B(x, 5)$ वृत्त पर स्थित है और वृत्त के केन्द्र के निर्देशांक $O(2, 3)$ हैं तो x का मान ज्ञात कीजिए।

35. एक त्रिभुज के तीनों शीर्षों के निर्देशांक $A(5, 1)$, $B(1, 5)$ तथा $C(-3, -1)$ हैं तो त्रिभुज की मध्यिका की लम्बाई ज्ञात कीजिए यदि मध्यिका शीर्ष A से होकर गुजरती है।
(CBSE 2020, मानक)
36. निर्देशांक $A(-5, 6)$, $B(-4, -2)$ व $C(7, 5)$ से बनने वाले त्रिभुज का प्रकार बताएँ।
(NCERT Exemplar)
37. x -अक्ष पर उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात करें जो बिंदु $(7, -4)$ से $2\sqrt{5}$ इकाई की दूरी पर स्थित है। इस प्रकार के कितने बिंदु होंगे?
(NCERT Exemplar)
38. एक रेखा y -अक्ष तथा x -अक्ष पर क्रमशः स्थित बिन्दु P तथा Q पर प्रतिच्छेद करती है। यदि PQ का मध्यबिन्दु $(2, -5)$ हो तो P तथा Q के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
(CBSE 2017)
39. बिन्दु $A(-2, 1)$, $B(a, 0)$, $C(4, b)$, $D(1, 2)$ समांतरचतुर्भुज $ABCD$ के शीर्ष हैं। a तथा b का मान ज्ञात कीजिए। इस चतुर्भुज की भुजाओं की लंबाई भी ज्ञात कीजिए।
(CBSE 2018)
40. यदि बिंदु P व Q बिन्दुओं $A(2, -2)$ व $B(-7, 4)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को समत्रिभाजित करते हैं व P, A के निकट है तो P व Q के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

लघुउत्तरीय प्रश्न-II

41. बिन्दुओं $A(2, 1)$ तथा $B(5, -8)$ को मिलाने वाले रेखाखण्ड को P तथा Q इस प्रकार विभाजित करते हैं कि यदि बिन्दु P , रेखा $2x - y + K = 0$ पर भी स्थित है तो K का मान ज्ञात कीजिए।
(CBSE 2019)
42. वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें रेखा $x - 3y = 0$ बिन्दुओं $(-2, -5)$ व $(6, 3)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को विभाजित करती है। प्रतिच्छेदित बिंदु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए।
43. बिन्दु A बिन्दुओं $X(6, -6)$ व $Y(-4, -1)$ को मिलाने वाले रेखाखंड पर इस प्रकार स्थित है कि $\frac{XA}{XY} = \frac{2}{5}$ है। यदि बिंदु A रेखा $3x + K(y + 1) = 0$ पर भी स्थित है तो K का मान ज्ञात कीजिए।
44. बिन्दुओं $A(-2, 4)$ तथा $B(1, 7)$ को जोड़ने वाली रेखाखण्ड को रेखा $x + 3y - 14 = 0$ किस अनुपात में विभाजित करती है?
45. बिन्दुओं $(5, -8)$, $(2, -9)$ तथा $(2, 1)$ से गुजरने वाले वृत्त के केन्द्र के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

46. बिन्दु P, बिन्दुओं A(2, 1) व B(5, -8) को मिलाने वाले रेखाखंड को इस प्रकार विभाजित करता है कि $\frac{AP}{PB} = \frac{1}{3}$ है। बिन्दु P ज्ञात कीजिए।
47. यदि बिन्दु P(x, y) की A(5, 1) तथा B(-1, 5) से दूरी बराबर हो तो सिद्ध कीजिए $3x = 2y$. (CBSE 2017)
48. वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें बिन्दु $\left(\frac{24}{11}, y\right)$ बिन्दुओं P(2, -2) तथा Q(3, 7) को मिलाने वाले रेखाखंड को विभाजित करता है। (CBSE 2017)
49. यदि A(-3, 2), B(x, y) तथा C(1, 4) एक समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष हैं व $AB = BC$ है तो $(2x + y)$ का मान ज्ञात कीजिए।
50. यदि बिन्दु P(3, 4), बिन्दुओं A(a + b, b - a) तथा B(a - b, a + b) से समदूरस्थ है तो सिद्ध कीजिए कि $3b - 4a = 0$ है।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

51. एक त्रिभुज के तीनों शीर्ष तथा केन्द्रक के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। यदि त्रिभुज के तीनों भुजाओं के मध्य बिन्दु के निर्देशांक क्रमशः (3, 1), (5, 6) तथा (-3, 2) हैं। (CBSE 2020 मानक)
52. यदि P(x, y), A(a, 0) तथा B(0, b) को मिलाने वाले रेखाखंड पर स्थित एक बिन्दु है तो सिद्ध कीजिए $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ है।
53. बिन्दुओं A(2, 6) तथा B(10, -10) को जोड़ने वाले रेखाखण्ड को चार बराबर भागों में विभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
54. x व y के बीच संबंध स्थापित कीजिए यदि A(x, y), B(-2, 3) व C(2, 1) एक समद्विभाजित त्रिभुज बना रहे हैं व $AB = AC$ है।
55. सिद्ध कीजिए कि बिन्दु $(x, \sqrt{1-x^2})$ मूलबिन्दु से 1 इकाई की दूरी पर स्थित है।
56. विभाजन सूत्र द्वारा सिद्ध करो कि बिन्दु (1, 2), (9, 3) तथा (17, 4) संरेखी है। (CBSE 2017)
57. बिन्दुओं A(1, 3) तथा (2, 7) को जोड़ने वाली रेखाखण्ड को रेखा $3x + y - 9 = 0$ किस अनुपात में विभाजित करता है।

58. उस त्रिभुज के परिकेन्द्र के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जिसके शीर्षों के निर्देशांक $(3, 7)$, $(0, 6)$ व $(-1, 5)$ हैं। परिवृत्त की त्रिज्या भी ज्ञात कीजिए।
59. एक त्रिभुज PQR में P, Q व R के निर्देशांक क्रमशः $(3, 2)$, $(5, 4)$ व $(9, 3)$ हैं। केन्द्रक G के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
60. एक समान्तर चतुर्भुज के दो क्रमागत शीर्षों के निर्देशांक $(3, 2)$ तथा $(1, 0)$ है। और दोनों विकर्ण एक-दूसरे को बिन्दु $(-2, 5)$ पर प्रतिच्छेद करते हैं। तो अन्य दो शीर्ष के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

उत्तर तथा संकेत

- | | |
|---------------------------------|--------------------------|
| 1. भुज | 2. y -निर्देशांक |
| 3. x -अक्ष | 4. $(0, y)$ |
| 5. सरल रेखा | 6. $\sqrt{x^2 + y^2}$ |
| 7. (iii) $(-3, 0)$ | 8. (i) 3 इकाई |
| 9. (ii) $(3, -4)$ | 10. (ii) 3 |
| 11. (iii) $(0, 7b)$ | 12. (iii) $(-3, -5)$ |
| 13. (iii) 3 इकाई | 14. (iii) $(-3, -5)$ |
| 15. (i) $(0, 4)$ | 16. (iv) 7 इकाई |
| 17. (iv) $(4 + 2\sqrt{2})$ इकाई | 18. (iv) $a = 20, b = 2$ |
| 19. (C) | 20. (D) |
| 21. $(1, 2)$ | 22. 18 वर्ग इकाई |

23.
$$\begin{array}{ccccccc} & & 1 & & 1 & & 1 \\ & & | & & | & & | \\ A & \text{---} & P & \text{---} & Q & \text{---} & B \\ (1, -2) & & & & & & (-3, 4) \end{array}$$

$$AP : PB = 1 : 2$$

$$AQ : QB = 2 : 1$$

$$P = \left(-\frac{1}{3}, 0 \right)$$

$$Q = \left(-\frac{5}{3}, 2 \right)$$

24. माना $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ त्रिभुज के निर्देशांक हैं।

माना $D(3, 4)$, AB का मध्यबिन्दु है।

$E(4, 1)$, BC का मध्यबिन्दु है।

$F(2, 0)$ AC का मध्यबिन्दु है।

मध्यबिन्दु सूत्र लगाने पर

$$x_1 + x_2 = 6, \quad y_1 + y_2 = 8$$

$$x_2 + x_3 = 8, \quad y_2 + y_3 = 2$$

$$x_1 + x_3 = 4, \quad y_1 + y_3 = 0$$

सरल करने पर

$$x_1 = 1, \quad x_2 = 5, \quad x_3 = 3$$

$$y_1 = 3, \quad y_2 = 5, \quad y_3 = -3$$

$$\therefore A(1, 3), B(5, 5), C(3, -3)$$

25. $(4, 8)$

26. $1 : 1, m = 0$

27. पाइथागोरस व दूरी सूत्र का प्रयोग करें

28. $(0, -2)$

29. $5 : 1$

30. $(2, -1)$

31. $x - y = 2$

32. $3 : 5; \left(\frac{17}{8}, 0\right)$

33. $a = 2$

34. $x = 2$

35. माध्यिका = $\sqrt{37}$ यूनिट

36. दूरी सूत्र के प्रयोग द्वारा, विषमबाहु त्रिभुज

37. $x = 1, -15$, दो बिंदु

38. $(4, -10)$

39. $a = 1, b = 1$

$$AB = CD = \sqrt{10}$$

$$AD = BC = \sqrt{10}$$

40. $P(-1, 0); Q(-4, 2)$

41. $P(3, -2)$ समीकरण में $x = 3, y = -2;$

$$K = -8$$

42. माना $P(x, y)$ बिंदु व $m : n$ अनुपात

$$x = \frac{6n - 2m}{m + n}, \quad y = \frac{3n - 5m}{m + n} \quad \dots(1)$$

रेखा के समीकरण में $x = 3y$ डालने पर

$$m : n = 3 : 13$$

$$P(x, y) = \left(\frac{9}{2}, \frac{3}{2} \right)$$

43. $\frac{XA}{AY} = \frac{2}{3}$

माना $A(x, y)$ बिंदु है

$$x = 2, y = -4$$

$A(2, -4)$ का मान समीकरण में डालें

$$\therefore K = 2$$

44. $1 : 2$

45. केन्द्र $(2, -4)$

46. $K = \frac{-17}{4}$

47. $PA = PB$, दूरी सूत्र का प्रयोग करें।

48. $2 : 9$

49. $2x + y = 1$

50. $3b - 4a = 0$ दूरी सूत्र का प्रयोग करें

51. $A(-1, 7), B(-5, -3), C(11, 5)$ केन्द्रक $\left(\frac{5}{3}, 3 \right)$ है।

52. संरेखी बिन्दु के लिए Δ का क्षेत्रफल = 0 लाएँ।

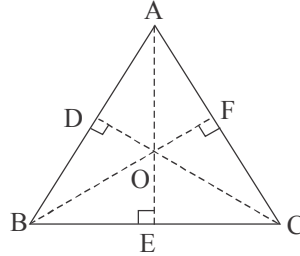
53. $(4, 2), (6, -2)$ और $(8, -6)$ है।

54. दूरी सूत्र का प्रयोग करें।

55. दूरी सूत्र का प्रयोग करें।

56. $K = \frac{1}{2}, k = -2$

58. AB, BC व CA के मध्य बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात करें।



$DO = OE = OF$

परिकेन्द्र $O(x, y) = \left(1, \frac{13}{2}\right)$

परित्रिज्या $AO = \frac{\sqrt{17}}{2}$ इकाई

59. $G(x, y) = (6, 3)$

$\Delta PQG = \frac{3}{2}$ वर्ग इकाई

$\Delta PRG = \frac{3}{2}$ वर्ग इकाई

60. अन्य शीर्ष $(-5, 10)$ तथा $(-7, 8)$ हैं।

अभ्यास प्रश्न-प्रत्र

निर्देशांक ज्यामिति

समय : 45 मिनट

अंक : 20

खण्ड-अ

1. A(2, -3) तथा B(5, 6) को मिलाने वाली रेखाखण्ड को x अक्ष किस अनुपात में विभाजित करता है। 1
(i) 2 : 3 (ii) 3 : 5
(iii) 1 : 2 (iv) 2 : 1
2. बिन्दुओं A(c, 0) तथा B(0, c) के बीच की दूरी क्या है? 1
3. मूल बिन्दु से बिन्दु P(-6, 8) की दूरी है। 1
4. यदि बिन्दु (3, a), $2x - 3y = 5$ द्वारा निरूपित रेखा पर स्थित है, तो a का मान ज्ञात कीजिए। 1

खण्ड-ब

5. y अक्ष पर उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जो बिन्दु (-5, -2) तथा (3, 2) से समदूरस्थ हो। 2
6. यदि बिन्दु (8, 6) तथा B(x, 10) एक वृत्त जिसका केन्द्र (4, 6) है पर स्थित हों तो x का मान ज्ञात कीजिए। 2

खण्ड-स

7. एक त्रिभुज का परिमाप ज्ञात कीजिए जिसके शीर्षों के निर्देशांक (0, 4) (0, 0) व (3, 0) हैं। 2
8. दर्शाइए कि बिन्दु A(-3, 2), B(-5, -5), C(2, -3) तथा D(4, 4) एक समचतुर्भुज के शीर्ष हैं। 3

9. वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें बिंदु $(2, y)$ बिंदुओं $A(-2, 2)$ तथा $B(3, 7)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को विभाजित करता है। y का मान भी ज्ञात कीजिए। **3**

खण्ड-द

10. यदि P बिन्दुओं $A(-2, -2)$ तथा $B(2, -4)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को इस प्रकार विभाजित करता है कि $\frac{AP}{AB} = \frac{3}{7}$ तो P के निर्देशांक बताइए। **4**

□□□

त्रिकोणमिति का परिचय

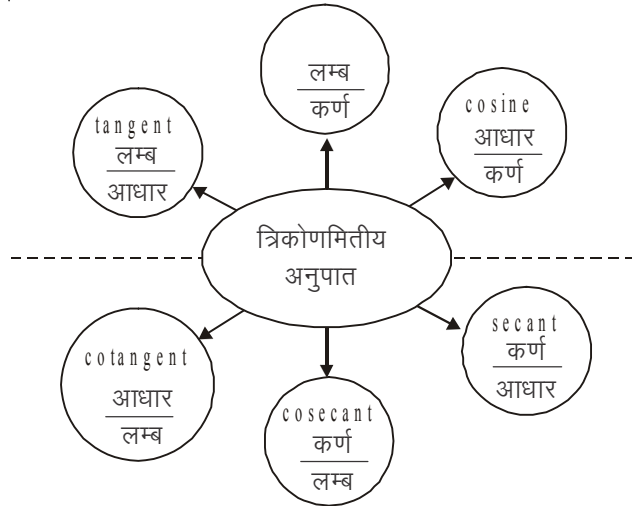
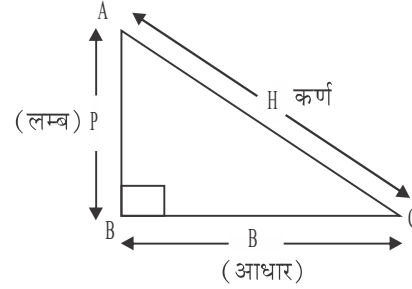
त्रिकोणमिति का परिचय

गणित की वह शाखा जो कि समकोण त्रिभुजों के अध्याय से संबंधित है। त्रिकोणमिति मुख्यतः समकोण त्रिभुज की भुजाओं तथा कोणों के मध्य सहसंबंध के अध्ययन से संबंधित है।

नोट— $\angle A$ के लिए, लम्ब BC तथा आधार AB होगा।

$\angle C$ के लिए, लम्ब AB तथा आधार BC होगा।

त्रिकोणमितीय अनुपात—किसी समकोण त्रिभुज के एक न्यून कोण के त्रिकोणमितीय अनुपात त्रिभुज के कोण और उसकी भुजाओं की लंबाई के बीच के संबंध को व्यक्त करते हैं।



Mind Trick : sine, cosine और tangent का त्रिभुज की भुजाओं से संबंध याद करने के लिए निम्न वाक्य याद करें—

Some People Have curly Brown Hair Through Proper Brushing

$\sin A = \frac{P}{H}$
 $\cos A = \frac{B}{H}$
 $\tan A = \frac{P}{B}$

1. त्रिकोणमितिय अनुपात : ΔABC में $\angle B = 90^\circ$ कोण A के लिए—

$$\sin A = \frac{\text{लंब}}{\text{कर्ण}} = \frac{\text{सम्मुख भुजा}}{\text{कर्ण}}$$

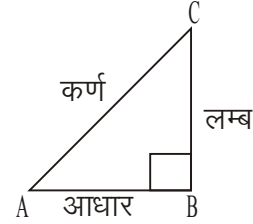
$$\cos A = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \frac{\text{संलग्न भुजा}}{\text{कर्ण}}$$

$$\tan A = \frac{\text{लंब}}{\text{आधार}} = \frac{\text{सम्मुख भुजा}}{\text{संलग्न भुजा}}$$

$$\cot A = \frac{\text{आधार}}{\text{लंब}} = \frac{\text{संलग्न भुजा}}{\text{सम्मुख भुजा}}$$

$$\sec A = \frac{\text{कर्ण}}{\text{आधार}} = \frac{\text{कर्ण}}{\text{संलग्न भुजा}}$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{\text{कर्ण}}{\text{लंब}} = \frac{\text{कर्ण}}{\text{सम्मुख भुजा}}$$



2. व्युत्क्रम

$$\sin \theta = \frac{1}{\operatorname{cosec} \theta}, \operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$\cos \theta = \frac{1}{\sec \theta}, \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}, \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

3. आनुपातिक संबंध

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}, \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

4. सर्वसामिकाएं

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta \text{ और } \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta \Rightarrow \tan^2 \theta = \sec^2 \theta - 1 \text{ और } \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$$

$$1 + \cot^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta \Rightarrow \cot^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta - 1 \text{ और } \operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta = 1$$

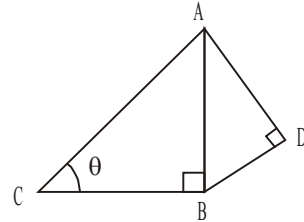
5. कुछ विशिष्ट कोणों के त्रिकोणमिति अनुपात:

$\angle A$	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin A$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos A$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan A$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	अपरिभाषित
$\cot A$	अपरिभाषित	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$\sec A$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	अपरिभाषित
$\operatorname{cosec} A$	अपरिभाषित	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. यदि $\sin \theta = \cos \theta$ तो θ का मान ज्ञात कीजिए।
2. $\tan^4 \theta + \cot^4 \theta$ का मान ज्ञात कीजिए। यदि $\sin \theta - \cos \theta = 0$
3. $\tan \theta + \cot \theta$ का मान ज्ञात कीजिए, यदि $\tan^2 \theta - 3 \tan \theta + 1 = 0$
4. यदि $\tan \theta = \frac{4}{3}$ तो $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta}$ का मान ज्ञात कीजिए।
5. यदि $3x = \operatorname{cosec} \theta$ और $\frac{3}{x} = \cot \theta$ तो $3 \left(x^2 - \frac{1}{x^2} \right)$ का मान बताइए।
6. यदि $x = a \sin \theta$ तथा $y = a \cos \theta$ तो $x^2 + y^2$ का मान ज्ञात कीजिए
7. $4 + 4 \tan^2 A$ का मान ज्ञात कीजिए। यदि $\cos A = \frac{3}{5}$
8. $9 \sec^2 A - 9 \tan^2 A$ का मान बताइए।

9. $\sec \theta$ को $\cot \theta$ में व्यक्त कीजिए।
10. $b^2x^2 - a^2y^2$ का मान ज्ञात कीजिए यदि $x = a \sec \theta, y = b \tan \theta$
11. $\frac{1 + \tan^2 \theta}{1 + \cos^2 \theta}$ का मान ज्ञात कीजिए यदि $\tan \theta = \frac{3}{4}$
12. $\frac{1 + \tan^2 \theta}{1 + \cot^2 \theta}$ का मान बताइए।
13. यदि $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$, तो $\frac{\operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta}$ का मान ज्ञात कीजिए। [CBSE 2010]
14. यदि $\sqrt{3} \cot^2 \theta - 4 \cot \theta + \sqrt{3} = 0$ तो $\tan^2 \theta + \cos^2 \theta$ का मान ज्ञात कीजिए। [CBSE 2014]
15. यदि $5 \tan \theta - 4 = 0$, तो $\frac{5 \sin \theta - 4 \cos \theta}{5 \sin \theta + 4 \cos \theta}$ का मान है।
- (a) $\frac{5}{3}$ (b) $\frac{5}{6}$
(c) 0 (d) $\frac{1}{6}$
16. $3 \tan^2 \theta - 3 \sec^2 \theta + 4$ का मान किसके बराबर है।
(i) 3 (ii) 2
(iii) 1 (iv) 0
17. आकृति में यदि $AD = 4$ सेमी., $BD = 3$ सेमी. तथा $CB = 12$ सेमी है तो $\cot \theta =$
- (a) $\frac{12}{5}$ (b) $\frac{5}{12}$
(c) $\frac{13}{12}$ (d) $\frac{12}{13}$
18. यदि $x = 3 \sin \theta + 4 \cos \theta$ और $y = 3 \cos \theta - 4 \sin \theta$ है तो $x^2 + y^2$ का मान होगा—
(a) 25 (b) 45 (c) 7 (d) 49
19. यदि $\sin \theta = \frac{a}{b}$, $\sec \theta + \tan \theta$ का मान होगा—
(a) $\sqrt{\frac{a+b}{a-b}}$ (b) $\frac{a+b}{a-b}$ (c) $\sqrt{\frac{b+a}{b-a}}$ (d) $\frac{b+a}{b-a}$



लघु उत्तरीय प्रश्न 1

सिद्ध कीजिए

20. $\sec^4 \theta - \sec^2 \theta = \tan^4 \theta + \tan^2 \theta$

21. $\sqrt{\frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}} = \tan \theta + \sec \theta$

22. यदि $x = p \sec \theta + q \tan \theta$ और $y = p \tan \theta + q \sec \theta$ तो सिद्ध कीजिए $x^2 - y^2 = p^2 - q^2$

23. यदि $7 \sin^2 \theta + 3 \cos^2 \theta = 4$ तो दिखाइए $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ है।

24. यदि $\sin(A - B) = \frac{1}{2}$, $\cos(A + B) = \frac{1}{2}$ तो A और B का मान ज्ञात कीजिए।

25. $\cos \theta$ का मान ज्ञात कीजिए। यदि $\sec \theta + \tan \theta = 5$ है।

26. यदि $3 \cot A = 4$ हो, तो $\frac{\operatorname{cosec}^2 A + 1}{\operatorname{cosec}^2 A - 1}$ का मान ज्ञात कीजिए।

27. $\tan^3 \theta + \cot^3 \theta$, का मान ज्ञात कीजिए। यदि $\tan \theta + \cot \theta = 2$

28. $\tan \theta$ का मान ज्ञात कीजिए। यदि $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \cos \theta$ है। [CBSE 2011]

29. $\triangle ABC$ में $\angle B = 90^\circ$, $AB = 5$ सेमी. व $\angle ACB = 30^\circ$ है तो BC व AC का मान ज्ञात कीजिए।

30. दर्शाइए कि $\frac{1 - \sin 60^\circ}{\cos 60^\circ} = 2 - \sqrt{3}$ है। [CBSE 2014]

31. θ का मान ज्ञात कीजिए यदि $\frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} + \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = 4$, $\theta \leq 90^\circ$ है। [CBSE 2014]

लघु उत्तरीय प्रश्न 2

सिद्ध कीजिए:

32. $\frac{\tan A + \sec A - 1}{\tan A - \sec A + 1} = \frac{1 + \sin A}{\cos A}$

33. $\frac{1}{\sec x - \tan x} - \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{\cos x} - \frac{1}{\sec x + \tan x}$
34. $\frac{\tan \theta}{1 - \cot \theta} + \frac{\cot \theta}{1 - \tan \theta} = 1 + \tan \theta + \cot \theta = \sec \theta \operatorname{cosec} \theta + 1$
35. $(\sin \theta + \operatorname{cosec} \theta)^2 + (\cos \theta + \sec \theta)^2 = 7 + \tan^2 \theta + \cot^2 \theta$
36. $\sec A (1 - \sin A) (\sec A + \tan A) = 1$
37. यदि $\sec \theta = x + \frac{1}{4x}$, तो सिद्ध कीजिए कि $\sec \theta + \tan \theta = 2x$ या $\frac{1}{2x}$
38. यदि $\sin \theta + \sin^2 \theta = 1$ तो सिद्ध कीजिए कि $\cos^2 \theta + \cos^4 \theta = 1$
39. सिद्ध कीजिए: $\cos \theta = \frac{p^2 - 1}{p^2 + 1}$, यदि $p = \cos \theta + \cot \theta$.
40. सिद्ध कीजिए: $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ यदि $x = r \cos \alpha \sin \beta$, $y = r \cos \alpha \cos \beta$ और $z = r \sin \alpha$
41. सिद्ध कीजिए: $2 \sec^2 x - \sec^4 x - 2 \operatorname{cosec}^2 x + \operatorname{cosec}^4 x = \cot^4 x - \tan^4 x$
42. $\sin^{10} \theta + \operatorname{cosec}^{10} \theta$ का मान ज्ञात कीजिए यदि $\sin \theta + \operatorname{cosec} \theta = 2$
43. $\operatorname{cosec} \theta$ का मान ज्ञात कीजिए यदि $\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta = \frac{1}{3}$.
44. यदि $\cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2} \cos \theta$, तो दर्शाइए कि $\cos \theta - \sin \theta = \sqrt{2} \sin \theta$
[CBSE 2015]
45. मान ज्ञात कीजिए— $\frac{\tan^2 60^\circ + 4 \cos^2 45^\circ + 3 \sec^2 30^\circ + 5 \cos^2 90^\circ}{\operatorname{cosec} 30^\circ + \sec 60^\circ - \cot^2 30^\circ}$
46. यदि $a \cos \theta + b \sin \theta = m$ और $a \sin \theta - b \cos \theta = n$ है तो सिद्ध कीजिए कि $a^2 + b^2 = m^2 + n^2$
[CBSE 2001 C]

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

47. $\left(1 + \frac{1}{\tan^2 A}\right) \left(1 + \frac{1}{\cot^2 A}\right) = \frac{1}{\sin^2 A - \sin^4 A}$

48. $2(\sin^6 \theta + \cos^6 \theta) - 3(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) + 1 = 0$

49. $(1 + \cot A + \tan A)(\sin A - \cos A) = \sin A \tan A - \cot A \cos A$

50. यदि $\sin \theta + \cos \theta = m$ और $\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta = n$ तो दिखाइए $n(m^2 - 1) = 2m$

51. सिद्ध कीजिए $\sqrt{\frac{\sec \theta - 1}{\sec \theta + 1}} + \sqrt{\frac{\sec \theta + 1}{\sec \theta - 1}} = 2 \operatorname{cosec} \theta$

52. सर्वसमिका सिद्ध कीजिए:

$$\frac{1}{\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta} - \frac{1}{\sin \theta} = \frac{1}{\sin \theta} - \frac{1}{\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta}$$

53. यदि $\frac{\cos \alpha}{\cos \beta} = m$ और $\frac{\cos \alpha}{\sin \beta} = n$ है तो सिद्ध कीजिए $(m^2 + n^2) \cos^2 \beta = n^2$

54. सिद्ध कीजिए:

$$\sec^2 \theta - \frac{\sin^2 \theta - 2\sin^4 \theta}{2\cos^4 \theta - \cos^2 \theta} = 1$$

55. सिद्ध कीजिए: $\sin^6 \theta + \cos^6 \theta = 1 - 3 \sin^2 \theta + \cos^2 \theta$

56. सिद्ध कीजिए:

$$\frac{\cot \theta + \operatorname{cosec} \theta - 1}{\cot \theta - \operatorname{cosec} \theta + 1} = \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta}$$

57. यदि $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{3}$, तो सिद्ध कीजिए $\tan \theta + \cot \theta = 1$ (CBSE 2020)

58. सिद्ध कीजिए $\frac{\cot A - \cos A}{\cot A + \cos A} = \sec^2 A + \tan^2 A - 2 \sec A \tan A$

(CBSE 2020 बुनियादी)

59. सिद्ध कीजिए $\frac{\sin \theta - 2 \sin^3 \theta}{2 \cos^3 \theta - \cos \theta} = \tan \theta$

(CBSE 2020 बुनियादी)

60. यदि $\cos(A+B) = \sin(A-B) = \frac{1}{2}$, $0 < A+B < 90^\circ$, $A > B$ हो तो A तथा B का मान ज्ञात कीजिए। **(CBSE 2020 बुनियादी)**
61. यदि $\tan \theta + \sin \theta = m$, $\tan \theta - \sin \theta = n$, सिद्ध कीजिए: $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$. **(CBSE 2020 मानक)**
62. सिद्ध कीजिए: $l^2 m^2 (l^2 + m^2 + 3) = 1$ यदि $l = \operatorname{cosec} x - \sin x$, $m = \sec x - \cos x$ है। **(CBSE 2020 मानक)**
63. सिद्ध कीजिए: $\frac{1 + \sec \theta - \tan \theta}{1 + \sec \theta + \tan \theta} = \frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta}$ **(CBSE 2020 मानक)**
64. सिद्ध कीजिए: $\left(\frac{1 + \sin x - \cos x}{1 + \sin x + \cos x}\right)^2 = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$ **(CBSE 2019)**
65. सिद्ध कीजिए: $\frac{\sin \theta}{\cot \theta + \operatorname{cosec} \theta} = 2 + \frac{\sin \theta}{\cot \theta - \operatorname{cosec} \theta}$ **(CBSE 2019)**
66. यदि $4 \tan \theta = 3$ हो तो $\frac{4 \sin \theta - \cos \theta + 1}{4 \sin \theta + \cos \theta - 1}$ का मान ज्ञात कीजिए। **(CBSE 2018)**
67. सिद्ध कीजिए $\frac{\tan \theta + \sec \theta - 1}{\tan \theta - \sec \theta + 1} = \sec \theta + \tan \theta$ **(CBSE 2018)**
68. सिद्ध कीजिए $\frac{1}{1 + \sin^2 \theta} + \frac{1}{1 + \cos^2 \theta} + \frac{1}{1 + \sec^2 \theta} + \frac{1}{1 + \operatorname{cosec}^2 \theta} = 2$
69. सिद्ध कीजिए $\frac{\tan^3 \theta}{1 + \tan^2 \theta} + \frac{\cot^3 \theta}{1 + \cot^2 \theta} = \sec \theta \operatorname{cosec} \theta - 2 \sin \theta \cos \theta$
70. सिद्ध कीजिए $\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = 8x$ और $\frac{1}{sx}$ यदि $\operatorname{cosec} \theta = 4x + \frac{1}{16x}$ है।

उत्तर एवं संकेत

1. 45°
2. 2
3. 3
4. 7
5. $\frac{1}{3}$
6. a^2
7. $100/9$
8. a^2b^2
9. $\sqrt{\frac{1+\cot^2\theta}{\cot\theta}}$
10. 0°
11. $16/9$
12. $\tan^2\theta$
13. $\frac{1}{2}$
14. $10/3$
15. (c)
16. (iii)-1
17. (a)
18. (a)

19. (iii) $\sqrt{\frac{b+a}{b-a}}$

20. LHS = $\sec^2\theta (\sec^2\theta - 1)$

RHS = $\tan^2\theta (\tan^2\theta + 1)$

$1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$ का प्रयोग करें।

21. LHS में परिमेयकरण करके सरल करें।

22. x तथा y के दोनों तरफ वर्ग लेकर घटाएँ।

23. दोनों तरफ $\cos^2\theta$ से भाग दें।

24. $A = 45^\circ, B = 15^\circ$

25. $\cos\theta = \frac{5}{13}$

26. $\frac{17}{8}$

27. 2

28. $\tan\theta = \sqrt{2} - 1$

29. $AC = 10, BC = 5\sqrt{3}$, पाइथागोरस प्रमेय का प्रयोग करें।

30. $\sin 60^\circ$ तथा $\cos 60^\circ$ का मान रखें तथा सरल करें।

31. 60°

Note : 32 से 38 में त्रिकोणमिति की सर्वसामिकाएं प्रयोग करें। (NCERT प्रश्न 8.

4 पर आधारित)

39. $\sqrt{3}$

40. $\cot(90 - \theta) = \tan \theta$, $\operatorname{cosec}(90 - \theta) = \sec \theta$, $\tan(90 - \theta) = \cot \theta$ का प्रयोग करें।

41. -1

42. 2

43. $\operatorname{cosec} \theta = \frac{5}{3}$

44. $\cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2} \cos \theta$

दोनों तरफ वर्ग करें

$$1 + 2 \cos \theta \sin \theta = 2 \cos^2 \theta \text{ मिलेगा।}$$

$$\Rightarrow 2 \cos \theta \sin \theta = 2 \cos^2 \theta - 1 \quad \dots(1)$$

अब $(\cos \theta - \sin \theta)^2$ करें

$$(\cos \theta - \sin \theta)^2 = 1 - 2 \cos \theta \sin \theta \quad \dots(2)$$

(1) को (2) में रखें।

46. m^2 तथा n^2 ज्ञात करें और जमा करें।

Note : प्रश्न 47 से प्रश्न 50 में सर्वसामिकाएं प्रयोग करें और सिद्ध करें।

51. 0

52. LHS में $\frac{1}{\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta}$ का परिमेयकरण करें, RHS में $\frac{1}{\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta}$ का

परिमेयकरण करें तथा $\frac{1}{\sin \theta} = \operatorname{cosec} \theta$ लिखें।

53. m^2 तथा n^2 ज्ञात करें और LHS में रखें।

54. अंश से $\sin^2 \theta$ एवं हर से $\cos^2 \theta$ बाहर निकालें (Common) तथा 1 का मान $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta$ रखें।

55. 0

56. $\frac{2}{3}$

57. $(\sin \theta + \cos \theta) = \sqrt{3}$

दोनों तरफ वर्ग करके $\frac{1}{\sin \theta \times \cos \theta}$ का मान ज्ञात करें तथा $\tan \theta + \cot \theta$ को $\sin \theta$ एवं $\cos \theta$ में बदलें और सरल करें।

58. $\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$, रखकर, $\cos A$ हर एवं अंश से Common निकालें। परिमेयकरण करें और उत्तर को $\sec A$ तथा $\tan A$ में बदलें।

59. $LHS = \frac{\sin \theta(1 - 2\sin^2 \theta)}{\cos \theta(2\cos^2 \theta - 1)}$, $1 = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta$ रखें तथा सरल करें।

60. $\cos(A + B) = \frac{1}{2} = \cos 60^\circ \Rightarrow A + B = 60^\circ$ सरल करें।

$\sin(A - B) = \frac{1}{2} = \sin 30^\circ \Rightarrow A - B = 30^\circ$ सरल करें।

$A = 45^\circ, B = 15^\circ$

61. m^2 तथा n^2 ज्ञात करें तथा $m^2 - n^2$ में प्रतिस्थापित करें।

62. $\frac{2}{3}$

63. $\cot \theta$ एवं $\operatorname{cosec} \theta$ को $\sin \theta$ तथा $\cos \theta$ में बदलें तथा $\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$ का प्रयोग करें।

64. अंश तथा हर को $\cos \theta$ से भाग दें $\sec \theta = \sqrt{1 + \tan^2 \theta}$ का प्रयोग करें अथवा पाइथागोरस प्रमेय का प्रयोग करके मान ज्ञात करें।

अभ्यास प्रश्न-प्रत्र

त्रिकोणमिति का परिचय

समय : 45 मिनट

अंक : 20

खण्ड-अ

1. यदि $\sin \theta = \frac{4}{5}$ तो $\cos \theta$ का मान ज्ञात कीजिए। 1
2. $\tan^4 \theta + \cot^4 \theta$ का मान ज्ञात कीजिए। यदि $\tan \theta + \cot \theta = 2$ है। 1
3. $5\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए। यदि $5x = \sec \theta$, $\frac{5}{x} = \tan \theta$ है। 1
4. यदि $\sin A + \sin^2 A = 1$, तो $(\cos^2 A + \cos^4 A)$ का मान है— 1
(a) 1 (b) $\frac{1}{2}$ (c) 2 (d) 3

खण्ड-ब

5. यदि $5 \tan \theta = 4$ तो $\frac{5 \sin \theta - 3 \cos \theta}{5 \sin \theta + 2 \cos \theta}$ का मान ज्ञात कीजिए। 2
6. $5 \sin \theta - 3 \cos \theta$ का मान ज्ञात करो। यदि $3 \sin \theta + 5 \cos \theta = 5$ है। 2
7. सिद्ध कीजिए $(\sin \alpha + \cos \alpha)(\tan \alpha + \cot \alpha) = \sec \alpha + \operatorname{cosec} \alpha$. 2

खण्ड-स

8. सिद्ध कीजिए : $\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = 2 \operatorname{cosec} \theta$ 3
9. सिद्ध कीजिए : $\frac{\cos A}{1 - \tan A} - \frac{\sin^2 A}{\cos A - \sin A} = \sin A + \cos A$ 3

खण्ड-द

10. सिद्ध कीजिए : $\frac{\tan \theta + \sec \theta - 1}{\tan \theta - \sec \theta + 1} = \frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta}$ 4

□□□

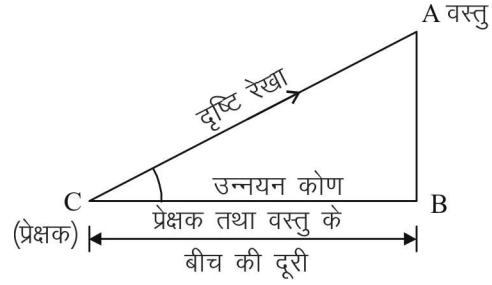
9

अध्याय

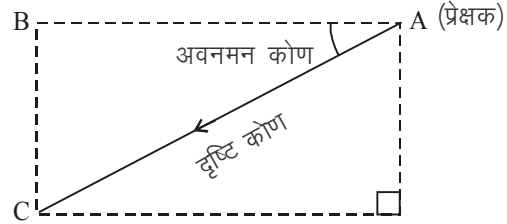
त्रिकोणमिति के कुछ अनुप्रयोग

महत्वपूर्ण बिंदु:

- **उन्नयन कोण**— माना AB एक ऊर्ध्वाधर खड़ी वस्तु की ऊँचाई है। C एक प्रेक्षक है जो कि वस्तु AB के शिखर A की ओर देख रहा है। रेखा AC को दृष्टि रेखा कहा जाता है तथा $\angle ACB$ को उन्नयन कोण कहा जाता है।



- **अवनमन कोण**— माना A एक प्रेक्षक है जो कि ऊँचाई BC से वस्तु C की ओर देख रहा है। रेखा AC को दृष्टि रेखा कहा जाता है तथा $\angle BAC$ को अवनमन कोण कहा जाता है।
- यदि प्रेक्षक वस्तु की ओर जाता है तो उन्नयन कोण का माप बढ़ता है तथा यदि प्रेक्षक वस्तु से विपरीत दिशा की ओर जाता है तथा उन्नयन कोण का माप कम हो जाता है।
- उन्नयन कोण का मान सदैव अवनमन कोण के मान के समान होगा (क्योंकि दोनों कोणों का माप समान क्षैतिज समान्तर तल से प्राप्त किया जाता है।



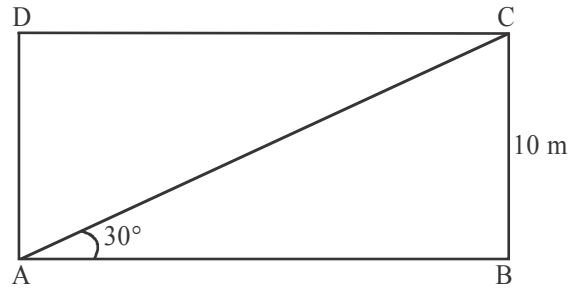
अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. एक समतल पर खड़ी एक मीनार की छाया की लंबाई, मीनार की ऊँचाई की $\sqrt{3}$ गुणा है। सूर्य का उन्नयन कोण होगा—

(a) 45°	(b) 30°
(c) 60°	(d) 90°

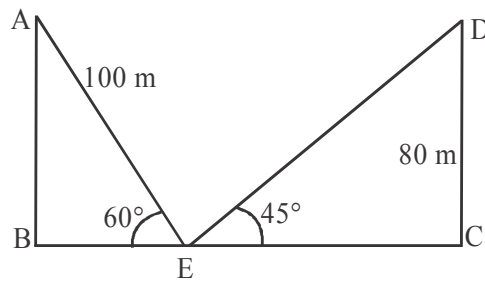
2. दो खम्भों, जिनकी ऊँचाई 16 मी व 10 मी. है, के शिखर एक तार द्वारा जुड़े हैं जिसकी लंबाई l मीटर है। यदि तार समतल क्षैतिज से 30° पर झुकी है तो $l =$
- (a) 26 मीटर (b) 16 मीटर
(c) 12 मीटर (d) 10 मीटर
3. एक 6 मीटर ऊँचा खम्भा भूमि पर $2\sqrt{3}$ मीटर लंबी छाया बना रहा है। सूर्य का उन्नयन कोण होगा— (CBSE 2017)
- (a) 30° (b) 60°
(c) 45° (d) 90°
4. एक सीढ़ी दीवार के साथ 60° के उन्नयन कोण पर झुकी हुई है। यदि सीढ़ी का पैर दीवार से 2.5 मीटर की दूरी पर स्थित है तो सीढ़ी की लम्बाई है— (CBSE 2016)
- (a) 3 मीटर (b) 4 मीटर
(c) 5 मीटर (d) 6 मीटर
5. यदि एक मीनार जो 30 मीटर ऊँची है, भूमि पर $10\sqrt{3}$ मीटर लंबी छाया बनाती है तो सूर्य का उन्नयन कोण होगा— (CBSE 2017)
- (a) 30° (b) 45°
(c) 60° (d) 90°
6. एक मीनार 50 मीटर उँचा है। जब सूर्य का उन्नयन कोण 45° है, तो मीनार की छाया क्या होगी?
7. एक 50 मीटर लंबे बॉस की छाया $\frac{50}{\sqrt{3}}$ मीटर है। सूर्य का उन्नयन कोण ज्ञात कीजिए।
8. $10\sqrt{3}$ मी० ऊँचाई वाली एक मीनार के शिखर का भूमि पर उस मीनार के पाद से 30 मी० की दूरी पर स्थित बिन्दु से उन्नयन कोण ज्ञात कीजिए।
9. एक पतंग समतल भूमि से $50\sqrt{3}$ मी० ऊँचाई पर उड़ रही है, एक डोर से बंधी है, जो क्षैतिज से 60° कोण पर झुकी है। डोर की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

10. दी गई आकृति में आयत ABCD का परिमाण ज्ञात कीजिए।

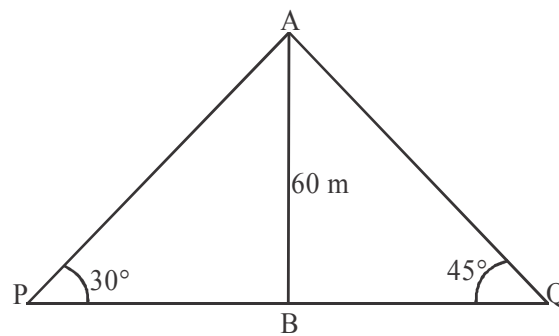


लघु उत्तरीय प्रश्न

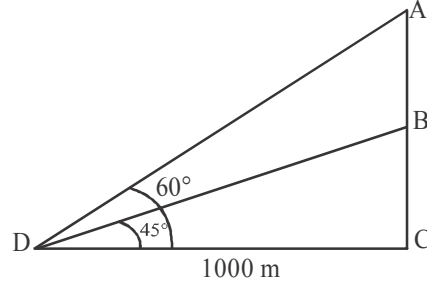
11. आकृति में BC का मान कीरिए।



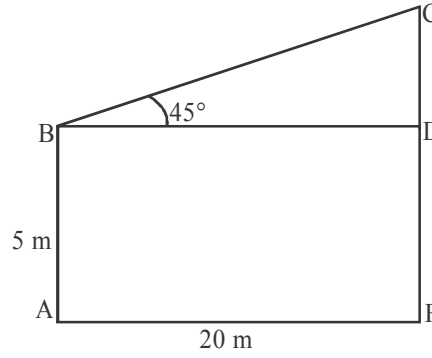
12. आकृति में दो व्यक्ति एक मीनार के विपरीत दिशा में P तथा Q पर खड़े हैं यदि मीनार AB की ऊंचाई 60मी0 है तो दोनों व्यक्तियों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।



13. आकृति में AB का मान ज्ञात कीजिए।



14. आकृति में CF का मान ज्ञात कीजिए।



15. यदि नाव की पुल से क्षैतिज दूरी 25 मी० हो और पुल की उँचाई 25 मी० हो तो नाव का पुल से अवनमन कोण बताइए।
16. यदि किसी मीनार की छाया की लंबाई बढ़ रही है तो इसका अर्थ है कि सूर्य का उन्नयन कोण भी बढ़ रहा है। (सत्य/असत्य)
17. एक व्यक्ति जहाज के डेक पर समुद्र तल से 3 मीटर की उँचाई पर खड़ा होकर एक बादल व समुद्र में उसकी छाया को देखता है। ऐसी स्थिति में बादल का उन्नयन कोण व छाया का अवनमन कोण बराबर होगा। (सत्य/असत्य)
18. एक पतंग के धागे की लम्बाई 150 मी० है तथा यह भूमितल के साथ 60° का कोण बनाती हैं। पतंग की भूमितल से उँचाई ज्ञात कीजिए। (मान लीजिए धागे में कोई ढील नहीं है।)
19. सूर्य का उन्नयन कोण 45° के स्थान पर 30° होने पर एक मीनार की छाया 10 मी० अधिक हो जाती है। मीनार की उँचाई ज्ञात कीजिए।
20. एक वायुयान 200 मी की उँचाई पर है। इससे एक नदी के दो किनारों के अवनमन कोण 45° और 60° के हैं। नदी की चौड़ाई ज्ञात कीजिए। ($\sqrt{3} = 1.732$ लीजिए)

21. एक मीनार की चोटी का एक बिन्दु पर उन्नयन कोण 45° का है। मीनार की ओर 40 मी० चलने पर यह कोण 60° का हो जाता है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

$$(\sqrt{3} = 1.732 \text{ लीजिए})$$

22. एक वृक्ष का उपरी भाग टूटकर अपने पाद से 25 मी० की दूरी पर भूमि को स्पर्श करता है तथा भूमि के साथ 30° का कोण बनाता है। वृक्ष की कुल ऊँचाई क्या थी?

23. एक ऊर्ध्वाधर ध्वजदंड एक समतल में लगा है। इसके शिखर का 100 मी० की दूरी पर एक बिंदु से उन्नयन कोण 45° का है। ध्वजदंड की ऊँचाई ज्ञात करिए।

24. एक पतंग के धागे की लम्बाई 200 मी० है यदि धागा भूमितल के साथ a कोण बनाता है और $\sin a = \frac{3}{5}$ हो तो पतंग की ऊँचाई ज्ञात कीजिए जबकि धागे में कोई ढील नहीं हैं।

25. एक वायुयान 3000 मी० की ऊँचाई पर उड़ रहा है। वह एक दूसरे वायुयान के उपर से गुजरता है। ठीक उसी समय दोनों वायुयानों के भूमि तल पर एक बिन्दु पर उन्नयन कोण क्रमशः 60° और 45° के होते हैं। दोनों वायुयानों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

$$(\sqrt{3} = 1.732 \text{ प्रयोग कीजिए})$$

26. एक मीनार के शिखर पर 7 मीटर ऊँचा एक ध्वजदंड लगा है। भूमि तल पर स्थित एक बिंदु पर दंड के शिखर उन्नयन कोण क्रमशः 45° व 30° के है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

$$(\sqrt{3} = 1.732 \text{ लीजिए})$$

27. एक 7 मी० ऊँचे भवन के शिखर से एक मीनार के शीर्ष का उन्नयन कोण 60° तथा मीनार के पाद का अवनमन कोण 45° है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

28. आनन्द एक सर्कस खिलाड़ी को रस्सी पर चढ़ते देख रहा है जोकि 20 मी लम्बी है और एक ऊर्ध्वाधर खंभे से बंधी है। यदि रस्सी जमीन के साथ 30° का कोण बनाती है तो खंभे की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

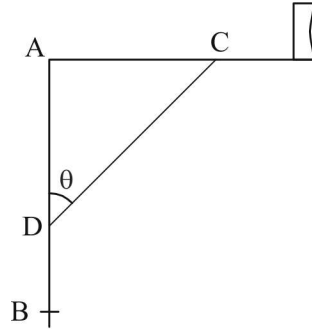
29. एक पेडस्टल के शिखर पर 1.6 मी ऊँची मूर्ति लगी हुई है। भूमि के एक बिन्दु से मूर्ति के शिखर का उन्नयन कोण 60° है और उसी बिन्दु से पेडस्टल के शिखर का उन्नयन कोण 45° है। पेडस्टल की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

$$(\sqrt{3} = 1.73 \text{ प्रयोग कीजिए}) \text{ (CBSE 2020)}$$

30. एक व्यक्ति पानी के जहाज पर पानी से 10 मी० की ऊँचाई के तल पर खड़ा है। वह देखता है कि सामने की पहाड़ी के शिखर का उन्नयन कोण 60° का है तथा पहाड़ी के आधार का अवनमन कोण 30° का है। जहाज से पहाड़ी की दूरी और पहाड़ी की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
31. गली के एक मकान की खिड़की जिसकी ऊँचाई भूमि तल से 60 मी० है से गली की विपरीत दिशा में सामने बने मकान के शीर्ष के उन्नयन कोण तथा अवनमन कोण क्रमशः 60° व 45° के हैं। दर्शाइए कि विपरीत दिशा में बने मकान की ऊँचाई $60(1 + \sqrt{3})$ मी० है।
32. एक वायुयान का भूमि के एक बिन्दु A से उन्नयन कोण 60° है। 30 सेकण्ड की उड़ान के पश्चात यह उन्नयन कोण 30° हो जाता है। यदि वायुयान $3600\sqrt{3}$ मी० की अचर ऊँचाई पर उड़ रहा हो तो वायुयान की गति किमी/घंटा में ज्ञात कीजिए।
33. 80 मीटर ऊँचे पेड़ के शिखर पर एक पक्षी बैठा है। पृथ्वी के किसी बिंदु से पक्षी का उन्नयन कोण 45° है। पक्षी क्षैतिज दिशा में प्रेक्षण बिन्दु के विपरीत इस प्रकार उड़ता है कि वह सदा समान ऊँचाई पर रहता है। 2 सेकण्ड बाद प्रेक्षण बिन्दु से पक्षी का उन्नयन कोण 30° हो जाता है। पक्षी की उड़ने की गति ज्ञात कीजिए।
($\sqrt{3} = 1.732$ लीजिए)
34. एक समतल भूमि पर खड़ी मीनार की छाया उस समय की लम्बाई जब सूर्य का उन्नयन कोण 30° है उस समय की लम्बाई से 30 मीटर अधिक है जब सूर्य का उन्नयन कोण 60° था। मीनार को ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
35. एक मीनार के पाद-बिन्दु से एक भवन के शिखर का उन्नयन कोण 30° है, और भवन के पाद-बिन्दु से मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 60° है। यदि मीनार 60 मी ऊँची हो तो भवन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)
36. 100 मीटर उँचे प्रकाश-स्तंभ की चोटी से एक प्रेक्षक समुद्र में एक जहाज को ठीक अपनी ओर आते हुए देखता है। यदि जहाज का अवनमन कोण 30° से बदलकर 60° हो जाता है तो प्रेक्षण की अवधि में जहाज द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात कीजिए।
($\sqrt{3} = 1.732$ लीजिए)
37. 60 मी० ऊँचे एक भवन के शिखर से एक प्रकाश-स्तंभ के शिखर तथा पाद के उन्नयन तथा अवनमन कोण क्रमशः 30° व 60° के हैं। ज्ञात कीजिए
(i) प्रकाश-स्तंभ तथा भवन की ऊँचाई में अंतर
(ii) प्रकाश-स्तंभ तथा भवन के बीच की दूरी।

38. एक सीधी सड़क पर दो दमकल केन्द्र P तथा Q हैं। उनके बीच की दूरी 20 किमी है। केन्द्रों को फोन द्वारा सूचना प्राप्त होती है कि बिल्डिंग B में आग लग गई है। बिल्डिंग B केन्द्र P से 60° तथा केन्द्र Q से 45° पर स्थित है। ज्ञात कीजिए : किस केन्द्र को अपनी बचाव टीम भेजनी चाहिए ताकि जल्दी से जल्दी आग बुझाने का काम शुरू हो सके? उस टीम को बिल्डिंग तक पहुंचने में कितनी दूरी तय करनी पड़ेगी?
39. गणतंत्र दिवस के उपलक्ष में 1.2 मी० लम्बी लड़की भूमि से 88.2 मी० की ऊँचाई पर एक क्षैतिज रेखा में हवा में उड़ रहे गुब्बारे को देखती है। किसी क्षण लड़की की आँख से गुब्बारे का उन्नयन कोण 60° है। कुछ समय बाद उन्नयन कोण घटकर 30° हो जाता है। इस अंतराल के दौरान गुब्बारे द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात कीजिए।
40. एक झील के तल से 10 मीटर की ऊँचाई से एक बादल का उन्नयन कोण 30° है व उसी स्थान से झील में बादल की छाया का अवनमन कोण 60° है। झील के तल से बादल की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। [CBSE 2020]
41. दो समान ऊँचाई के खंभे एक 150 मीटर चौड़ी सड़क के दोनों ओर खड़े हैं। सड़क के बीच किसी बिंदु से, जो कि दोनों खम्भों के मध्य है, दोनों खम्भों के शीर्षों का उन्नयन कोण 60° व 30° है। खम्भों की ऊँचाई व बिंदु की स्थिति ज्ञात कीजिए। [CBSE 2011]
42. एक मीनार के शीर्ष का उन्नयन कोण 30° है। यदि प्रेक्षक मीनार की ओर 20 मीटर चलता है तो उन्नयन कोण 15° बढ़ जाता है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
43. एक 150 मीटर ऊँची पहाड़ी से, पहाड़ी से दूर जाती एक नाव को देखा जाता है। तो नाव का अवनमन कोण 2 मिनट में 60° से 45° हो जाता है। नाव की चाल मीटर/घण्टा में ज्ञात कीजिए। ($\sqrt{3} = 1.73$ प्रयोग कीजिए)
44. एक 120 मीटर ऊँची मीनार के शीर्ष से एक व्यक्ति मीनार के विपरीत दिशा में दो कारणों को देखता है जो कि मीनार के तल से एक क्षैतिज रेखा पर हैं, 60° व 45° के अवनमन कोण बना रही हैं। दोनों कारणों के बीच की दूरी ज्ञात करें। ($\sqrt{3} = 1.732$ लीजिए)

45. 20 मी. ऊँची एक मीनार क्षैतिज तल पर खड़ी है जिसके ऊपर h मी ऊँचा एक ध्वजदण्ड सीधा खड़ा है। तल के किसी बिन्दु से ध्वजदण्ड के निचले तथा ऊपरी सिरों के उन्नयन कोण क्रमशः 45° तथा 60° हैं। h का मान ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)
46. एक टीवी डिस्क एन्टेना का रॉड AC दीवार AB पर समकोण पर लगाया जाता है और एक रॉड CD डिस्क का आधार है जैसा कि आकृति में दिखाया गया है। यदि $AC = 1.5$ मीटर लंबा और $CD = 3$ मीटर है, तो ज्ञात कीजिए (i) $\tan \theta$ (ii) $\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta$ (CBSE 2020)



47. भूमि के एक बिन्दु से, मीनार के शिखर का उन्नयन कोण α इस प्रकार है कि $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ है। 200 मीटर मीनार की तरफ चलने के बाद उन्नयन कोण β इस प्रकार है कि $\tan \beta = \frac{3}{4}$ हो जाता है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
48. आँधी आने से एक पेड़ टूट जाता है और टूटा हुआ भाग इस तरह मुड़ जाता है कि पेड़ का शिखर जमीन को छूने लगता है और जमीन के साथ 60° का कोण बनाता है। यदि पेड़ की कुल ऊँचाई 20 मीटर हो तो पेड़ की वह ऊँचाई ज्ञात कीजिए। जहाँ से पेड़ टूटा है।
49. एक झील की सतह से h मीटर ऊपर स्थित एक बिन्दु से किसी बादल का उन्नयन कोण का मान 30° तथा इसकी जल में परछाई का अवनमन कोण का मान इसी बिन्दु से 60° है तो सिद्ध करो झील की सतह से बादल की ऊँचाई $2h$ मीटर होगी और बिन्दु से बादल के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।
50. h मीटर ऊँचाई वाली एक मीनार के आधार से और एक सरल रेखा में x मीटर तथा y मीटर दूरी पर स्थित दो बिन्दुओं P और Q से मीनार के शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः 60° तथा 30° है। सिद्ध कीजिए मीनार की ऊँचाई \sqrt{xy} मीटर होगी।

51. 18 मीटर और 30 मीटर ऊँचाई वाले दो खम्भे उर्ध्वाधर खड़े हैं। इन खम्भों के शिखर एक तार से जुड़े हैं जो धरातल से 60° का कोण बनाता है। तार की लम्बाई तथा खम्भों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।
52. एक बहुमंजिले भवन के शिखर से देखने पर एक 10 मीटर ऊँचे भवन के शिखर और तल के अवनमन कोण क्रमशः 45° और 60° है। बहुमंजिले भवन की ऊँचाई और दो भवनों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।
53. आँधी आने से एक पेड़ टूट जाता है और टूटा हुआ भाग इस तरह मुड़ जाता है कि पेड़ का शिखर जमीन को छूने लगता है और जमीन के साथ 30° का कोण बनाता है। जहाँ से पेड़ टूटा है उस बिन्दु को भूमि से ऊँचाई 10 मीटर है। पेड़ की पूरी ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

उत्तर एवं संकेत

- | | |
|---------------------------|-------------------------|
| 1. (b) | 2. (c) |
| 3. (b) | 4. (c) |
| 5. (c) | 6. 50 मी |
| 7. 60° | 8. 30° |
| 9. 100 मी | 10. $20(\sqrt{3}+1)$ मी |
| 11. 130 मी | 12. $60(\sqrt{3}+1)$ मी |
| 13. $1000(\sqrt{3}-1)$ मी | 14. 25 मी |
| 15. 45° | 16. असत्य |
| 17. असत्य | 18. $75\sqrt{3}$ मी |
| 19. 13.65 मी | 20. 315.46 मी |
| 21. 94.64 मी | 22. $25\sqrt{3}$ मी |
| 23. 100 मी | 24. 54 मी |

25. 1268 मी
26. 9.562 मी
27. $7(\sqrt{3} + 1)$ मी
28. 10 मी
29. 2.184 मी
30. $10\sqrt{3}$ मी, 40 मी
32. 864 किमी / घंटा
33. 29.28 मी
34. $15\sqrt{3}$ मीटर
35. 20 मी
36. 115.46 मी
37. 20 मी, $20\sqrt{3}$ मी
38. स्टेशन P, 7.4 किमी (लगभग)
39. $58\sqrt{3}$ मी
40. 20 मी
41. ऊँचाई = 64.95 मी, स्थिति = 112.5 मी. (60° उन्नयन कोण बनाने वाले खम्बे से)
42. $10(\sqrt{3} + 1)$ मी
43. 1902 मी/घंटा (लगभग)
44. 189.28 मी
45. $h = 20(\sqrt{3} - 1)$ मी
46. (i) $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$
47. $h = 120$ मीटर
- (ii) $\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta = \frac{2}{\sqrt{3}} + 2$
48. $40(2 - \sqrt{3})$ मीटर
49. 2h मीटर
51. तार की ल. = $8\sqrt{3}$ मी.
52. $h = 5\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)$
- दूरी = $4\sqrt{3}$ मी.
53. पेड की ऊँचाई 30 मी.

अभ्यास प्रश्न-प्रत्र

त्रिकोणमिति के कुछ अनुप्रयोग

समय : 45 मिनट

अंक : 20

खण्ड-अ

1. 6 मी० ऊँचे जमीन पर खड़े एक खंबे की छाया की लम्बाई $2\sqrt{3}$ मी० है तो सूर्य का उन्नयन कोण ज्ञात कीजिए। 1
2. एक मीनार की ऊँचाई 100 मीटर है, जब सूर्य का उन्नयन कोण 30° है तो मीनार की छाया की लम्बाई ज्ञात कीजिए। 1
3. h मीटर ऊँचे खम्भे की छाया $\sqrt{3}h$ मीटर लंबी है तो सूर्य का उन्नयन कोण है— 1
(a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) 90°
4. एक 1.5 मीटर ऊँचाई वाला प्रेक्षक 22 मीटर ऊँची मीनार से 20.5 मीटर की दूरी पर खड़ा है। मीनार के शीर्ष का उन्नयन कोण है— 1
(a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) 0°

खण्ड-ब

5. समतल पर स्थित एक बिन्दु की मीनार के पाद से दूरी 20 मी० है तथा उन्नयन कोण 60° हो तो मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। 2
6. एक मीनार की ऊँचाई तथा इसकी छाया का अनुपात $1:\frac{1}{\sqrt{3}}$ है। उस क्षण सूर्य का उन्नयन कोण बताइये। 2
7. एक मीनार के शीर्ष का उन्नयन कोण 30° है। यदि मीनार की ऊँचाई तीन गुणा कर दी जाए तो सिद्ध कीजिए कि उन्नयन कोण की माप दोगुनी हो जाएगी। 2

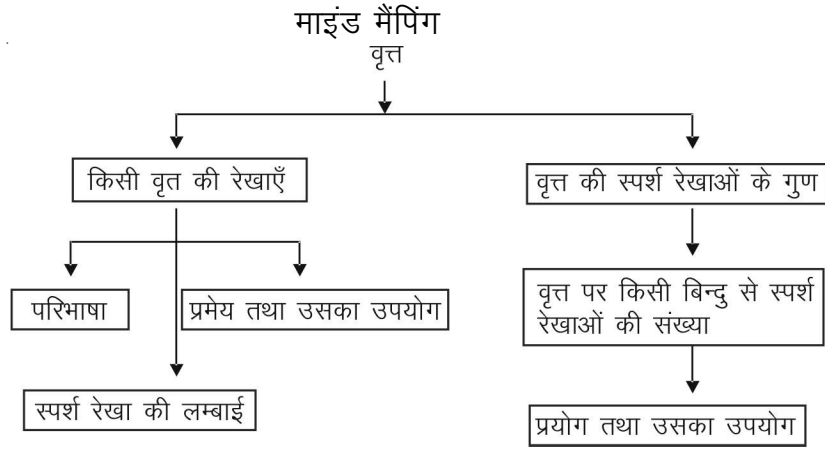
खण्ड-स

8. दो मीनारों के शीर्ष, जिनकी ऊँचाई क्रमशः x व y हैं, उनके पदों को मिलाने वाली रेखा के मध्य 30° व 60° का अवनमन कोण बनाते हैं। $x:y$ ज्ञात कीजिए। 3
9. एक चट्टान के शिखर के 100 मी० ऊँची मीनार के शिखर व पाद से उन्नयन कोण क्रमशः 30° तथा 45° है। चट्टान की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। 3

खण्ड-द

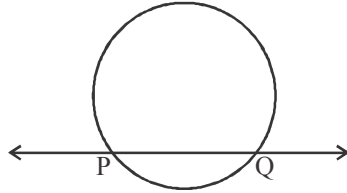
10. एक व्यक्ति पानी के जहाज पर पानी से 10 मीटर ऊँचाई के तल पर खड़ा है वह देखता है कि सामने की पहाड़ी के शिखर का उन्नयन कोण 60° का है तथा पहाड़ी के आधार का अवनमन कोण 30° का है। जहाज से पहाड़ी की दूरी और पहाड़ी की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। 4

वृत्त

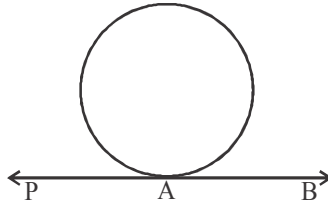


महत्त्वपूर्ण बिंदु:

1. वृत्त उन बिन्दुओं के समूह से बनता है जो एक निश्चित बिन्दु से अचर दूरी पर होते हैं। निश्चित बिन्दु वृत्त का केन्द्र कहलाता है और अचर दूरी वृत्त की त्रिज्या कहलाती है।
2. **छेदक रेखा**—यदि कोई रेखा किसी वृत्त को दो अभिन्न बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करती हो तो वह छेदक रेखा कहलाती है।



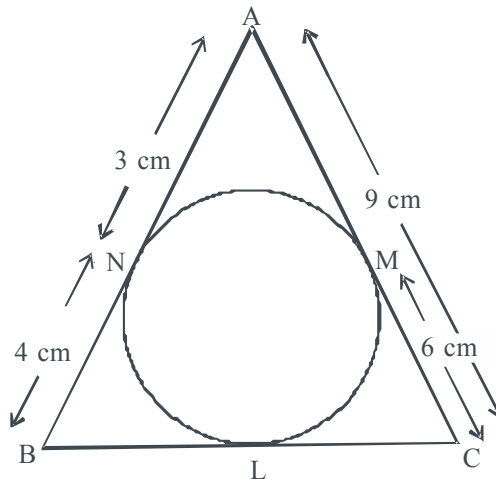
3. **वृत्त की स्पर्श रेखा**—वृत्त की स्पर्श रेखा वह रेखा होती है जो वृत्त को केवल एक बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती है। जिस बिन्दु पर स्पर्श रेखा वृत्त को स्पर्श करती है उसे स्पर्श बिन्दु कहते हैं। यहाँ पर बिन्दु A एक स्पर्श बिन्दु है।



4. स्पर्श रेखा की संख्याएं—किसी वृत्त पर असंख्य स्पर्श रेखाएं बनाई जा सकती हैं।
5. छेदक रेखा की संख्याएं—किसी वृत्त पर असंख्य छेदक रेखाएं बनाई जा सकती हैं।
6. निम्न प्रमेय सिद्ध करने के लिए परीक्षा में पूछी जा सकती है—
 - (i) किसी वृत्त की स्पर्श रेखा, स्पर्श बिन्दु से होकर जाने वाली त्रिज्या पर लम्ब होती है।
 - (ii) किसी बाह्य बिन्दु से वृत्त पर बनी स्पर्श रेखाओं की लंबाई बराबर होती है।
7. स्पर्श रेखा, छेदक रेखा का एक विशेष प्रकार है।
8. वृत्त के अंतः भाग के किसी बिन्दु से कोई भी स्पर्श रेखा नहीं खींची जा सकती है।
9. वृत्त पर किसी बिन्दु से गुजरती हुई केवल एक ही स्पर्श रेखा खींची जा सकती है।
10. वृत्त के किसी बाहरी बिन्दु से वृत्त पर केवल दो स्पर्श रेखाएँ खींची जा सकती हैं।

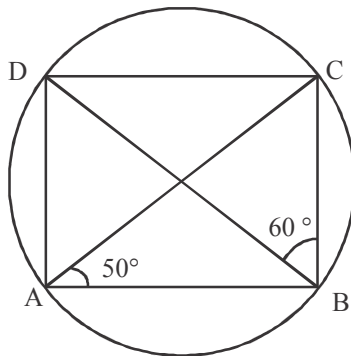
अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1. दिए गए चित्र में BC की लम्बाई ज्ञात करें।

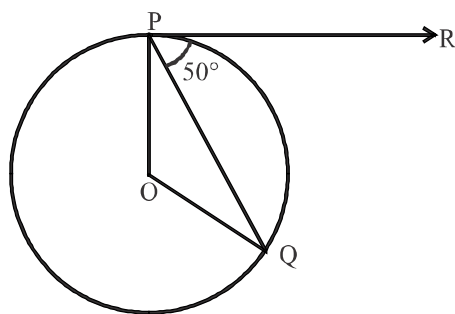


2. यदि बाह्य बिन्दु P से स्पर्श रेखा की लम्बाई 24 cm है और इस स्पर्श रेखा की केन्द्र से दूरी 25 cm है तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करें।

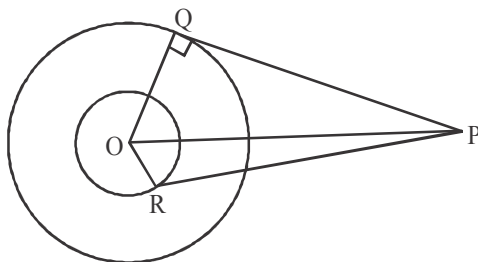
3. दिए गए चित्र में ABCD एक चतुर्भुज है। यदि $\angle BAC = 50^\circ$, $\angle DBC = 60^\circ$ तो $\angle BCD$ का मान ज्ञात करें।



4. दिए गए चित्र में O वृत्त का केन्द्र है, PQ एक जीवा है और स्पर्श रेखा PR बिन्दु P पर 50° का कोण PQ के साथ बनाती है। $\angle POQ$ ज्ञात करें।

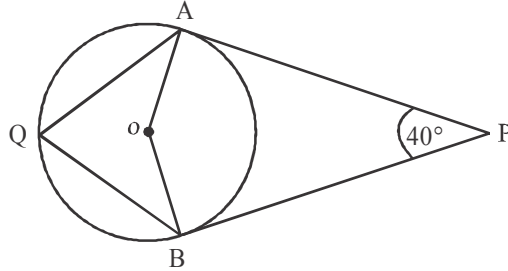


5. यदि दो स्पर्श रेखाएँ, 3 cm त्रिज्या वाले वृत्त पर इस प्रकार बनाई गई कि उनके बीच का कोण 60° हो तो स्पर्श रेखाओं की लंबाई ज्ञात करें।
6. दो संकेन्द्री वृत्तों की त्रिज्याएं 4 cm और 5 cm है। उस वृत्त की जीवा की लम्बाई ज्ञात करें जो दूसरे वृत्त पर स्पर्श रेखा हो।
7. दिए गए चित्र में PQ बाह्य वृत्त का और PR अंतः वृत्त की स्पर्श रेखाएं हैं। यदि $PQ = 4$ cm, $OQ = 3$ cm और $OR = 2$ cm हो तो PR की लम्बाई ज्ञात करें।

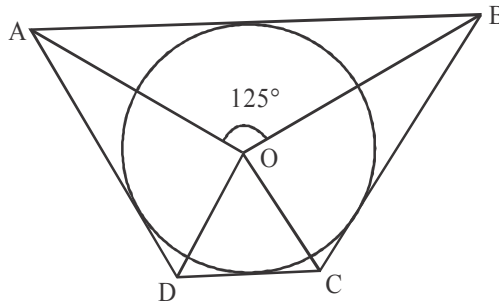


8. दिए गए चित्र में $\angle AQB$ ज्ञात करें।

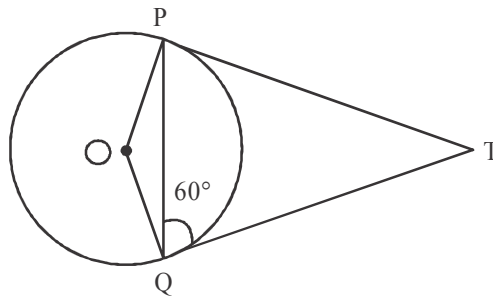
(CBSE 2016)



9. दिए गए चित्र में $\angle ABQ = 125^\circ$ है तो $\angle COD$ ज्ञात करें।



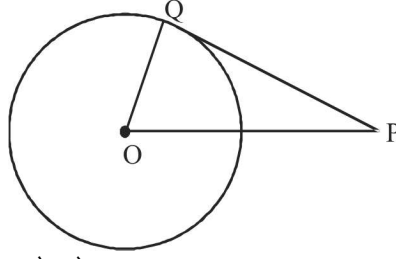
10. यदि TP और TQ बाह्य बिन्दु T से वृत्त की दो स्पर्श रेखाएँ हैं और $\angle TQP = 60^\circ$ है तो $\angle OPQ$ ज्ञात करें।



11. एक वृत्त की कितनी स्पर्श रेखाएँ हो सकती हैं?

12. किसी वृत्त की स्पर्श रेखा उसे बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करती है।

13.



यदि PQ एक स्पर्श रेखा है तो $\angle POQ + \angle QPO$ का मान बताइए।

14. सही विकल्प चुनिए:

5 सेमी. त्रिज्या वाले एक वृत्त के बिन्दु P पर स्पर्श रेखा PQ केन्द्र O से जाने वाली एक रेखा से बिन्दु Q पर इस प्रकार मिलती है कि $OQ = 12$ सेमी. है। PQ की लम्बाई है—

- (a) 12 सेमी. (b) 13 सेमी. (c) 8.5 सेमी. (d) $\sqrt{119}$ सेमी.

15. एक वृत्त की समांतर स्पर्श रेखाएँ हो सकती हैं।

16. वृत्त की त्रिज्या तथा उसकी स्पर्श रेखा के उभयनिष्ठ बिन्दु को कहते हैं।

17. एक वृत्त पर स्थित दो समान्तर स्पर्श रेखाओं के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए। यदि वृत्त की त्रिज्या 9 से.मी. है।

18. उस वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए यदि वृत्त पर स्थित दो स्पर्श रेखाओं के बीच की दूरी 10 से.मी. है।

19. यदि दो वृत्त एक दूसरे को अन्तः स्पर्श करते हैं, तो दोनों वृत्तों पर कितनी उभयनिष्ठ स्पर्श रेखायें खींची जा सकती हैं?

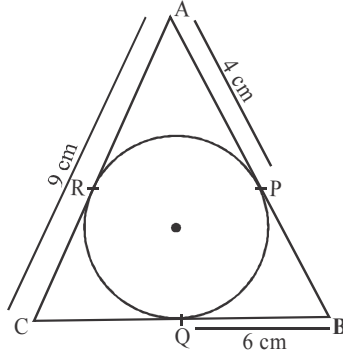
लघु उत्तरीय प्रश्न

20. यदि दो संकेन्द्री वृत्तों का व्यास d_1 तथा d_2 हो ($d_2 > d_1$) तथा c वृत्त की जीवा की लम्बाई हो जो दूसरे वृत्त पर स्पर्श रेखा है। सिद्ध करो कि $d_2^2 = c^2 + d_1^2$

21. 2.5 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त पर बाह्य बिन्दु P से स्पर्श रेखा की लम्बाई 6 सेमी है। बिन्दु P की वृत्त के निकटतम बिन्दु से दूरी ज्ञात करो।

22. केन्द्र O वाले वृत्त की बाह्य बिन्दु T से स्पर्श रेखाएं TP और TQ हैं। यदि $\angle OPQ = 30^\circ$ हो तो $\angle TQP$ का मान ज्ञात करें।

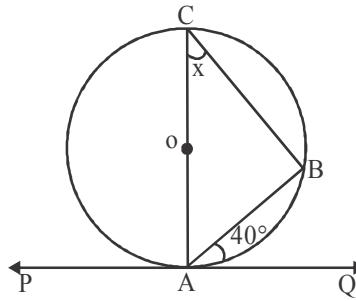
23. आकृति में $AP = 4$ cm $BQ = 6$ cm और $AC = 9$ cm है। $\triangle ABC$ का अर्द्ध परिमाप ज्ञात करें।



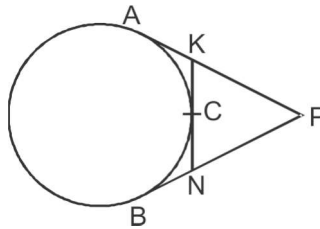
24. एक समकोण त्रिभुज जिसकी भुजाएं a, b तथा c हैं जहां c कर्ण है के अंतर्गत एक वृत्त बना है जो त्रिभुज की सभी भुजाओं को स्पर्श करता है। यदि वृत्त की त्रिज्या r हो तो सिद्ध कीजिए।

$$r = \frac{a+b-c}{2}$$

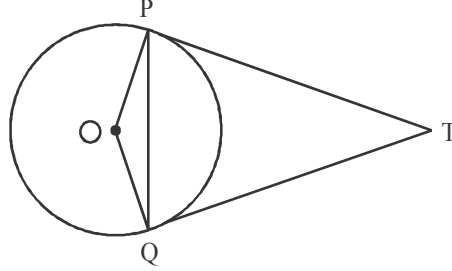
25. सिद्ध करो कि दो संकेन्द्रीय वृत्तों में बड़े वृत्त की जीवा जो छोटे वृत्त पर स्पर्श रेखा होती है स्पर्श बिन्दु पर समद्विभाजित होती है।
26. आकृति में, AC केन्द्र O वाले वृत्त का व्यास है और A स्पर्श बिन्दु है तो x का मान ज्ञात कीजिए।



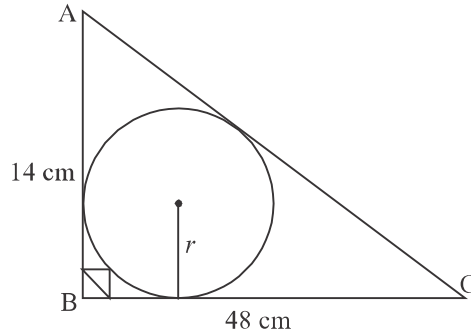
27. आकृति में, KN, PA और PB, वृत्त पर स्पर्श रेखाएं हैं। सिद्ध कीजिए $KN = AK + BN$



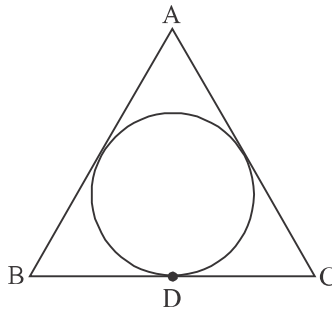
28. आकृति में, जीवा PQ की लम्बाई 6 सेमी तथा वृत्त की त्रिज्या 6 सेमी है TP और TQ वृत्त की स्पर्श रेखाएं हैं। $\angle PTQ$ का मान ज्ञात कीजिए।



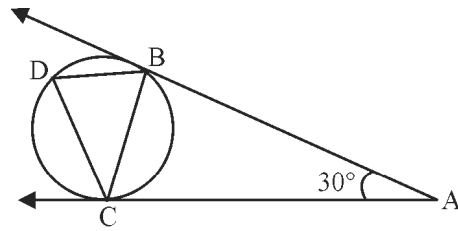
29. चित्र में एक वृत्त जो समकोण की तीनों भुजाओं को स्पर्श करता है उस वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। यदि समकोण त्रिभुज का लम्ब = 14 से.मी. आधार = 48 cm तथा $\angle B = 90^\circ$



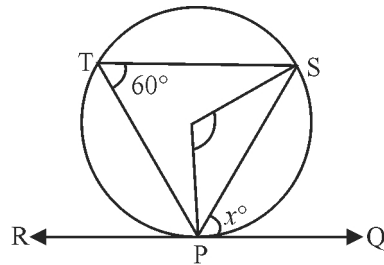
30. चित्र में, एक वृत्त जो त्रिभुज की तीनों भुजाओं को स्पर्श करता है। और BC भुजा को D बिन्दु पर स्पर्श करता है। तो सिद्ध कीजिए $AB - BD = AC - CD$.



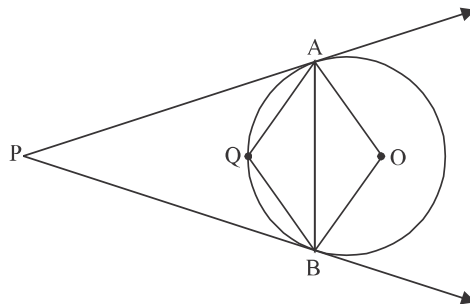
31. किसी बाह्य बिन्दु P से, जो वृत्त के केन्द्र से 13 से.मी. पर स्थित है, वृत्त पर दो स्पर्श रेखायें PQ तथा PR खींची जाती हैं, चतुर्भुज PQOR का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। यदि O वृत्त का केन्द्र है और वृत्त की त्रिज्या 5 से.मी. है।
32. चित्र में किसी बाह्य बिन्दु A से किसी वृत्त पर दो स्पर्श रेखायें AB तथा AC खींची जाती हैं और जीवा BD स्पर्श रेखा AC के समान्तर है तो $\angle DBC$ का मान ज्ञात कीजिए यदि $\angle BAC = 30^\circ$ है।



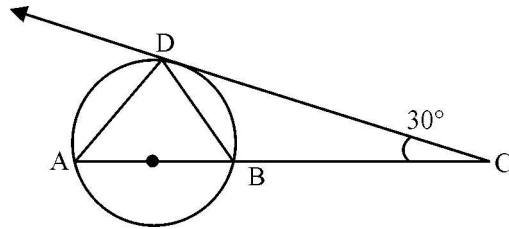
33. x का मान ज्ञात कीजिए—



34. चित्र में, किसी बाह्य बिन्दु P से वृत्त पर दो स्पर्श रेखायें, PA तथा PB खींची जाती हैं तो $\angle AQB$ का मान ज्ञात कीजिए। यदि $\angle APB = 70^\circ$ है।

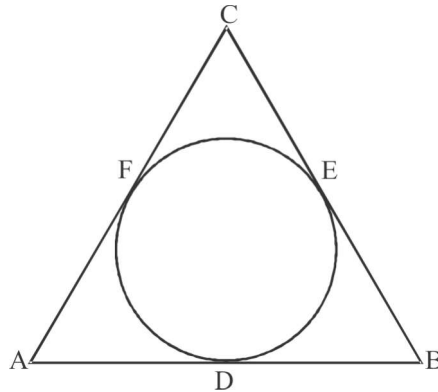


35. चित्र में, एक वृत्त में व्यास AB को बिन्दु C तक बढ़ाया जाता है। तथा बिन्दु C से वृत्त पर CD स्पर्श रेखा खींची जाती है तो $\angle ADC$ का मान ज्ञात कीजिए। यदि $\angle DCB = 30^\circ$ है।

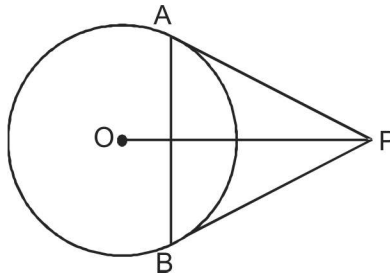


दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

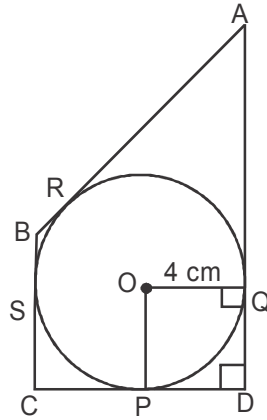
36. दी गई आकृति में, $AB = 12$ सेमी, $BC = 8$ सेमी और $AC = 10$ सेमी है, तो AD , BE और CF का मान ज्ञात कीजिए।



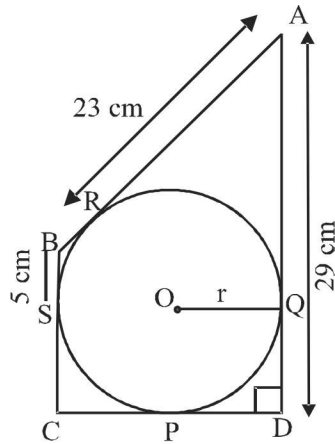
37. आकृति में OP वृत्त के व्यास के बराबर है, जहां O वृत्त का केन्द्र है। सिद्ध कीजिए $\triangle ABP$ एक समबाहु त्रिभुज है।



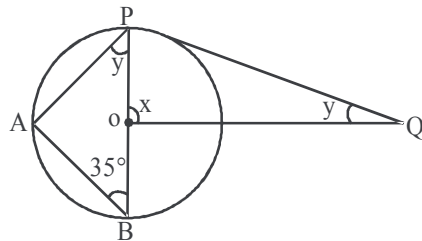
38. आकृति में $AB = 13$ सेमी, $BC = 7$ सेमी, $AD = 15$ सेमी। PC की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



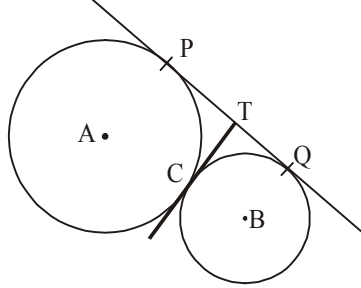
39. आकृति में वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।



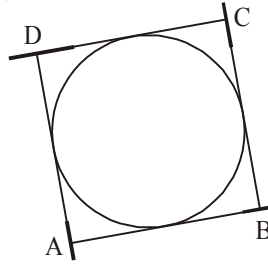
40. आकृति में PQ वृत्त की स्पर्श रेखा तथा PB व्यास है। x और y के मान ज्ञात कीजिए।



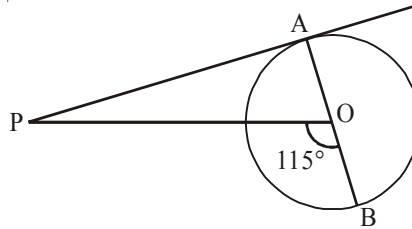
41. दी गई आकृति में, दो वृत्त परस्पर बिन्दु C पर स्पर्श करते हैं। सिद्ध कीजिए कि C पर सांझी स्पर्श रेखा, बिन्दुओं P तथा Q की सांझी स्पर्श रेखा का समद्विभाजन करती है।



42. आकृति में, एक वृत्त एक चतुर्भुज ABCD की सभी भुजाओं को स्पर्श करता है। यदि $AB = 6$ सेमी., $BC = 9$ सेमी. तथा $CD = 8$ सेमी. है तो भुजा AD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

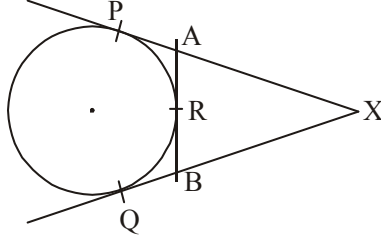


43. आकृति में, O केन्द्र वाले वृत्त पर एक बाह्य बिन्दु P से खींची गई स्पर्श रेखा PA है। यदि $\angle POB = 115^\circ$ है तो $\angle APO$ ज्ञात कीजिए।

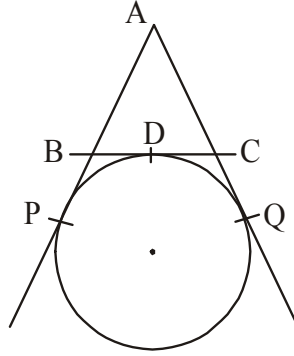


44. आकृति में XP तथा XQ , केन्द्र O वाले वृत्त पर बिन्दु X से खींची गई स्पर्श रेखाएँ हैं तथा AB वृत्त के बिन्दु R पर स्पर्श रेखा है।

सिद्ध कीजिए : $XA + AR = XB + BR$



45. दी गई आकृति में, $\triangle ABC$ का परिमाण ज्ञात कीजिए, यदि $AP = 12$ सेमी. है।



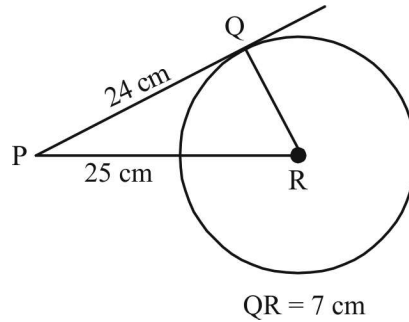
उत्तर तथा संकेत

1. बाह्य बिन्दु से किसी वृत्त पर खींची गई दोनों स्पर्श रेखाओं की लम्बाइयाँ बराबर होती है इसलिए—

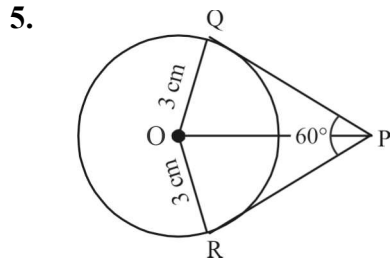
$$BN = BL, CM = CL$$

$$BL + CL = BC = 10 \text{ cm}$$

2. पाइथागोरस प्रमेय के द्वारा

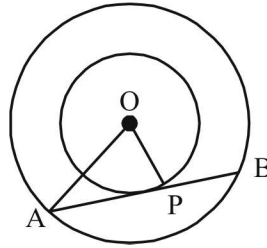


3. एक ही वृत्त खण्ड में बने सभी कोणों की माप बराबर होती है।
 DC एक जीवा है इसलिए $\angle DAC = \angle DBC = 60^\circ$
 चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का योग 180° होता है इसलिए $\angle BCD = 70^\circ$ ।
4. वृत्त के किसी बिन्दु पर स्पर्श रेखा, स्पर्श बिन्दु से जाने वाली त्रिज्या पर लम्ब होती है।
 इसलिए $\angle RPO = 90^\circ$
 $\angle OPQ = \angle OQP = 40^\circ$
 $\angle POQ = 100^\circ$



- $\triangle QPO \cong \triangle RPO$
 $\Rightarrow \angle QPO = \angle RPO = 30^\circ$
 In $\triangle QPO$, $\angle OQP = 90^\circ$ (स्पर्श रेखा और त्रिज्या के बीच का कोण 90° का होता है)

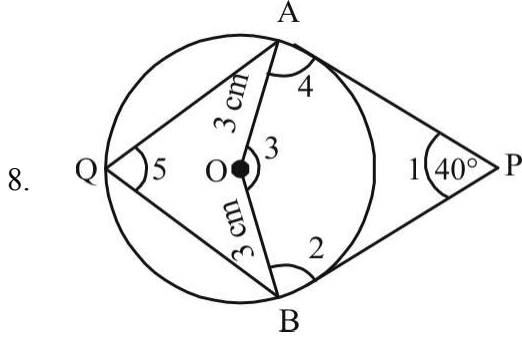
6.



- $\triangle AOP$ में P पर समकोण है
 $OA^2 = AP^2 + OP^2$
 $\Rightarrow (5)^2 = AP^2 + 4^2$
 $\Rightarrow AP^2 = 9$
 $\Rightarrow AP = 3$
 $\therefore AB = 6 \text{ cm}$
7. $\triangle PQO$ में
 $(4)^2 + (3)^2 = (OP)^2$
 $5 = OP$
- $\triangle PRO$ में

$$(5)^2 = (2)^2 + (PR)^2$$

$$PR = \sqrt{21} \text{ cm}$$



चतुर्भुज OAPB में

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 360^\circ$$

$$\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$$

$$\angle 3 = 140^\circ$$

तो $\angle 3 = 2\angle 5$

$$\angle 5 = 70^\circ$$

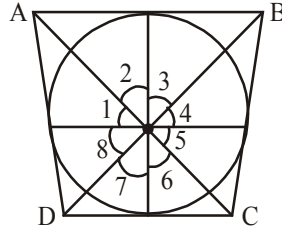
or $\angle AQB = 70^\circ$

9. $\angle 1 = \angle 2$

$$\angle 3 = \angle 4$$

$$\angle 5 = \angle 6$$

$$\angle 7 = \angle 8$$



संगत त्रिभुजों के संगत भाग

$$2(\angle 2 + \angle 3 + \angle 6 + \angle 7) = 360^\circ$$

$$\angle AOB + \angle COD = 180^\circ$$

$$\angle COD = 55^\circ$$

10. $\angle OQT = 90^\circ$ (स्पर्श रेखा तथा त्रिज्या के बीच का कोण), $\angle PQO = \angle OPQ = 30^\circ$

11. अपरिमित रूप से अनेक

12. एक

13. 90°

14. $d(\sqrt{119}$ सेमी.)

15. दो

16. स्पर्श बिन्दु

17. 18 cm

18. 5 cm

19. 1

20. $AO^2 = OP^2 + AP^2$

$$\left(\frac{d_2}{2}\right)^2 = \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + AP^2$$

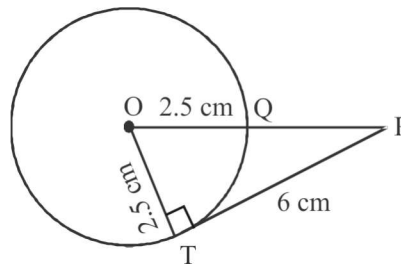
$$\left(\frac{d_2}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 = AP^2$$

$$\sqrt{\frac{1}{4}[(d_2)^2 - (d_1)^2]} = AP$$

$$2\sqrt{\frac{1}{4}[(d_2)^2 - (d_1)^2]} = AB$$

$$d_2^2 = c^2 + d_1^2$$

21. $(OP)^2 = (OT)^2 + (PT)^2$



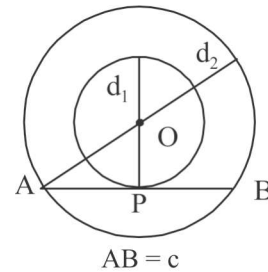
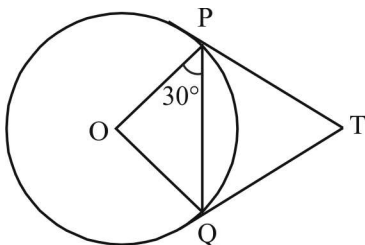
$$(OP)^2 = (2.5)^2 + (6)^2$$

$$= 42.25$$

$$= (6.5)^2$$

$$QP = 4 \text{ cm}$$

22.



$$\angle OQP = \angle OPQ = 30^\circ$$

$$\angle OQT = 90^\circ$$

(स्पर्श रेखा तथा त्रिज्या के बीच का कोण)

$$\angle TQP = \angle OQT - \angle OQP$$

$$= 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$\begin{aligned} 23. \quad AP &= AR = 4 \text{ cm} \\ CR &= CQ = (9 - 4) \text{ cm} = 5 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\text{अर्धपरिमाप} = \frac{1}{2} [AC + AB + BC]$$

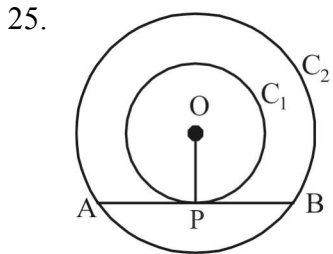
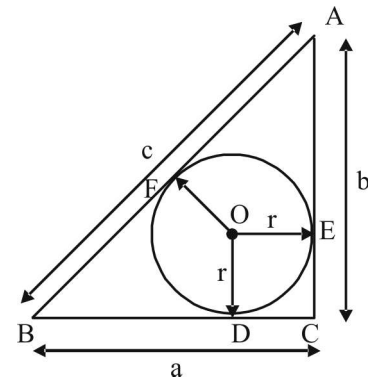
$$= \frac{1}{2} [9 + 10 + 11]$$

$$= 15 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} 24. \quad b - r &= AF, \\ a - r &= BF \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{or} \quad AB &= c = AF + BF \\ &= b - r + a - r \end{aligned}$$

$$\therefore r = \frac{a + b - c}{2}$$



OP को मिलाइए—

AB, C_1 की P पर स्पर्श रेखा है तथा OP त्रिज्या है।

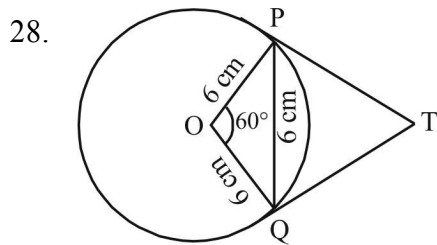
$$OP \perp AB$$

AB वृत्त C_2 की जीवा है और $OP \perp AB$ इसलिए OP जीवा AB का लम्ब समद्विभाजक है।
वृत्त के केन्द्र से गिराया गया लम्बा जीवा को दो बराबर भागों में बाँटता है।

$$\text{i.e.,} \quad AP = BP$$

26. $\angle OAB = 50^\circ$
 $x + \angle B + \angle OAB = 180^\circ$
 $x + 90^\circ + 50^\circ = 180^\circ$
 $x = 40^\circ$

27. $AK = KC$
 $BN = NC$
 $KN = KC + NC$
 $= AK + BN$



$\angle POQ + \angle PTQ = 180^\circ$
 $60^\circ + \angle PTQ = 180^\circ$
 $\angle PTQ = 120^\circ$

29. 6 cm

31. 60 cm^2

32. $\angle DBC = 75^\circ$

33. $x = 60^\circ$

34. $\angle AQB = 125^\circ$

35. $\angle ADC = 120^\circ$

36. $AC = AF + FC = 10 \text{ cm}$... (1)

$AB = AD + DB = 12 \text{ cm}$... (2)

$BC = BE + CE = 8 \text{ cm}$... (3)

$$\left[\begin{array}{l} \therefore BD = BE \\ AD = AF \\ CF = CE \end{array} \right]$$
 ... (4)

$AC = AD + FC = 10 \text{ cm}$... (5)

$AB = AD + DB = 12 \text{ cm}$... (6)

$BC = BD + CF = 8 \text{ cm}$... (7)

(5) + (6) + (7) से

$$2(AD + FC + DB) = 30$$

$$AD + FC + DB = 15$$

(1), (2) (3) से मान रखने पर

$$AD = 7 \text{ cm,}$$

$$BE = 5 \text{ cm}$$

$$CF = 3 \text{ cm}$$

37. $OP = 2r$

$$\Rightarrow OQ = QP = r$$

ΔAOP में $OA \perp AP$

तथा OP कर्ण है।

$$OQ = AQ = OA$$

(क्योंकि कर्ण का मध्य बिन्दु शीर्षों से समान दूरी पर होता है)

$\Rightarrow OAQ$ एक समबाहु त्रिभुज है।

$$\Rightarrow \angle AOQ = 60^\circ$$

$$\angle OAP = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle APO = 30^\circ$$

$$\angle APB = 2\angle APO = 60^\circ$$

$$PA = PB \text{ (स्पर्श रेखाएँ)}$$

$$\Rightarrow \angle PAB = \angle PBA$$

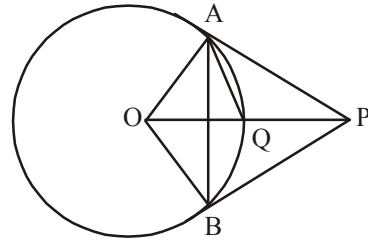
Δ में $\angle APB = 60^\circ$ है।

$$\angle PAB = \angle PBA = 60^\circ$$

$\therefore \Delta ABP$ एक समबाहु त्रिभुज है।

38. $PC = 5 \text{ cm}$

39. 11 cm



40. $\triangle ABP$ में $\angle 1 = 90^\circ$ (अर्धवृत्त में बना कोण)

$$\angle 1 + 35^\circ + \angle y = 180^\circ$$

$$90^\circ + 35^\circ + \angle y = 180^\circ$$

$$\angle y = 55^\circ$$

$\triangle OPQ$ में

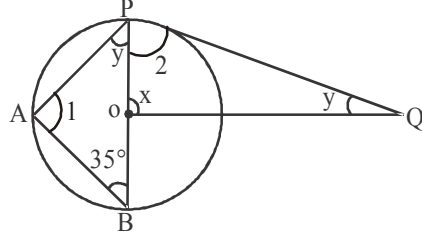
$$\angle 2 = 90^\circ$$

(स्पर्श रेखा तथा त्रिज्या के बीच का कोण)

$$\angle 2 + \angle x + \angle y = 180^\circ$$

$$90^\circ + \angle x + 55^\circ = 180^\circ$$

$$\angle x = 35^\circ$$



42. $AD = 5$ cm

43. 25°

45. 24 cm

अभ्यास प्रश्न-पत्र

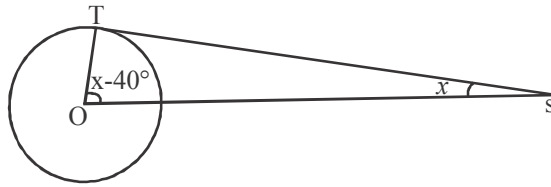
वृत्त

समय : 45 मिनट

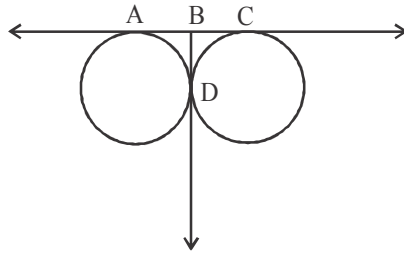
अंक : 20

खण्ड-अ

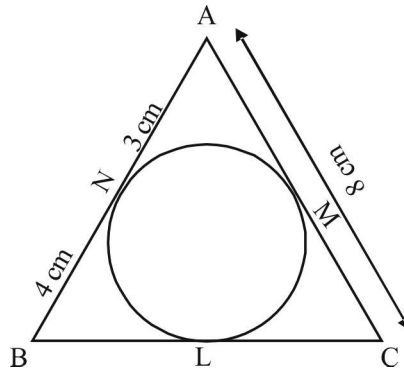
1. दिए गए चित्र में x का मान ज्ञात करें। 1



2. दिए गए चित्र में $AC = 9 \text{ cm}$ है। BD ज्ञात करें। 1



3. दी गई आकृति में, $\triangle ABC$ में एक वृत्त बना है। भुजा BC की लम्बाई ज्ञात कीजिए। 1

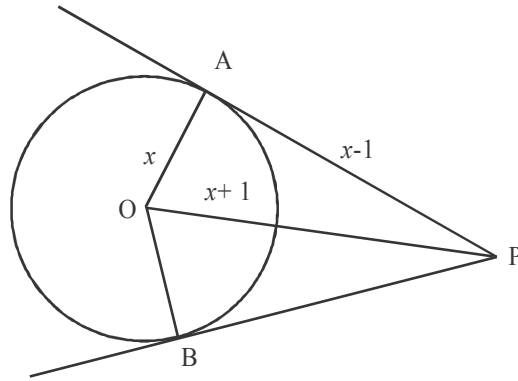


4. एक वृत्त के किसी बाह्य बिन्दु P से, PA तथा PB स्पर्श रेखाएँ खींची गई हैं। यदि O वृत्त का केन्द्र और $\angle PAB = 50^\circ$ हो तो $\angle AOB$ की माप बताइए। 1

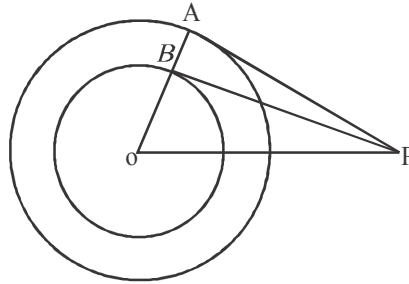
खण्ड – ब

5. यदि किसी वृत्त जिसका केन्द्र O तथा त्रिज्या a है, के किसी बाह्य बिन्दु P से दो स्पर्श रेखाएँ खींची गई हैं। यदि दोनों स्पर्श रेखाओं के बीच का कोण 60° है तो OP की लम्बाई ज्ञात कीजिए। [All India 2017] 2

6. x का मान ज्ञात करें। 2

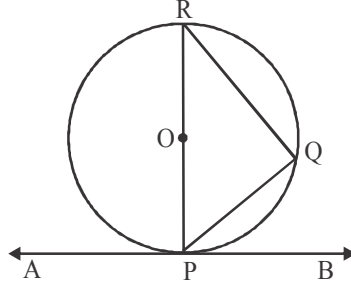


7. दो संकेन्द्री वृत्तों की त्रिज्या 6 cm और 3 cm है। बाह्य बिन्दु P से दो स्पर्श रेखाएँ PA और PB बनाई गईं। यदि $AP = 10$ cm है तो BP ज्ञात करें। 2

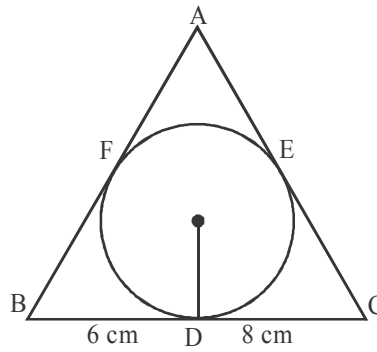


खण्ड-स

8. दिए गए चित्र में यदि AB वृत्त की स्पर्श रेखा है तो सिद्ध करें $\angle BPQ = \angle PRQ$ 3

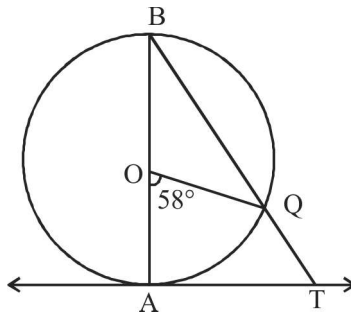


9. एक त्रिभुज ABC के अन्तर्गत बने वृत्त की त्रिज्या 3 सेमी है। $BD = 6$ सेमी $DC = 8$ सेमी है। यदि ΔABC का क्षेत्रफल 63 वर्ग सेमी हो तो भुजा AB ज्ञात करें। 3

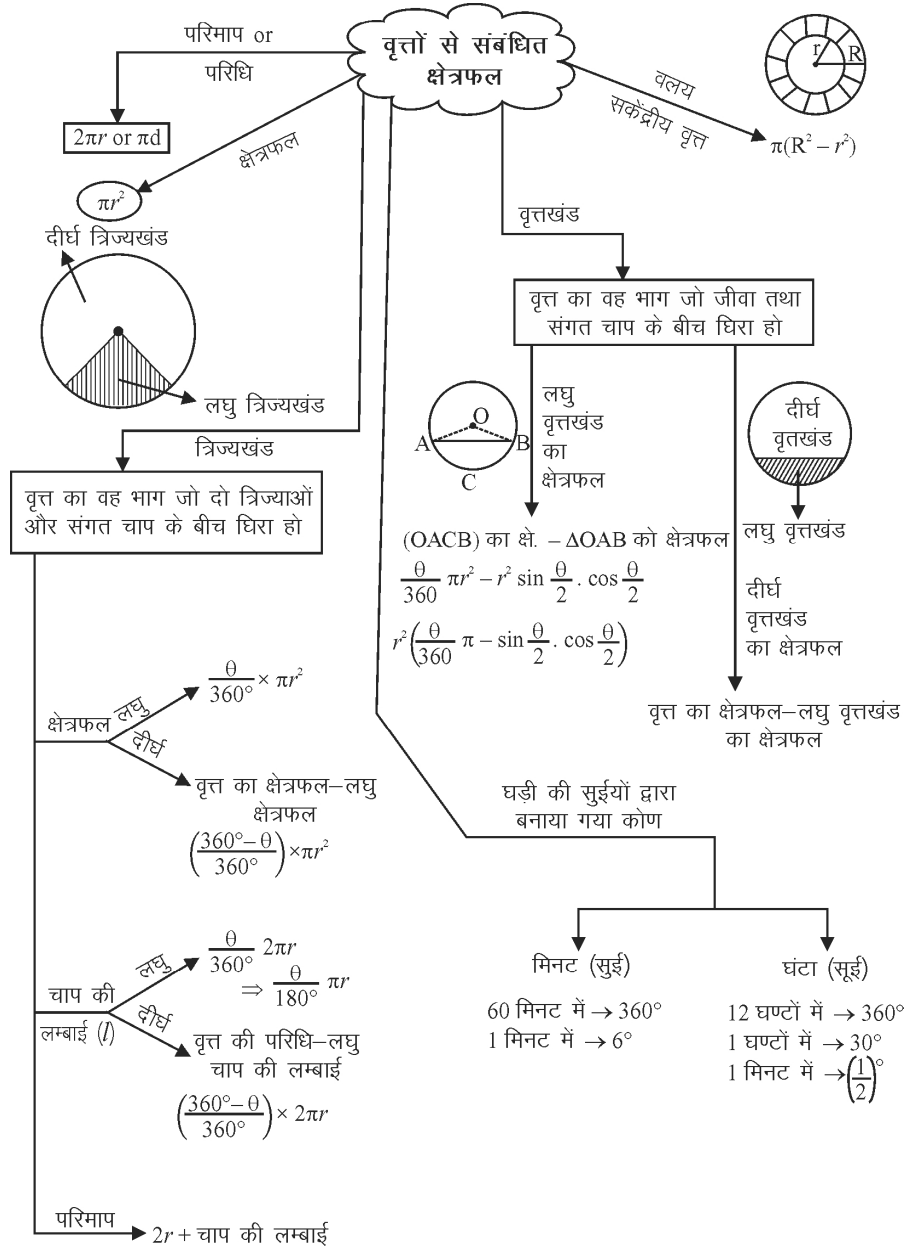


खण्ड-द

10. AB वृत्त का व्यास है। AT उसकी स्पर्श रेखा है। यदि $\angle AOQ = 58^\circ$ है तो $\angle ATQ$ ज्ञात करें। 4



वृत्तों से सम्बंधित क्षेत्रफल



अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. यदि एक अर्धवृत्ताकार चाँदे का व्यास 14 सेमी है, तो इसकी परिधि ज्ञात कीजिए।
2. एक वृत्त की परिधि तथा क्षेत्रफल संख्यात्मक रूप से समान हो तो वृत्त का व्यास ज्ञात कीजिए।
3. 'a' सेमी भुजा वाले वर्ग के अन्तर्निहित एक वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
4. एक वृत्त के त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या r तथा संगत चाप की लम्बाई l है।
5. एक पहिए की त्रिज्या 0.25 मी. है। पहिए द्वारा 11 किमी दूरी तय करने में लगाए गए चक्करों की संख्या ज्ञात कीजिए।
6. यदि एक वृत्त का क्षेत्रफल 616 वर्ग सेमी हो तो इसकी परिधि ज्ञात कीजिए।
7. एक 6 सेमी वाले वर्ग के अन्तर्निहित वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
8. एक वृत्त का क्षेत्रफल दो वृत्तों के क्षेत्रफलों के योग के बराबर है। दोनों वृत्तों की त्रिज्याएं 24 सेमी तथा 7 सेमी है तो बड़े वृत्त का व्यास ज्ञात कीजिए।
9. एक तार को मोड़कर 35 सेमी त्रिज्या का वृत्त बनाया जा सकता है। यदि इसी तार को एक वर्ग के आकार में मोड़ा जाए तो वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
10. एक वृत्त की त्रिज्या 6 सेमी⁰ है तथा एक चाप की लम्बाई 3π सेमी⁰ है। इस चाप द्वारा वृत्त के केन्द्र पर अन्तरित कोण का मान ज्ञात कीजिए।
11. एक वृत्त के त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात करने के सूत्र लिखिए जिसका केन्द्र पर कोण θ तथा त्रिज्या r है।
12. यदि दो वृत्तों की परिधियों 2:3 के अनुपात में हो, तो इनके क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात कीजिए।
13. एक वृत्त की परिधि तथा त्रिज्या का अन्तर 37 सेमी⁰ हो तो वृत्त की परिधि ज्ञात कीजिए।
$$\left(\pi = \frac{22}{7} \text{ लीजिए} \right)$$
14. यदि एक वृत्त का व्यास 40% बढ़ा दिया जाए तो कितने प्रतिशत से इसका क्षेत्रफल बढ़ेगा।
15. एक घड़ी की मिनट की सुई की लम्बाई 6 सेमी है। प्रातः 11:20 बजे से 11:55 बजे तक मिनट की सुई द्वारा अंकित क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

16. 14 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त के एक त्रिज्यखण्ड का परिमाप 68 सेमी है। उस त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

17. एक वृत्त की परिधि 39.6 सेमी है। उसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

$$\left(\pi = \frac{22}{7} \text{ लीजिए}\right) \text{ (CBSE 2020)}$$

18. एक घड़ी में मिनट की सुई की लम्बाई 14 cm है। मिनट की सुई के द्वारा 1 मिनट में कितना क्षेत्रफल तय किया जाएगा?

$$\left(\pi = \frac{22}{7} \text{ का प्रयोग कीजिए}\right)$$

19. उस त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल जिसके संगत चाप की लम्बाई 'l' तथा त्रिज्या 'r' हो, _____ है।

20. r त्रिज्या वाले वृत्त की परिधि होगी

21. S त्रिज्या वाले वृत्त का क्षेत्रफल होगा

22. त्रिज्या r वाले वृत्त के एक त्रिज्यखण्ड, जिसका कोण अंशों में θ है, के संगत चाप की लम्बाई होती है।

23. त्रिज्या r वाले वृत्त के एक त्रिज्यखण्ड, जिसका कोण अंशों में θ है, का क्षेत्रफल होता है।

24. एक वृत्त का क्षेत्रफल = संगत त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल

लघुत्तरात्मक प्रश्न 1

25. एक वृत्त के चतुर्थांश का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी परिधि 22 सेमी0 है।

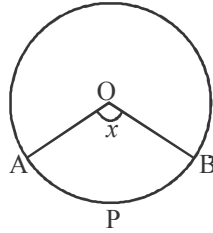
$$\left(\pi = \frac{22}{7} \text{ लीजिए}\right)$$

26. 10 सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त की किसी चाप की लम्बाई 5π सेमी. हो तो उस चाप द्वारा वृत्त के केन्द्र पर अन्तरित कोण का मान ज्ञात कीजिए।

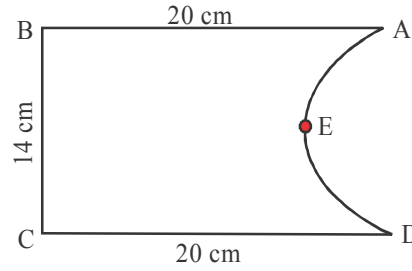
27. यदि एक वर्ग, वृत्त के अन्तर्निहित हो, तो वृत्त तथा वर्ग के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

28. उस वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी परिधि 44 सेमी है। (CBSE 2020)

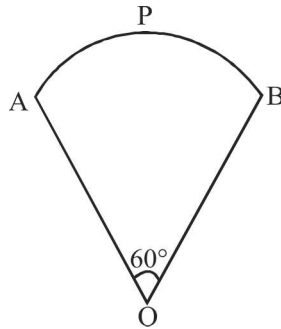
29. यदि एक वृत्त की परिधि एक वर्ग के परिमाण के बराबर हो जबकि वर्ग की भुजा की लम्बाई 1 इकाई है। तो उनके क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?
30. एक वृत्त का व्यास तथा एक समबाहु त्रिभुज की भुजा की लम्बाई समान हो तो इनके क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?
31. संलग्न चित्र में, O एक वृत्त का केन्द्र है। यदि त्रिज्यखण्ड OAB का क्षेत्रफल, वृत्त के क्षेत्रफल का $\frac{5}{18}$ हो तो x ज्ञात कीजिए।



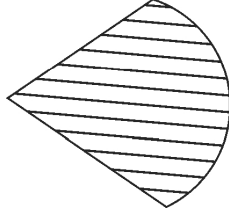
32. दिए गए चित्र में जहां AED एक अर्धवृत्त तथा ABCD एक आयत है तो चित्र का परिमाण ज्ञात कीजिए। (CBSE 2015)



33. दिया गया चित्र एक वृत्त जिसकी त्रिज्या 10.5 सेमी. है, का त्रिज्यखण्ड है। इस त्रिज्यखण्ड का परिमाण ज्ञात कीजिए।



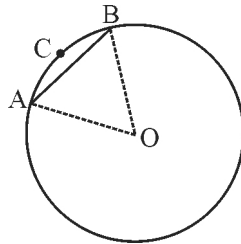
34. एक जापानी पंखे को 7 छोटे खण्डों को खिसकाकर खोला जाता है, जिसमें से प्रत्येक एक वृत्त के त्रिज्यखंड के आकार का है जिसका केन्द्रीय कोण 15° है। यदि पंखे की त्रिज्या 24 cm हो तो फीते की लम्बाई ज्ञात करें जो इसकी सम्पूर्ण सीमा को ढकने के लिए आवश्यक है। $\left(\pi = \frac{22}{7} \text{ लीजिए}\right)$ [CBSE-2014]



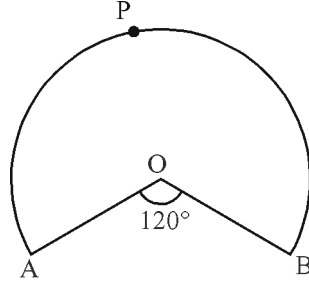
35. 6.3 cm त्रिज्या वाले वृत्त के त्रिज्यखंड का परिमाप 25.8 cm है। त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
36. एक वृत्त में समाहित वर्ग का क्षेत्रफल 64cm^2 है। वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
37. एक वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जो 64cm^2 क्षेत्रफल के एक वर्ग में समाहित है।

लघु उत्तरीय प्रश्न 2

38. 36 सेमी. त्रिज्या वाले एक वृत्त का त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल 54π वर्ग सेमी. हो तो संगत चाप की लम्बाई ज्ञात कीजिए।
39. एक घड़ी की मिनट की सुई 5 सेमी. लम्बी है। मिनट की सुई द्वारा प्रातः 6:05 बजे से 6:40 बजे तक बुहार किया गया क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
40. जीवा AB और वृत्त के चाप ACB से घिरे वृत्तखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। यदि वृत्त की त्रिज्या 7 cm तथा सेक्टर कोण 90° हो।



41. दिए गए चित्र में OAPB, एक वृत्त जिसकी त्रिज्या 3.5 सेमी तथा कोण AOB = 120° का त्रिज्यखण्ड है। OAPBO का परिमाप ज्ञात कीजिए।



42. एक वृत्ताकार पदपथ (फुटपाथ) जिसकी चौड़ाई 2 मी. है, को रू20 प्रतिवर्ग मी० की दर से एक वृत्ताकार, पार्क जिसकी त्रिज्या 1500 मी० के चारों ओर बनाया गया है। पदपथ (फुटपाथ) को बनाने में कुल कितना खर्च आएगा? ($\pi = 3.14$ लीजिए)
43. एक लड़का इस प्रकार साईकिल चला रहा है कि साईकिल के पहिए प्रति मिनट 140 चक्कर लगाते हैं यदि पहिए का व्यास 60 सेमी० हो तो साईकिल की चाल ज्ञात कीजिए।
44. 4 सेमी० त्रिज्या और 30° कोण वाले लघु त्रिज्यखण्ड AOB तथा दीर्घ त्रिज्यखण्ड AOB का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ लीजिए)
45. r त्रिज्या वाले वृत्त के अर्धवृत्त में अन्तरित बड़ी से बड़ी त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
46. 8m भुजा वाले एक वर्गाकार पार्क में दो बकरियों को 1.4 m लंबी रस्सी से विपरीत कोनों पर बांधा जाता है तथा केंद्र में एक गाय को 2.1m लंबी रस्सी से बांधा जाता है, पार्क के उस क्षेत्रफल की गणना करें जो इनके द्वारा चरा नहीं जा सकता।
47. एक 100° का त्रिज्यखण्ड एक वृत्त से काटा गया है जिसका क्षेत्रफल 70.65 वर्ग सेमी है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ लीजिए).
48. 12 घंटे वाली एक घड़ी की घण्टे और मिनट की सूई की लम्बाई क्रमशः 3.5 cm तथा 7cm है। एक दिन में उनके सिरों द्वारा तय की गई दूरियों का योग ज्ञात कीजिए।
 $\left(\pi = \frac{22}{7} \text{ लीजिए} \right)$
49. एक वर्गाकार पानी के टैंक के आधार की प्रत्येक भुजा 40 मी० है। इसके चारों ओर चार अर्धवृत्ताकार घास के मैदान हैं। रू 1.25 प्रति वर्ग मी० की दर से मैदान को समतल कराने का व्यय कीजिए ($\pi = 3.14$ लें)

50. 4cm त्रिज्या वाले एक वृत्त की जीवा की लम्बाई 4 cm है। जीवा द्वारा बनाए गए त्रिज्यखंड तथा वृत्तखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
51. 21 सेमी० त्रिज्या वाले वृत्त की कोई जीवा वृत्त के केन्द्र पर 120° का कोण बनाती है। जीवा द्वारा काटे गये लघु वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
52. एक तार को मोड़कर, वृत्त के केन्द्र पर 45° का कोण अन्तरित करने वाली चाप के रूप में बनाया जा सकता है। यदि तार की लम्बाई 11 सेमी० हो तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।
53. यदि एक वृत्त की परिधि इसके व्यास से 16.8 सेमी० अधिक हो तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।
54. एक लोलक 45° के कोण से घूमता हुआ 22 से.मी. लंबी चाप बनाता है। लोलक की लम्बाई ज्ञात कीजिए। $\left(\pi = \frac{22}{7} \text{ लीजिए} \right)$

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

55. दो वृत्त बाह्यतः स्पर्श करते हैं। यदि इनके क्षेत्रफलों का योग 130π वर्ग सेमी० है तथा इनके केन्द्रों के बीच की दूरी 14 सेमी० है, तो इन वृत्तों की त्रिज्यायें ज्ञात कीजिए।
56. एक पहिए का क्षेत्रफल 6.16 वर्ग मी० है। पहिए को 572 मी० की दूरी तय करने के लिए कुल कितने चक्कर लगाने पड़ेंगे।
57. तीन घोड़ों को 36 मी., 84 मी. तथा 91 मी. भुजाओं वाले त्रिकोणीय पार्क के कोनों पर 14मी. लंबी रस्सी से बांधा गया है। जिस क्षेत्रफल को चरा जा सकता है, का अनुपात ना चरे जा सकने वाले क्षेत्रफल से निकालिए।
58. दो वृत्त एक-दूसरे को आंतरिक रूप से स्पर्श करते हैं, उनके क्षेत्रफलों का योग 1167 सेमी² है और उनके केन्द्रों के बीच की दूरी 6 से.मी. है। वृत्तों की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

[CBSE-2017]

59. आपको एक वृत्ताकार दीवार घड़ी का मॉडल बनाना है और उसके डायल पर 1 से 12 तक की संख्याओं को चिपकाना है। 3 से 7 के बीच केंद्र पर बनने वाला कोण ज्ञात कीजिए। इस क्षेत्रफल का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, यदि घड़ी की मिनट सुई की लम्बाई 2 से.मी. है।

उत्तर तथा संकेत

1. $\pi r + d = \frac{22}{7} \times 7 + 14 = 36 \text{ cm}$

2. $2\pi r = \pi r^2 \Rightarrow$ व्यास = 4 इकाई

3. वर्ग की भुजा = वृत्त का व्यास

$$\pi r^2 = \pi \frac{a^2}{4} \text{ (भुजा } a, \text{ त्रिज्या } = \frac{a}{2})$$

4. $l = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$$

$$\Rightarrow \frac{l \times \pi r^2}{2\pi r} = \frac{lr}{2} \text{ वर्ग इकाई}$$

5. दूरी/परिधि = $\frac{11 \times 1000 \times 7 \times 100}{2 \times 22 \times 25}$
= 7000

6. $\pi r^2 = 616$
 $\Rightarrow r = 14 \text{ cm}$

or $2\pi r = 88 \text{ cm}$

7. वर्ग की भुजा = वृत्त का व्यास

$$\Rightarrow r = 3 \text{ cm}$$

$$\pi r^2 = \pi(3)^2 = 9\pi \text{ cm}^2$$

8. $\pi R^2 = \pi r_1^2 + \pi r_2^2$

$$\Rightarrow R = 25 \text{ cm}$$

और व्यास = 50 cm

9. $2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 35 = 220 \text{ cm}$

$$\text{वर्ग की भुजा} = \frac{220}{4} = 55 \text{ cm}$$

$$\text{वर्ग का क्षेत्रफल} = 55 \times 55 = 3025 \text{ cm}^2$$

$$10. \quad l = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r$$

$$\Rightarrow 3\pi = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi \times 6$$

$$\Rightarrow \theta = 90^\circ$$

$$11. \quad \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$$

$$12. \quad \frac{2\pi r_1}{2\pi r_2} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow r_1 = \frac{2}{3} r_2$$

$$\text{or } \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2} = \frac{\left(\frac{2}{3} r_2\right)^2}{r_2^2}$$

$$= \frac{\frac{4}{9} r_2^2}{r_2^2} = 4 : 9$$

$$13. \quad (2\pi r - r) = 37$$

$$\text{or } r = 7,$$

$$2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 7 = 44 \text{ सेमी}$$

$$14. \quad 96\%$$

$$15. \quad \frac{210^\circ \times 22 \times 6 \times 6}{360^\circ \times 7} = 66 \text{ cm}^2$$

$$\left(\begin{array}{l} 11 : 20 \text{ to } 11 : 55 = 35 \text{ minutes} \\ \theta = 210^\circ \end{array} \right)$$

$$16. \quad 280 \text{ वर्ग सेमी.}$$

$$17. \quad 124.74 \text{ वर्ग सेमी.}$$

$$18. \quad 10.27 \text{ cm}^2$$

$$19. A = \frac{1}{2} lr$$

$$20. 2\pi r$$

$$21. \pi s^2$$

$$22. \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r$$

$$23. \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$$

24. संगत त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$25. 2\pi r = 22$$

$$r = \frac{7}{2}$$

वृत्त के चतुर्थांश का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= \frac{\pi r^2}{4} = \frac{22 \times 7 \times 7}{7 \times 4 \times 2 \times 2} \\ &= 9.625 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$26. l = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r$$

$$\Rightarrow 5\pi = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi \times 10$$

$$\Rightarrow \theta = 90^\circ$$

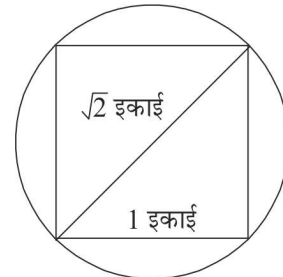
27. यदि वर्ग की भुजा = 1 इकाई

तब पाइथागोरस प्रमेय के द्वारा

व्यास या विकर्ण = $\sqrt{2}$ इकाई

वर्ग का क्षेत्रफल = $1 \times 1 = 1$ वर्ग इकाई

वृत्त का क्षेत्रफल = πr^2



$$= \pi \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{2} = \frac{11}{7}$$

अभीष्ट अनुपात = 11 : 7

28. 154 वर्ग सेमी.

29. $2\pi r = 4$ इकाई

और $\frac{2\pi r}{4 \text{ इकाई}} = \text{वृत्त की परिधि} / \text{वर्ग का परिमाण}$

$$r = \frac{7}{11} \text{ इकाई}$$

$$\frac{\pi r^2}{1} = \frac{22}{7} \times \frac{7}{11} \times \frac{7}{11} = \frac{14}{11}$$

और 14 : 11

30. समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

$$\text{वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi \left(\frac{a}{2} \right)^2$$

अभीष्ट अनुपात = $\sqrt{3} : \pi$

31. $\frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 = \pi r^2 \times \frac{5}{18} \Rightarrow \theta = 100^\circ$

32. $20 \text{ cm} + 14 \text{ cm} + 20 \text{ cm} + \pi r$

$$= 20 \text{ cm} + 14 \text{ cm} + 20 \text{ cm} + \frac{22}{7} \times 7$$

$$= 76 \text{ cm}$$

$$33. \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r$$

$$= \frac{60^\circ \times 2 \times 22 \times 105}{360^\circ \times 7 \times 10}$$

$$= 11 \text{ cm}$$

$$\text{परिमाप} = (10.5 + 10.5 + 11) \text{ cm} = 32 \text{ cm}$$

$$34. \theta = 7 \times 15 = 105$$

$$l = \frac{\theta}{360^\circ} 2\pi r = 44 \text{ cm}$$

$$\text{फीते की लम्बाई} = l + 2r$$

$$= 44 + 48 = 92 \text{ से.मी.}$$

$$35. \text{ त्रिज्याखण्ड का परिमाप} = l + 2r$$

$$l = 25.8 - 12.6 = 13.2 \text{ से.मी.}$$

$$\frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r = l$$

$$\Rightarrow \theta = 120^\circ$$

$$\text{त्रिज्याखण्ड का क्षेत्रफल} = \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2$$

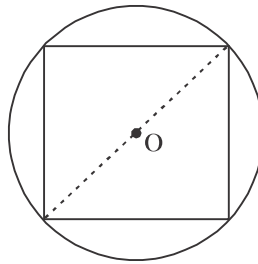
$$\text{Area of sector} = 41.58 \text{ से.मी.}^2$$

$$36. \text{ वर्ग का विकर्ण} = d$$

$$d = \text{भुजा} \sqrt{2} = 8\sqrt{2} \text{ से.मी.}$$

$$r = 4\sqrt{2} \text{ से.मी.}$$

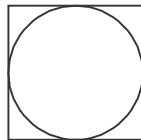
$$\text{क्षेत्रफल} = \pi r^2 = 32\pi \text{ से.मी.}^2$$



$$37. \text{ वृत्त का व्यास} = \text{वर्ग की भुजा}$$

$$\therefore r = 4 \text{ से.मी.}$$

$$\text{क्षेत्रफल} = 16\pi \text{ से.मी.}^2$$



$$38. \quad 54\pi = \frac{\theta \times \pi \times 36 \times 36}{360^\circ}$$

$$\theta = 15^\circ$$

$$l = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r$$

$$= \frac{15^\circ \times 2 \times \pi \times 36}{360^\circ} = 3\pi \text{ cm}$$

$$39 \quad \text{क्षेत्रफल} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$$

$$= \frac{210^\circ \times 22 \times 5 \times 5}{360^\circ \times 7} \quad (\theta = 210^\circ, 35 \text{ मिनट में})$$

$$= \frac{1650}{36} = 45\frac{5}{6} \text{ cm}^2$$

$$40. \quad \text{वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल} = \text{त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल} - \Delta AOB \text{ का क्षेत्रफल}$$

$$= \frac{77}{2} - \frac{49}{2}$$

$$= 14 \text{ से.मी.}^2$$

$$41. \quad l = \frac{240^\circ \times 2 \times 22 \times 35}{360^\circ \times 7 \times 10} = 14.67$$

$$\text{OAPBO की लम्बाई}$$

$$= 14.6 + 3.5 + 3.5$$

$$= 21.67 \text{ cm}$$

$$42. \quad \pi(r_2^2 - r_1^2)$$

$$\text{कुल खर्चा} = \pi[(1502)^2 - (1500)^2] \times 20 \text{ रुपये}$$

$$= 3.14[(1502)^2 - (1500)^2] \times 20 \text{ रुपये}$$

$$= 377051.2 \text{ रुपये}$$

43. साइकिल के पहिये की परिधि = $2\pi r$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 30 \text{ cm}$$

$$= 188.57 \text{ cm}$$

साइकिल की गति

$$= \frac{18857 \times 140 \times 60}{100 \times 1000}$$

$$= 15.84 \text{ km/h}$$

44. लघु त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल

$$= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$$

$$= \frac{30^\circ}{360^\circ} \times 3.14 \times 4 \times 4 \text{ cm}^2$$

$$= 4.19 \text{ cm}^2$$

दीर्घ त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल

$$= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2$$

$$= \frac{330}{360^\circ} \times 3.14 \times 4 \times 4$$

$$= 46.1 \text{ cm}^2(\text{approx})$$

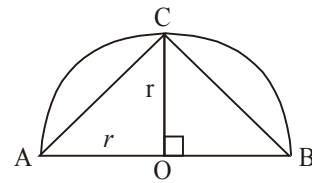
45. त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \text{ आधार} \times \text{ऊँचाई}$$

$$= \frac{1}{2} AB \times OC$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2r \times r$$

$$= r^2 \text{ वर्ग इकाई}$$



46. बकरियों द्वारा चरा जा सकने वाला क्षेत्रफल

$$= 2 \times \text{वृत्त के चतुर्थास का क्षेत्रफल}$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 1.4 \times 1.4 \times \frac{1}{4} = 3.08 \text{ मी.}^2$$

गाय द्वारा चरा जा सकने वाला क्षेत्रफल = वृत्त का क्षेत्रफल

$$\frac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1 = 13.86 \text{ मी.}^2$$

ना चरा जा सकने वाला क्षेत्रफल = वर्ग का क्षेत्रफल - कुल चरा जा सकने वाला क्षेत्रफल

$$= 64 - 16.94 = 43.06 \text{ मी.}^2$$

$$47. \frac{70.65}{100} = \frac{100^\circ \times 314 \times r^2}{360^\circ \times 100}$$

$$\frac{7065 \times 360}{100 \times 314} = r^2$$

$$9 = r$$

$$r = 9 \text{ cm}$$

48. 1 दिन में मिनट वाली सुई द्वारा तय की गई दूरी = $24 \times 2\pi R$

1 दिन में घंटे वाली सुई द्वारा तय की गई दूरी = $2 \times 2\pi r$

दोनों सुईयों द्वारा तय की गई कुल दूरी = $24 \times 2\pi R + 2 \times 2\pi R$

$$= 1056 + 44$$

$$= 1100 \text{ से.मी.}$$

49. चार अर्धवृत्त = 2 वृत्त

2 वृत्तों का क्षेत्रफल = $2\pi r^2$

$$= 2 \times 3.14 \times 20 \times 20$$

$$= 2512 \text{ m}^2$$

कुल खर्च = 2125×1.25

$$= 3140 \text{ रुपये}$$

50. जीवा की लम्बाई = त्रिज्या

∴ त्रिज्यखण्ड का कोण = 60°

$$\text{त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$$

$$= \frac{8\pi}{3} \text{ से.मी.}^2$$

वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल = त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल – त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{8\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} r^2$$

$$= \left(\frac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3} \right) \text{ से.मी.}^2$$

51. वृत्तखंड का क्षेत्रफल = त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल – त्रिभुज का क्षेत्रफल
वृत्त के त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल

$$= \frac{120^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 = 462 \text{ से.मी.}^2$$

त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{441}{2} \sqrt{3} \text{ से.मी.}^2$$

वृत्तखंड का क्षेत्रफल

$$= \left(462 - \frac{441}{4} \sqrt{3} \right) \text{ से.मी.}^2$$

$$= \frac{21}{4} (88 - 21\sqrt{3}) \text{ से.मी.}^2$$

52. $l = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r$

$$11 = \frac{45^\circ \times 2 \times 22 \times r}{360^\circ \times 7}$$

$$14 = r$$

$$r = 14 \text{ cm}$$

$$53. 2\pi r = 2r + 16.8$$

$$2 \times \frac{22}{7}r - 2r = \frac{168}{10}$$

$$\text{or } 2r\left(\frac{22}{7} - 1\right) = \frac{168}{10}$$

$$\text{or } 2r\left(\frac{15}{7}\right) = \frac{168}{10}$$

$$\text{or } r = \frac{168 \times 7}{10 \times 2 \times 15} = \frac{1176}{300} = 3.92 \text{ cm}$$

$$54. l = \frac{\theta}{360^\circ} \times (2\pi r)$$

$$22 = \frac{45}{360^\circ} \times 2 \times \frac{22}{7} \times r$$

$$r = 28$$

लोलक की लम्बाई = 28 से.मी.

$$55. \pi r_1^2 + \pi r_2^2 = 130\pi$$

$$\Rightarrow r_1^2 + r_2^2 = 130 \quad \dots(1)$$

$$\text{और } r_1 + r_2 = 14 \quad \dots(2)$$

(2) से r_1 का मान (1) में रखने पर

$$2r_1^2 - 28r_1 + 66 = 0$$

$$r_2^2 - 14r_2 + 33 = 0$$

$$r = 11 \text{ cm and } r = 3 \text{ cm}$$

$$56. \pi r^2 = \frac{616}{100}$$

$$\text{or } r^2 = 1.96$$

$$\text{or } r = 1.4 \text{ m}$$

$$2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{14}{10}$$

$$= \frac{616}{70} = 8.8 \text{ m}$$

$$\text{चक्करों की संख्या} = \frac{572}{8.8} = 65$$

$$57. \text{ घोंड़ों द्वारा चरा जाने वाला क्षेत्रफल} = \frac{180^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times (14)^2 = 308 \text{ मी.}^2$$

$$\text{त्रिकोणीय पार्क का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times 35 \times 84 = 1470 \text{ मी.}^2$$

$$\text{ना चरा जाने वाला क्षेत्रफल} = 1162 \text{ मी.}^2$$

$$\text{अपेक्षित अनुपात} = 308 : 1162 = 22 : 83$$

$$58. R^2 + r^2 = 116 \quad \dots(1)$$

$$R - r = 6 \quad \dots(2)$$

स. (2) का वर्ग कर हल करने पर

$$2Rr = 80 \quad \dots(3)$$

स. (1) और (3) को जोड़ने पर

$$R + r = 14 \quad \dots(4)$$

स. (2) और (4) को हल करने पर

$$R = 10 \text{ से.मी.}, r = 4 \text{ से.मी.}$$

$$59. \text{ 1 मिनट में मिनट वाली सुई द्वारा बनाया गया कोण} = 6^\circ$$

$$3 \text{ से } 7 \text{ के बीच बनाया गया कोण} = 6 \times 20 = 120^\circ$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{\theta}{360^\circ} \pi R^2 = 462 \text{ से.मी.}^2$$

वृत्तों से सम्बन्धित क्षेत्रफल

समय: 45 मिनट

अंक : 20

खण्ड-अ

1. यदि त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल, वृत्त के क्षेत्रफल का $\frac{7}{18}$ गुना हो तो त्रिज्यखण्ड का केन्द्रीय कोण ज्ञात कीजिए। 1
2. उस वृत्त का व्यास जिसका क्षेत्रफल 24 से.मी. और 7 से.मी. त्रिज्याओं वाले दो वृत्तों के क्षेत्रफल के योग के बराबर हो। 1
(a) 48 cm (b) 31 cm
(c) 25 cm (d) 17 cm
3. एक वृत्त के त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल, जिसका परिमाण इसकी त्रिज्या r इकाई का चार गुणा हो _____। 1
4. एक वृत्त के चाप की लम्बाई 5π से.मी. है तथा त्रिज्यखण्ड 20π वर्ग से.मी. के क्षेत्रफल से घिरा है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

खण्ड-ब

5. 5.7 cm त्रिज्या के वृत्त के किसी त्रिज्यखण्ड का परिमाण 27.2 cm है। त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 2
6. एक घड़ी की मिनट की सुई 12 cm लंबी होती है। मिनट की सुई द्वारा वर्णित घड़ी के चेहरे का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जो मिनट की सुई 6:10 pm और 6:45 pm के बीच बनाएगी। 2
7. अधिकतम क्षेत्रफल तथा बराबर त्रिज्या वाले दो वृत्ताकार टुकड़े जो एक-दूसरे को स्पर्श करते हैं $16\text{ cm} \times 8\text{ cm}$ माप वाले आयताकार बोर्ड में से काटे गए हैं शेष बचे बोर्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 2

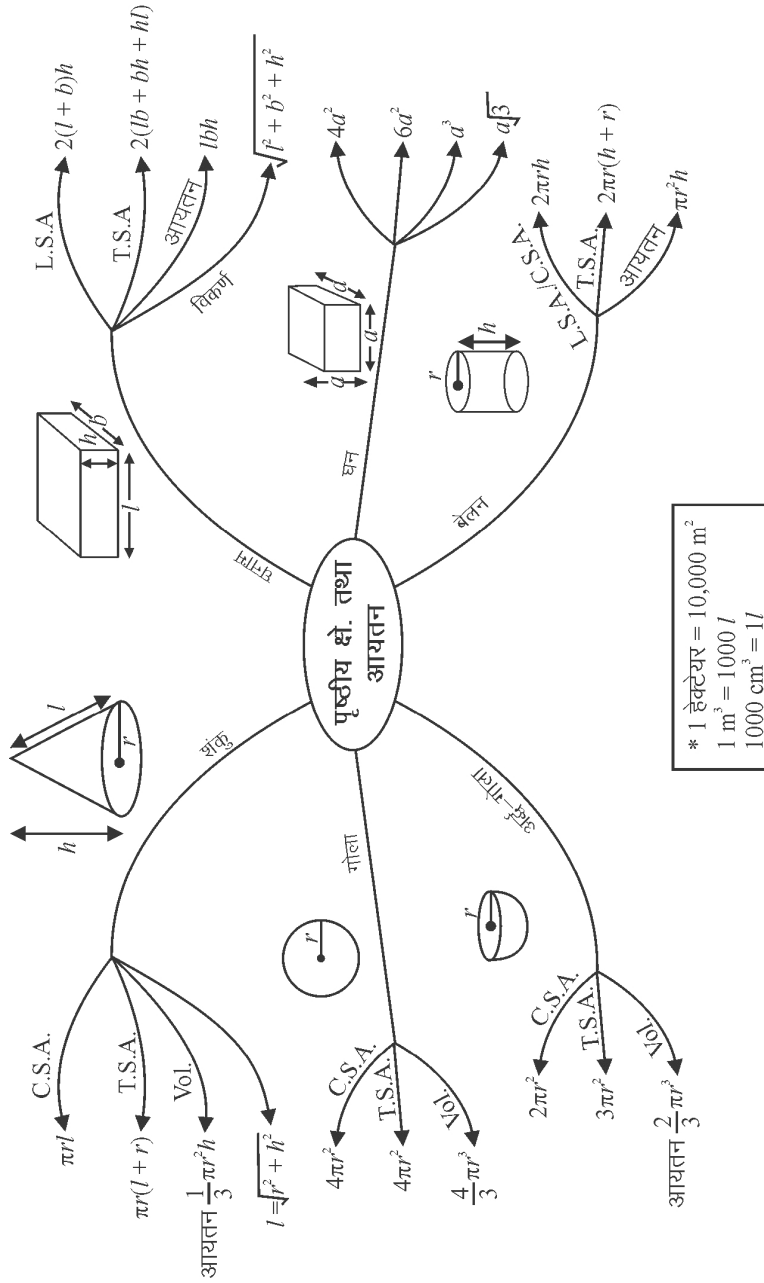
खण्ड-स

8. एक रस्सी जिससे एक गाय बंधी हुई है की लम्बाई 12m से बढ़ाकर 19m कर दी गई है। अब यह कितने अधिक घास युक्त क्षेत्र को चर सकेंगी। **3**
($\pi = 22/7$ का प्रयोग कीजिए)
9. 14 से.मी. त्रिज्या वाले वृत्त की जीवा केन्द्र पर 60° का कोण बनाती है। लघु वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = 22/7$ का प्रयोग कीजिए) **3**

खण्ड-द

10. एक वृत्त के चाप की लम्बाई 88 cm है। वृत्त के लघु त्रिज्यखण्ड तथा दीर्घ त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए यदि वृत्त की त्रिज्या 42 cm है। **4**

पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन



महत्त्वपूर्ण बिन्दु:

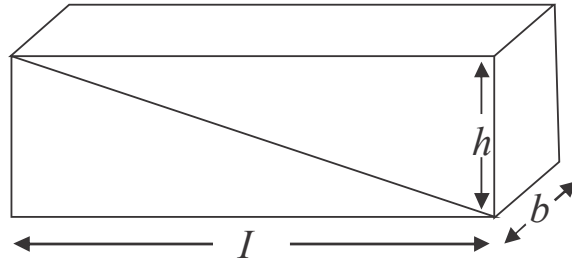
1. घनाभ = 3- आयामी आकार जैसे किताब, माचिस की डिब्बी, अलमारी इत्यादि घनाभ कहलाती हैं।

माना लम्बाई = l , चौड़ाई = b , ऊंचाई = h

आयतन = $l \times b \times h$

ठोस घनाभ का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2h(l + b)$

ठोस घनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2(lb + bh + lh)$



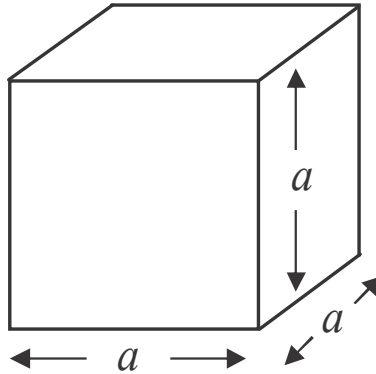
2. घन = 3- आयामी आकर जैसे आइस-क्यूब्स, लूडो का पासा इत्यादि घन कहलाती हैं।

माना लम्बाई = चौड़ाई = ऊंचाई = a

आयतन = a^3

ठोस घन का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4a^2$

ठोस घन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6a^2$



3. बेलन = 3-आयामी आकार जैसे जार, स्तंभ, पाइप, रोड़-रोलर इत्यादि बेलन कहलाते हैं।

(क) माना आधार त्रिज्या = r

ऊंचाई = h

आयतन = $\pi r^2 h$

ठोस बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r h$

ठोस बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r(r + h)$

(ख) बेलन (खोखला) के लिए,

बाह्य त्रिज्या = R

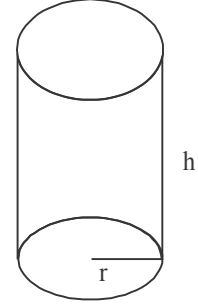
अन्तः त्रिज्या = r

ऊंचाई = h

आयतन = $\pi(R^2 - r^2)h$

वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi(R + r)h$

कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi(R + r)h + 2\pi(R^2 - r^2)$



4. शंकु : 3-आयामी आकार जैसे टैंट, आइसक्रीम कोन इत्यादि को शंकु कहते हैं।

माना आधार त्रिज्या = r

ऊंचाई = h

तिरछी ऊंचाई = l

$l = \sqrt{h^2 + r^2}$

आयतन = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$

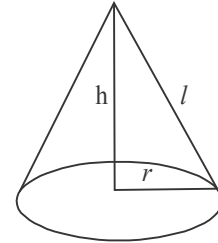
ठोस शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi r l$

ठोस शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi r(l + r)$

ध्यान दें,

यदि एक शंकु व एक बेलन दोनों की आधार त्रिज्याएं समान हों व दोनों की ऊंचाई भी समान हो तब

$3 \times$ शंकु का आयतन = बेलन का आयतन

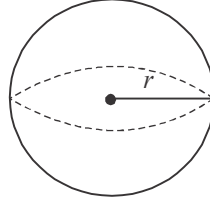


5. गोला : 3- आयामी आकार जैसे क्रिकेट बॉल, फूटबॉल इत्यादि को गोला कहते हैं।

(क) माना त्रिज्या = r

$$\text{आयतन} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\text{पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 4\pi r^2$$



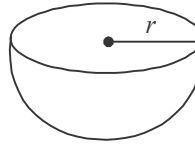
(ख) अर्ध गोलाकार (ठोस)

त्रिज्या = r

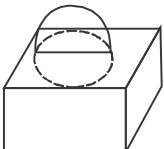
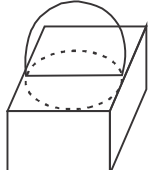
$$\text{आयतन} = \frac{2}{3}\pi r^3$$

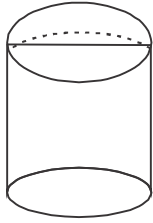
$$\text{वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 2\pi r^2$$

$$\text{कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 3\pi r^2$$



माइंड मैप (ठोस का संयोजन-I)

चित्र	परिणामी आकृति का पृष्ठीय क्षे.	परिणामी आकृति का आयतन
 <p>घनाभ और अर्द्धगोला</p>	घनाभ का स. पृ. क्षे. + अर्द्धगोले का वक्र पृ.क्षे. - वृत्त का क्षे.	घनाभ का आयतन + अर्द्धगोले का आयतन
 <p>घन और अर्द्धगोला</p>	घन का स. पृ. क्षे. + अर्द्धगोले का वक्र पृ.क्षे. - वृत्त का क्षे.	घनाभ का आयतन + अर्द्धगोले का आयतन



बेलन और अर्द्धगोला

Case I → जब बेलन खोखला है

बेलन का वक्र पृ.क्षे. + अर्द्धगोल का वक्र पृ.क्षे.

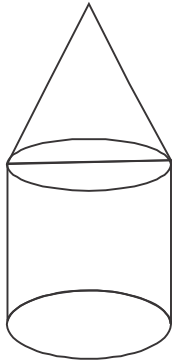
बेलन का आयतन +

Case II → जब बेलन ठोस है

बेलन का वक्र पृ.क्षे. + अर्द्धगोल का वक्र पृ.क्षे.

अर्द्धगोले का आयतन

+ आधार का क्षेत्रफल



बेलन और शंकु

Case I → जब बेलन खोखला है

बेलन का वक्र पृ.क्षे. + शंकु का वक्र पृ.क्षे.

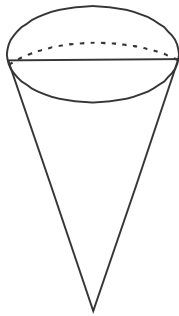
बेलन का आयतन +

Case II → जब बेलन ठोस है

बेलन का वक्र पृ.क्षे. + शंकु का वक्र पृ.क्षे.

शंकु का आयतन

+ आधार का क्षेत्रफल



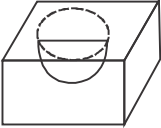
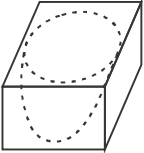
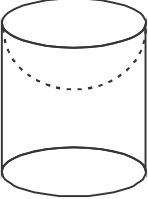
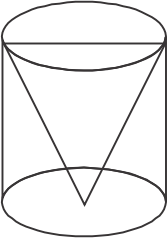
शंकु और अर्द्धगोला

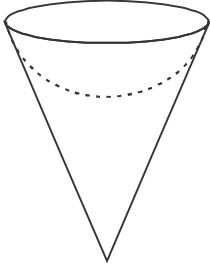
शंकु का वक्र पृ. क्षे. + अर्द्धगोले का वक्र पृ. क्षे.

शंकु का आयतन +

अर्द्धगोले का आयतन

माइंड मैप (ढोस का संयोजन-II)

चित्र	परिणामी आकृति का पृष्ठीय क्षे.	परिणापी आकृति का आयतन
	घनाभ का स. पृ. क्षे. + अर्द्धगोले का वक्र पृ. क्षे. - वृत्त का क्षे.	घनाभ का आयतन - अर्द्धगोले का आयतन
घनाभ से अर्द्धगोला काटा गया 	घन का स. पृ. क्षे. + अर्द्धगोले का वक्र पृ. क्षे. - वृत्त का क्षे.	घन का आयतन - अर्द्धगोले का आयतन
घन से अर्द्धगोला काटा गया 	Case I → खोखला बेलन बेलन का वक्र पृ.क्षे. + अर्द्धगोल का वक्र पृ.क्षे. Case II → ढोस बेलन बेलन का वक्र पृ.क्षे. + अर्द्धगोल का वक्र पृ.क्षे. + वृत्त का क्षेत्रफल	बेलन का आयतन - अर्द्धगोले का आयतन
बेलन से अर्द्धगोला काटा गया 	Case I → खोखला बेलन बेलन का वक्र पृ. क्षे. + शंकु का वक्र पृ.क्षे. Case II → ढोस बेलन बेलन का वक्र पृ.क्षे. + शंकु का वक्र पृ.क्षे. + वृत्त का क्षेत्रफल	बेलन का आयतन - शंकु का आयतन
शंकु से अर्द्धगोला काटा गया		



शंकु और अर्धगोला
काटा गया

शंकु का वक्र पृ. क्षे. + अर्धगोले का वक्र पृ. क्षे.

शंकु का आयतन –
अर्धगोले का आयतन

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. मिलान कीजिए:

कॉलम I	कॉलम II
(a) गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल	(i) $2\pi rh$
(b) शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल	(ii) $\frac{1}{3}\pi r^2 h$
(c) धनाभ का आयतन	(iii) $2\pi r (r + h)$
(d) अर्धगोले का आयतन	(iv) $\frac{1}{3}\pi h(r^2 + R^2 + rh)$
(e) शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल	(v) $\pi r (r + l)$
(f) अर्धगोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल	(vi) $l \times b \times h$
(g) बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल	(vii) $\frac{2}{3}\pi r^3$
(h) शंकु का आयतन	(viii) πrl
(i) बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल	(ix) $3\pi r^2$
(j) शंकु के छिन्नक का आयतन	(x) $4\pi r^2$

2. रिक्त स्थान भरिए:

- (i) $a \times a \times b$ विमाओं वाले धनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ----- है।
- (ii) आधार त्रिज्या r और ऊँचाई $2r$ वाले लम्ब वृत्तीय बेलन का आयतन ----- है।
- (iii) आधार त्रिज्या r और ऊँचाई h वाले लम्ब वृत्तीय बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ----- है।
- (iv) आधार त्रिज्या r और ऊँचाई h वाले लम्ब वृत्तीय शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ----- है।
- (v) यदि एक शंकु की ऊँचाई उसके आधार के व्यास के बराबर हो, तो शंकु का आयतन ----- है।
- (vi) त्रिज्या r वाले एक ठोस अर्धगोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ---- है।
- (vii) बाहरी त्रिज्या R , वाले आंतरिक त्रिज्या r और ऊँचाई h के एक खोखले बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ----- है।
- (viii) यदि किसी गोले की त्रिज्या दोगुनी हो जाए, तो इसका आयतन मूल गोले के आयतन से ----- गुना हो जाएगा।
- (xi) यदि किसी गोले की त्रिज्या आधी हो जाए, तो इसका आयतन मूल गोले के आयतन से ----- गुना हो जाएगा।

3. निम्नलिखित में से प्रत्येक में 'सत्य' या 'असत्य' लिखिए:

- (i) समान आधार त्रिज्या r वाले दो ठोस अर्धगोलों को उनके आधारों के अनुदिश में जोड़ दिया गया है। इस संयोजन (Combination) का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $6\pi r^2$ है।
- (ii) त्रिज्या r और ऊँचाई h वाले एक बेलन को उसी ऊँचाई और त्रिज्या वाले बेलन के ऊपर रख दिया जाता है। इस प्रकार बने आकार का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $(4\pi rh + 4\pi r^2)$ है।
- (iii) त्रिज्या r और ऊँचाई h वाले एक ठोस शंकु को उसी आधार त्रिज्या और ऊँचाई वाले एक ठोस बेलन के ऊपर रख दिया जाता है। संयोजित ठोस का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $\pi \left[\sqrt{r^2 + h^2} + 3r + 2h \right]$ है।
- (iv) भुजा a वाले एक घनाकार बक्से के अंदर एक ठोस गेंद पूर्णतया ठीक-ठीक रखी जा सकती है। गेंद का आयतन $\frac{4}{3}\pi a^3$ है।

4. r त्रिज्या वाले एक ठोस अर्धगोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल है
 (a) πr^2 (b) $2\pi r^2$
 (c) $3\pi r^2$ (d) $4\pi r^2$
5. एक गोले का आयतन और पृष्ठीय क्षेत्रफल बराबर है, तो गोले की त्रिज्या है
 (a) 0 मात्रक (b) 1 मात्रक
 (c) 2 मात्रक (d) 3 मात्रक
6. समान आधार और समान ऊँचाई वाले एक बेलन, एक शंकु और एक अर्धगोले के आयतनों का अनुपात है
 (a) 1:2:3 (b) 2:1:3
 (c) 3:1:2 (d) 3:2:1
7. ' r ' त्रिज्या वाले एक ठोस गोले को पिघला कर ' r ' ऊँचाई वाला एक ठोस शंकु बनाया गया है। शंकु के आधार की त्रिज्या है
 (a) $2r$ (b) r
 (c) $4r$ (d) $3r$
8. 6 सेमी, 8 सेमी और 10 सेमी व्यास वाले तीन ठोस गोलों को पिघला कर एक ठोस गोला बनाया गया है। नए गोले का व्यास है
 (a) 6 सेमी (b) 4.5 सेमी
 (c) 3 सेमी (d) 12 सेमी
9. क्रमशः आंतरिक और बाहरी व्यास 4 सेमी और 8 सेमी वाले एक धातु के गोलाकार खोल को पिघालकर आधार व्यास 8 सेमी के एक शंकु के आकार में ढाला जाता है। इस शंकु की ऊँचाई है
 (a) 12 सेमी (b) 14 सेमी
 (c) 15 सेमी (d) 18 सेमी
10. एक ठोस अर्ध गोलाकार, जिसकी त्रिज्या 7 सेमी है, का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल बताइए।
11. दो गोलों के आयतन का अनुपात 64 : 125 है। इनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात बताइए।
12. बेलन व शंकु के आयतन का अनुपात बताइए यदि इनके आधार की त्रिज्या समान है व दोनों की ऊँचाई भी समान है।
13. एक घन का आयतन 1331 घन सेमी है। इसकी भुजा की लम्बाई बताइए।

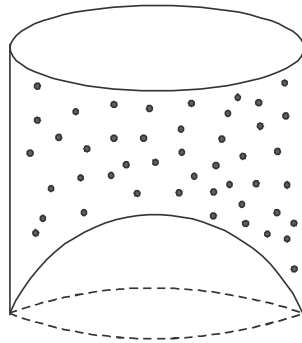
लघु उत्तरीय प्रश्न-I

14. दो शंकुओं की ऊँचाइयों में 1 : 3 का अनुपात है तथा उनकी त्रिज्याओं में 3 : 1 का अनुपात है। उनके आयतनों का अनुपात क्या है? (CBSE 2020)
15. एक ठोस घनाभ जिसकी भुजाएँ 16 सेमी × 12 सेमी × 10 सेमी है, में से 2 सेमी भुजा वाले कितने घन बनाए जा सकते हैं?
16. 729 घन सेमी आयतन वाले घन में से अधिक से अधिक कितनी ऊँचाई वाला शंकु काटा जा सकता है?
17. 216 घन सेमी आयतन वाले दो घनों को मिलाकर घनाभ बनाया जाता है। इस घनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा?
18. समान आधार त्रिज्या 8 cm और ऊँचाई 15 cm वाले दो शंकुओं को उनके आधारों के साथ एक साथ जोड़ा गया है। इस प्रकार बनाई गई आकृति का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
19. एक लंब वृत्तीय शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $90\pi \text{ cm}^2$ है। शंकु के आधार की त्रिज्या 5 cm हो तो शंकु की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
20. एक लंब वृत्तीय बेलन जिसकी ऊँचाई इसकी त्रिज्या के समान है, का आयतन $25\frac{1}{7}$ घन सेमी है। इस बेलन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। $(\pi = \frac{22}{7} \text{ लीजिए})$

लघु उत्तरीय प्रश्न-II

21. 4.2 cm किनारे वाले घन में से सबसे बड़े कांटे जा सकने वाले लंब वृत्तीय शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए।
22. 6 cm त्रिज्या वाले एक ठोस अर्द्धगोले में से एक अधिकतम आयतन का गोला काटा गया है। काटे गए गोल का आयतन ज्ञात कीजिए। (CBSE-2012)
23. 10.5 सेमी त्रिज्या वाले बेलनाकार टैंक की गहराई ज्ञात कीजिए, यदि इसका आयतन 15 सेमी × 11 सेमी × 10.5 सेमी के घनाभ के आयतन के बराबर हो।
24. दो गोलों के आयतन का अनुपात 64 : 27 है। उनके पृष्ठीय क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात कीजिए। (CBSE-2012)

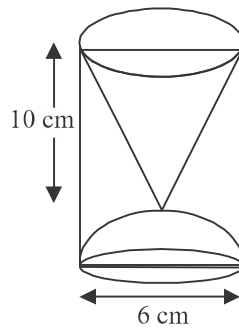
25. एक पेट्रोल टैंक मध्य से 28 सेमी व्यास व 24 सेमी लम्बाई का बेलनाकार रूप में है। इसके दोनों छोर 28 सेमी व्यास व 9 सेमी लम्बाई के शंकुओं से जुड़े हैं। इस टैंक का आयतन बताइए।
26. एक बेलन, एक शंकु तथा एक अर्द्धगोला का समान आधार तथा समान ऊँचाई है। उनके आयतन का अनुपात ज्ञात कीजिए।
27. एक ठोस बेलन के आकार का है, जिसके दोनो सिरे अर्ध गोलाकार हैं। ठोस की कुल लम्बाई 20 सेमी है तथा बेलन का व्यास 7 सेमी है। ठोस का कुल आयतन ज्ञात कीजिए।
 $(\pi = \frac{22}{7}$ प्रयोग कीजिए) (CBSE 2019)
28. 120 cm लंबे एक रोलर का व्यास 64 cm है। यदि वह एक खेल के मैदान को समतल करने में 500 चक्कर लगाता है तो खेल के मैदान को 30 पैसे प्रति वर्ग मीटर की दर से समतल करने की लागत ज्ञात कीजिए। (CBSE-2013)
29. एक ठोस लंब वृत्तीय बेलन की आधार त्रिज्या तथा ऊँचाई का योग 37 cm है। यदि ठोस बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 1628 sq. cm है तो बेलन का आयतन ज्ञात कीजिए।
 $(\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए) (CBSE-2016)
30. एक जूस बेचने वाला अपने ग्राहकों को आकृति में दर्शाए गए गिलासों में जूस देता है। बेलनाकार गिलास का आंतरिक व्यास 5 सेमी था, परन्तु गिलास के निचले आधार में एक उभारा हुआ अर्धगोला था, जिससे गिलास की धारिता कम हो जाती थी। यदि एक गिलास की ऊँचाई 10 सेमी थी, तो गिलास की आभासी धारिता तथा उसकी वास्तविक धारिता ज्ञात कीजिए। $(\pi = 3.14$ प्रयोग कीजिए) (CBSE 2019, 2009)



31. एक खोखले अर्द्धगोलाकर बर्तन के आंतरिक तथा बाह्य व्यास 12 cm तथा 16 cm है। यदि 1cm^2 पृष्ठीय क्षेत्रफल को पेंट करने की लागत ₹ 5.00 है तो पूरे बर्तन को पेंट करने की कुल लागत ज्ञात कीजिए।
32. सुरेश ने आधार व्यास 14 cm और ऊँचाई 24 m वाले 10 शंक्वाकर टेंटों के लिए कैनवास विकलांग व्यक्तियों के कल्याण के लिए दान करने का फैसला किया। यदि 2 m चौड़े कैनवास की लागत ₹ 40 प्रति मीटर है तो वह राशि ज्ञात कीजिए जिससे सुरेश विकलांग केन्द्र की मदद करता है। (CBSE-2017)
33. 14 cm किनारे के घन से अधिकतम आकार के एक शंकु को काटा गया है। शंकु को काटने के बाद शेष ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

34. लोहे के एक ठोस खंभे में 220 सेमी ऊँचाई के एक बेलन जिसके आधार का व्यास 24 सेमी है, के ऊपर 60 सेमी ऊँचाई का एक अन्य बेलन अध्यारोपित है जिसकी त्रिज्या 8 सेमी है। इस खंभे का भार ज्ञात कीजिए, जबकि दिया गया है कि 1 घन सेमी लोहे का भार लगभग 8 ग्राम है। ($\pi = 3.14$ प्रयोग कीजिए) (CBSE 2019)
35. त्रिज्या 6 सेमी और ऊँचाई 15 सेमी वाले एक लंब-वृत्तीय बेलन के आकार का बर्तन आइसक्रीम से पूरा भरा हुआ है। इस आइसक्रीम को 10 बच्चों में बाँटने के लिए बराबर-बराबर शंकुओं में भरा जाना है, जिनका ऊपरी सिरा अर्द्धगोले के आकार का है। यदि शंक्वाकार भाग की ऊँचाई इसके आधार की त्रिज्या का 4 गुना है, तो आइसक्रीम शंकु की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। (CBSE 2019)
36. एक लकड़ी की वस्तु जैसा की चित्र में दिखाया गया है को एक बेलन के एक छोर से एक अर्द्धगोला तथा दूसरे से एक शंकु निकालकर बनाया गया था। इस वस्तु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करो।



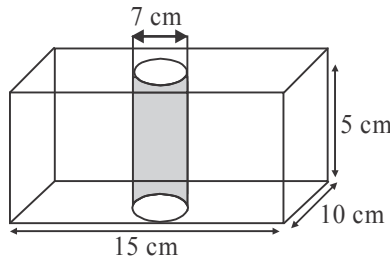
37. एक ठोस बेलन की ऊँचाई 15 cm और इसके आधार का व्यास 7 cm है। इसमें दो बराबर शंक्कार छेद किए जाते हैं, जिनमें प्रत्येक की त्रिज्या 3 cm और ऊँचाई 4 से.मी. है। शेष ठोस का आयतन तथा पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करो।
38. यदि h, c और v क्रमशः एक शंकु के ऊँचाई, वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल तथा आयतन हो तो सिद्ध किजिए कि:

$$c^2 = \frac{3\pi Vh^3 + 9V^2}{h^2}$$

39. एक ठोस लकड़ी का खिलौना, अर्ध गोलें पर अध्यारोपित समान त्रिज्या के शंकु के आकार का है। अर्ध गोलें की त्रिज्या 3.5 से.मी. है तथा इस खिलौने को बनाने में $166\frac{5}{6}$ घन से.मी. लकड़ी लगी है। खिलौने की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। खिलौने के अर्ध गोलाकार पृष्ठीय तल को ₹ 10 प्रति वर्ग से.मी. की दर से रंग करवाने का व्यय भी ज्ञात कीजिए।

$$\left(\pi = \frac{22}{7} \text{ प्रयोग कीजिए}\right) \text{ (CBSE 2015)}$$

40. दी गई आकृति में धातु के एक ठोस घनाभाकार ब्लाक की है। इसकी भुजाएं 15 से.मी \times 10 से.मी \times 5 से.मी हैं। इसमें से 7 से.मी व्यास वाला एक बेलनाकार छेद काट कर निकाल दिया गया है। शेष बचे ठोस का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = \frac{22}{7}$ प्रयोग कीजिए)



41. एक ठोस खिलौना बेलनाकार है जिसका एक सिरा अर्धगोलीय तथा दूसरे सिरे पर शंकु है। इन सभी का व्यास 4.2 से.मी है तथा बेलनाकार और शंक्वाकार भाग की ऊँचाई क्रमशः 12 से.मी और 7 से.मी है। खिलौने का आयतन ज्ञात कीजिए।
42. एक टैन्ट 3 मी. की ऊँचाई तक बेलनाकार और उसके ऊपर शंकु के आकार का है। टैन्ट की कुल ऊँचाई 13.5 मी. तथा आधार की त्रिज्या 14 मी. है। टैन्ट को बनाने में लगे कपड़े का व्यय ₹ 80 प्रति वर्ग मी की दर से ज्ञात कीजिए।

43. 14 सेमी लम्बे एक लंब खोखले बेलन के बाहरी तथा अंदर के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अंतर 88 वर्ग सेमी. है। यदि बेलन को बनाने में लगी धातु का आयतन 176 घन सेमी. हो, तो बेलन के बाह्य तथा आन्तरिक व्यास ज्ञात कीजिए। (HOTS)
44. एक ठोस एक अर्धगोले पर अध्यारोपित एक शंकु के आकार का है। दोनों की त्रिज्याएँ 3.5 सेमी हैं तथा ठोस की कुल ऊँचाई 9.5 सेमी है। इस ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)
45. एक घनाकार लकड़ी के ब्लाक जिसकी भुजा 21 सेमी है, के एक फलक को अंदर की ओर से काटकर एक अर्ध गोलाकार गड्ढा इस प्रकार बनाया गया है कि अर्ध गोले का व्यास घन के किनारे के बराबर है। शेष बचे ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

उत्तर और संकेत

1. (a) (x) $4\pi r^2$
 (b) (v) $\pi r(r+l)$
 (c) (vi) $l \times b \times h$
 (d) (vii) $\frac{2}{3}\pi r^3$
 (e) (viii) $\pi r l$
 (f) (ix) $3\pi r^2$
 (g) (i) $2\pi r h$
 (h) (ii) $\frac{1}{3}\pi r^2 h$
 (i) (iii) $2\pi r(r+h)$
 (j) (iv) $\frac{1}{3}\pi h(r^2 + R^2 + rR)$
2. (i) $2a^2 + 4ab$
 (ii) $2\pi r^3$
 (iii) $2\pi r(r+h)$
 (iv) $\pi r\sqrt{r^2 + h^2}$
 (v) $\frac{2}{3}\pi r^3$
 (vi) $3\pi r^2$
 (vii) $2\pi h(R+r)$

(viii) 8

(ix) $\frac{1}{8}$

3. (i) असत्य
(ii) असत्य
(iii) असत्य
(iv) असत्य

4. (c) $3\pi r^2$

5. (d) 3 मात्रक

6. (c) 3 : 1 : 2

7. (a) $2r$

8. (d) 12 सेमी

9. (b) 14 सेमी

10. 462 वर्ग सेमी

11. 16 : 25

12. 3 : 1

13. 11 सेमी.

14. 3 : 1

15. घनों की संख्या = $\frac{16 \times 12 \times 10}{2 \times 2 \times 2} = 240$

16. घन की भुजा = $\sqrt[3]{729} = 9$ सेमी

सबसे बड़े शंकु की ऊँचाई = घन की भुजा = 9 सेमी

17. घन की भुजा = $\sqrt[3]{216} = 6$ सेमी.

नए घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 12 सेमी., 6 सेमी. और 6 सेमी. है।

घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= 2[12 \times 6 + 6 \times 6 + 6 \times 12]$$

$$= 360 \text{ वर्ग सेमी.}$$

18. $l = \sqrt{r^2 + h^2}$

$$l = 17 \text{ cm}$$

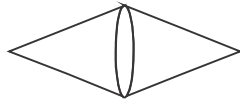
$$\text{क्षे.} = 2\pi r l = 854.85 \text{ cm}^2$$

19. $\pi r (l + r) = 90\pi$

$$l = 13$$

$$h = \sqrt{r^2 - r^2}$$

$$h = 12 \text{ cm}$$



20. माना बेलन की ऊँचाई व त्रिज्या क्रमशः x सेमी व x सेमी है।

$$\text{बेलन का आयतन} = \frac{176}{7} \text{ घन सेमी}$$

$$\frac{22}{7} \times (x)^2 \times x = \frac{176}{7}$$

$$x^3 = 8$$

$$x = \sqrt[3]{8} = 2 \text{ सेमी}$$

21. $d = 4.2 \text{ cm}$; $r = 2.1 \text{ cm}$

$$h = 4.2 \text{ cm}$$

$$\text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= 19.4 \text{ cm}^3 \text{ (approx)}$$

22. गोले की त्रिज्या = 3 cm

$$\text{गोले का आयतन} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$= 113.14 \text{ cm}^3$$

23. बेलनाकार टैंक का आयतन = आयताकार टैंक का आयतन

$$\frac{22}{7} \times (10.5)^2 \times h = 15 \times 11 \times 10.5$$

$$h = 5 \text{ cm}$$

$$24. \frac{\frac{4}{3} \pi R^3}{\frac{4}{3} \pi r^3} = \frac{64}{27}$$

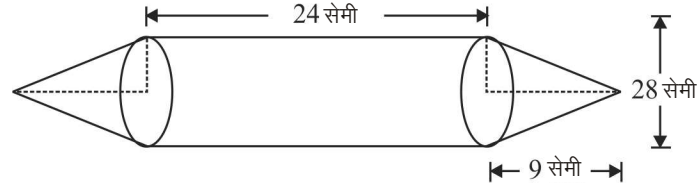
$$\Rightarrow R^3 : r^3 = 64 : 27$$

$$R : r = 4 : 3$$

$$4\pi R^2 : 4\pi r^2 = R^2 : r^2$$

$$\Rightarrow (R : r)^2 = (4 : 3)^2 = 16 : 9$$

25. टैंक का आयतन = बेलनाकार भाग का आयतन + 2 × शंक्वाकार भाग का आयतन
= 18480 घन सेमी.



26.



(त्रिज्या) Radius – r , (ऊँचाई) height – r

बेलन का आयतन : शंकु का आयतन : अर्द्धगोले का आयतन

$$\pi r^3 : \frac{1}{3} \pi r^3 : \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$1 : \frac{1}{3} : \frac{2}{3}$$

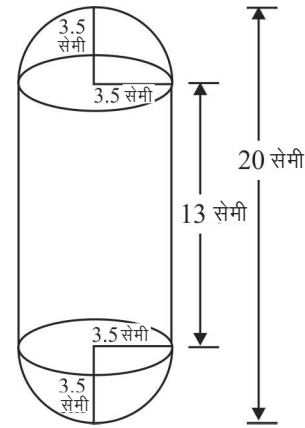
$$\Rightarrow 3 : 1 : 2$$

27. बेलन की ऊँचाई = 20 – 3.5 – 3.5
= 13 सेमी.

टोस का आयतन = बेलनाकार भाग का आयतन
+ 2 × अर्ध गोलाकार भाग का आयतन

$$= \frac{22}{7} \times (3.5)^2 \times 13 + 2 \times \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (3.5)^3$$

$$= 680 \frac{1}{6} \text{ घन सेमी.}$$



28. $r = 32 \text{ cm}$; $h = 120 \text{ cm}$

1 चक्कर में तय किया गया क्षेत्रफल

= रोलर का वक्र पृ. क्षे.

$$= 2 \pi r h$$

$$= 24137.14 \text{ cm}^2$$

500 चक्कर में समल किए गए भाग का क्षेत्रफल

$$= 1206.86 \text{ m}^2$$

समतल की करने की लागत = दर × क्षेत्रफल

$$= ₹ 1206.86 \times 0.3$$

$$= ₹ 362.06/-$$

29. $r + h = 37$

$$2\pi r(r + h) = 1628$$

$$r = 7 \text{ cm}$$

$$h = 30 \text{ cm}$$

$$\text{आयतन} = \pi r^2 h$$

$$\text{आयतन} = 4620 \text{ cm}^3$$

30. आभासी धारिता = $3.14 \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 \times 10 = 196.25$ घन सेमी.

वास्तविक धारिता = बेलनाकार भाग का आयतन – अर्धगोलाकार भाग का आयतन

$$= 196.25 - \frac{2}{3} \times 3.14 \times \left(\frac{5}{2}\right)^3 = \text{लगभग } 163.54 \text{ घन सेमी.}$$

31. $r = 6 \text{ cm}; R = 8 \text{ cm}$

$$\text{बर्तन का पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 2\pi R^2 + 2\pi r^2 + \pi(R^2 - r^2)$$

$$= \pi \times 228 = 715.925 \text{ cm}^2$$

कुल लागत = पृष्ठीय क्षेत्रफल × दर

$$= ₹ 3579.60/-$$

32. $r = 7 \text{ m}; h = 24 \text{ m}$

$$l = 25 \text{ m}$$

$$\text{टेंट का पृ. क्षे.} = \pi r l$$

$$= 550 \text{ m}^2$$

$$10 \text{ टेंटों का पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 5500 \text{ m}^2$$

कुल लागत = क्षेत्रफल × दर

$$= \text{दर} \times ₹ \frac{40}{2}$$

$$= ₹ 1,10,000/-$$

33. $r = 7\text{cm}; h = 14\text{ cm}$

$$l = \sqrt{245} = 15.65\text{cm}$$

शेष बचे ठोस का पृ. क्षे.

= घन का स. पृ. क्षे. + शंकु का वक्र पृ. क्षे. - वृत्त का क्षेत्रफल

$$= 6a^2 + \pi rl - \pi r^2$$

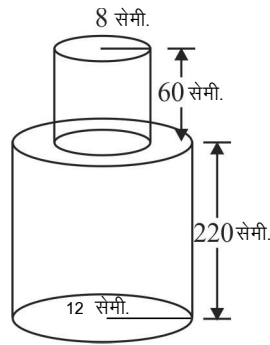
$$= 1366.3\text{ cm}^2$$

34. ठोस का आयतन = $3.14 \times (12)^2 \times 220 + 3.14 \times (8)^2 \times 60$

$$= 111532.8\text{ घन सेमी}$$

$$\text{खंभे का भार} = 111532.8 \times \frac{8}{1000}\text{ किग्रा}$$

$$= 892.2624\text{ किग्रा}$$



35. माना शंकवाकार भाग की त्रिज्या r सेमी है।

अतः शंकवाकार भाग की ऊँचाई $4r$ सेमी है।

प्रश्नानुसार

$10 \times$ आइसक्रीम के एक शंकु का आयतन = बेलनाकार बर्तन का आयतन

$$10 \times \left[\frac{1}{3} \pi r^2 \times 4r + \frac{2}{3} \pi r^3 \right] = \pi (6)^2 \times 15$$

$$r = 3\text{ सेमी}$$

36. $r = 3\text{ cm}$

वस्तु का पृ. क्षे. = बेलन का वक्र पृ. क्षे. + अर्द्ध गोले का वक्र पृ. क्षे.

+ शंकु का वक्र पृ. क्षे.

$$\text{पृ. क्षेत्र} = 2\pi rH + 2\pi r^2 + \pi rl$$

$$\begin{aligned}
&= \pi r(2H + 2r + l) \\
&= \pi 3(20 + 6 + \sqrt{58}) \\
&= \pi(78 + 3\sqrt{58})\text{cm}^2
\end{aligned}$$

37. ठोस का पृ. क्षे. = बेलन का वक्र पृ. क्षे. + 2 वलयों का क्षे. + 2 शंकुओं का वक्र पृ.क्षे.

$$\Rightarrow 2\pi \left[\frac{7}{2} \times 15 + 6.5 \times 0.5 + 15 \right]$$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} \times 70.75 = \frac{3113}{7}$$

$$= 444.7\text{cm}^2 \text{ (approx.)}$$

38. $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$

$$\Rightarrow R^2 = \frac{3V}{\pi h} \quad \dots(1)$$

Now, $C = \pi R l$

$$C^2 = \pi^2 R^2 l^2$$

$$C^2 = \pi^2 R^2 l^2$$

$$C^2 = \pi^2 R^2 (h^2 + R^2)$$

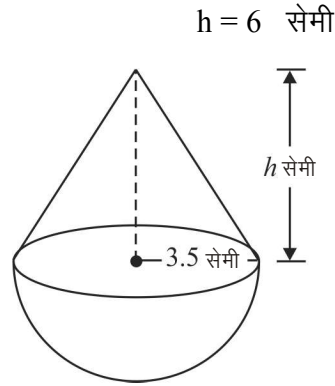
$$C^2 = \pi^2 \frac{3V}{\pi h} \left(h^2 + \frac{3V}{\pi h} \right)$$

$$C^2 = \frac{3\pi^2 V (\pi h^3 + 3V)}{\pi^2 h^2}$$

$$C^2 = \frac{3\pi V h^3 + 9V^2}{h^2}$$

39. खिलौने का आयतन = $\frac{1001}{6}$ घन सेमी

$$\frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^3 + \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2 \times h = \frac{1001}{6}$$



$$\begin{aligned} \text{खिलौने के अर्धगोलाकार भाग का क्षेत्रफल} &= 2 \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2 \\ &= 77 \text{ वर्ग सेमी} \end{aligned}$$

$$\text{रंग करने का मूल्य} = 77 \times 10 = ₹ 770$$

40. शेष बचे ठोस पृष्ठीय क्षेत्रफल = घनाभाकार ब्लाक का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल + बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $- 2 \times$ वृत्ताकार आधार का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= 2(15 \times 10 + 10 \times 5 + 15 \times 5) + 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times 5 - 2 \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2 \\ &= 583 \text{ वर्ग सेमी} \end{aligned}$$

41. खिलौने का आयतन = बेलनाकार भाग का आयतन + अर्धगोलाकार भाग का आयतन + शंक्वाकार भाग का आयतन

$$\begin{aligned} &= \frac{22}{7} \times (2.1)^2 \times 12 + \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (2.1)^2 \times 7 + \frac{2}{3} \times (2.1)^3 \\ &= 218.064 \text{ घन सेमी.} \end{aligned}$$

42. तिर्यक ऊँचाई = $\sqrt{(14)^2 + (10.5)^2} = 17.5$ मी

$$\text{टैन्ट का पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 2 \times \frac{22}{7} \times 3 \times 14 + \frac{22}{7} \times 14 \times 17.5 = 1034 \text{ वर्ग मी.}$$

$$\text{कपड़े का मूल्य} = 1034 \times 80 = ₹ 82720.$$

43. माना खोखले बेलन की आंतरिक व बाहरी त्रिज्या क्रमशः r सेमी और R सेमी है।
बाहरी व आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल का अंतर = 88 वर्ग सेमी

$$2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times (R - r) = 88$$

$$R - r = 1 \quad \dots(1)$$

खोखले बेलन का आयतन = 176 घन मी.

$$\frac{22}{7} \times 14 \times (R^2 - r^2) = 176$$

$$R^2 - r^2 = 4$$

$$(R - r)(R + r) = 4$$

$$R + r = 4 \quad \dots (2) \quad [\because (1) \text{ से}]$$

समीकरण (1) और (2) को हल करने पर, $R = 2.5$ सेमी. व $r = 1.5$ सेमी.

अतः बाहरी व आंतरिक व्यास क्रमशः 5 सेमी. व 3 सेमी. है।

44. शंकु की ऊँचाई = $9.5 - 3.5 = 6$ सेमी

$$\text{ठोस का आयतन} = \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (3.5)^3 + \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (3.5)^2 \times 6$$

$$= 166.83 \text{ घन सेमी लगभग}$$

45. अर्ध गोले की त्रिज्या = $\frac{21}{2} = 10.5$ सेमी

$$\text{शेष बचे ठोस का आयतन} = (21)^2 - \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (10.5)^3$$

$$= 6835.5 \text{ घन सेमी}$$

पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

समय: 45 मिनट

अंक : 20

खण्ड-अ

1. $2r$ त्रिज्या वाले अर्द्धगोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल लिखिए। 1
2. उस सबसे बड़े शंकु की त्रिज्या ज्ञात करो जिसे 4.2 cm भुजा वाले घन से काटा जा सकता है। 1
(a) 4.2 cm (b) 8.4 cm
(c) 2.1 cm (d) 1.05 cm
3. एक घन का आयतन $1/$ है। घन की भुजा की लम्बाई ज्ञात कीजिए। 1
4. दो घनों के आयतनों का अनुपात 27 : 125 है। उनके पृ. क्षे. का अनुपात ज्ञात करो। 1

खण्ड-ब

5. एक घन और एक गोले का सम्पूर्ण पृ. क्षे. समान है। गोले और घन के आयतन का अनुपात ज्ञात कीजिए। 2
6. 8 cm भुजाओं वाले दो घनों को सिरे से सिरा मिलाया जाता है। परिणामी आकृति का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करो। 2
7. एक अर्द्धगोले का आयतन 2156 cm^3 है। इसका वक्र पृ. क्षे. ज्ञात कीजिए। 2

खण्ड-स

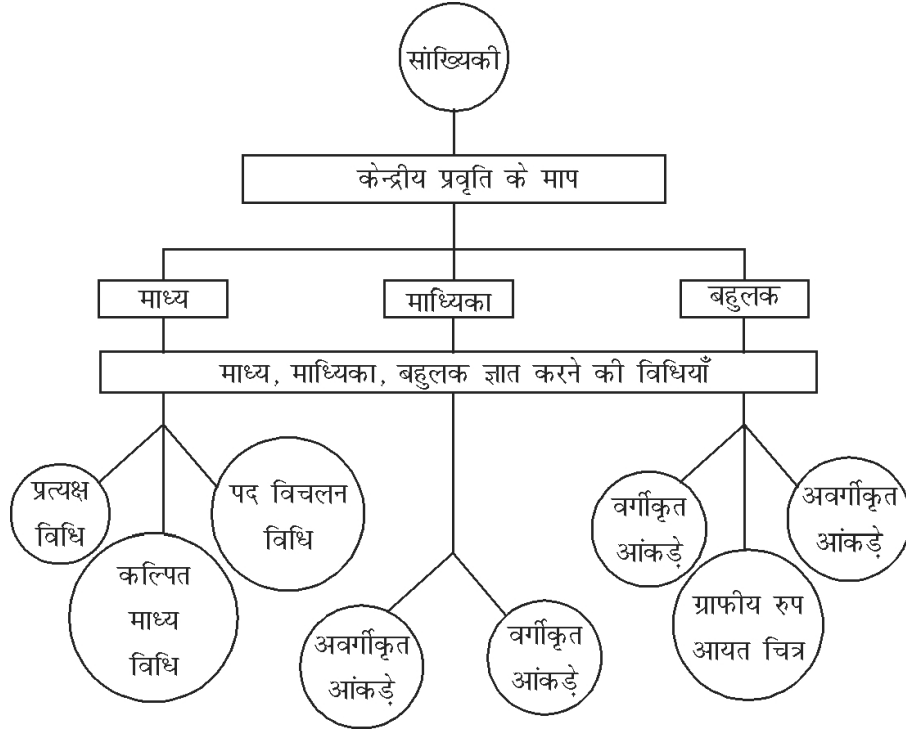
8. सर्कस के तंबू का निचला भाग बेलनाकार और ऊपरी भाग शंकवाकार छत है। यदि उभयनिष्ठ व्यास 56 m और बेलनाकार हिस्से की ऊँचाई 6 m और छत का उच्चतम बिंदु भूमि से 30 m है। तंबू के लिए प्रयुक्त किए गए कैनवास का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 3

9. धातु के एक बेलन की त्रिज्या 3 cm तथा ऊँचाई 5 cm है। इसका भार कम करने के लिए बेलन में एक शंक्वाकार छेद किया गया है। इस छेद की त्रिज्या $\frac{3}{2}$ cm तथा गहराई $\frac{8}{9}$ cm है। शेष बचे बेलन धातु के आयतन का शंक्वाकार छेद करने हेतु निकाली गई धातु के आयतन से अनुपात ज्ञात कीजिए। 3

खण्ड-द

10. एक सजावटी ब्लॉक दो ठोसों, एक घन तथा एक अर्द्धगोले से बना है ब्लॉक का आधार एक घन है जिसकी भुजा 6 cm है तथा अर्द्धगोला ऊपर लगा है जिसका व्यास 4 cm है। ब्लॉक को ₹ 2.5 प्रति वर्ग cm की कीमत से पेंट करने की लागत ज्ञात कीजिए। 4

सांख्यिकी

महत्त्वपूर्ण बिन्दु :

1. माध्य \bar{x}

(a) अवर्गीकृत आंकड़ों के लिए

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

अर्थात् $\bar{x} = \frac{\text{आंकड़ों का योग}}{\text{आंकड़ों की संख्या}}$

(b) वर्गीकृत आंकड़ों के लिए

(i) यदि हल आसान हो तो हम प्रत्यक्ष विधि का प्रयोग करेंगे :

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

- (ii) यदि आंकड़े बड़े हों या हल मुश्किल हो तो हम कल्पित माध्य विधि या पद विचलन विधि का प्रयोग करेंगे:

$$\rightarrow \text{कल्पित माध्य विधि } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}, a = \text{कल्पित माध्य और } d_i = x_i - a$$

$$\rightarrow \text{पद विचलन विधि } \bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \times h$$

$$u_i = \frac{d_i}{h}, h = \text{वर्ग माप}$$

2. माधिका

- (a) अवर्गीकृत आंकड़ों के लिए, पहले आंकड़ों को बढ़ते क्रम से या घटते क्रम से लगाएँ। फिर आंकड़ों की संख्या गिनें, माना n

$$\text{यदि } n \text{ विषम हैं तो माध्यिक} = \left(\frac{n+1}{2}\right) \text{वाँ आंकड़ा}$$

यादि n सम है तो माधिका

$$= \frac{\left(\frac{n}{2}\right) \text{वाँ मान} + \left(\frac{n}{2} + 1\right) \text{वाँ मान}}{2}$$

- (b) वर्गीकृत आंकड़ों के लिए

$$\text{माध्यिक} = l + \frac{\left(\frac{n}{2} - cf\right)}{f} \times h$$

3. बहुलक = $l + \left(\frac{f_1 - f_o}{2f_1 - f_o - f_2}\right) \times h$ वर्गीकृत आंकड़ों के लिए

अवर्गीकृत आंकड़ों के लिए बहुलक वह आंकड़ा है जो सबसे अधिक बार आए।

नोट:

1. माध्य, माधिका और बहुलक में सम्बन्ध
बहुलक = 3 (माधिका) - 2 (माध्य) (अनुभवजन्य संबंध)
2. यदि वर्ग अंतराल सतत् न हो तो उन्हें सतत् बनाने के लिए निम्न वर्ग में से 0.5 घटाओ और उपरि सीमा में 0.5 जोड़ो।
3. $x_i = \text{वर्ग चिन्ह} = \frac{\text{उपरि वर्ग सीमा} + \text{निम्न वर्ग सीमा}}{2}$
4. $h = \text{वर्ग माप} = \text{उपरि सीमा} - \text{निम्न सीमा}$
5. बहुलक वर्ग \rightarrow वह अंतराल जिसकी बारंबारता सबसे अधिक हो।

6. माध्यिका वर्ग – वह अंतराल जिसकी संचयी बारंबारता $\frac{n}{2}$ से बड़ी या लगभग आसपास हो। $(n = \sum f_i)$
7. यदि x_1, x_2, \dots, x_n का माध्य \bar{x} हो, तो
- (a) kx_1, kx_2, \dots, kx_n का माध्य $k\bar{x}$ होगा।
- (b) $\frac{x_1}{k}, \frac{x_2}{k}, \dots, \frac{x_n}{k}$ का माध्य $\frac{\bar{x}}{k}$ होगा।
- (c) $x_1 + k, x_2 + k, \dots, x_n + k$ का माध्य $\bar{x} + k$ होगा।
- (d) $x_1 - k, x_2 - k, \dots, x_n - k$ का माध्य $\bar{x} - k$ होगा।
8. यदि n_1 आंकड़ों का माध्य \bar{x}_1 हो और n_2 आंकड़ों का माध्य \bar{x}_2 हो, तो इनका संयुक्त माध्य = $\frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2}{n_1 + n_2}$
9. $\sum x_i = n\bar{x}$
10. परिसर = अधिकतम आंकड़ा – न्यूनतम आंकड़ा
11. बहुलक, ग्राफ पर आयत चित्र द्वारा दर्शाया जाता है।

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. पहली 12 अभाज्य संख्याओं का माध्य क्या होगा?
2. 20 संख्याओं का माध्य 18 है। यदि प्रत्येक संख्या में 2 जोड़ दिया जाए, तो नया माध्य क्या होगा?
3. पाँच प्रेक्षणों 3, 5, 7, x और 11 का माध्य 7 हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए।
4. पहली 5 प्राकृत संख्याओं का माध्यक क्या होगा?
5. यदि निम्न आंकड़ों का माध्यक 27.5 हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए।
24, 25, 26, $x + 2$, $x + 3$, 30, 33, 37
6. निम्न, आंकड़ों का बहुलक क्या है?
5, 7, 8, 5, 7, 6, 9, 5, 10, 6.

7. एक आंकड़ें का माध्य तथा बहुलक क्रमशः 24 और 12 है, इसका माध्यक ज्ञात कीजिए।

8. वर्ग 19.5 – 29.5 का वर्ग चिन्ह ज्ञात कीजिए।

9. बहुविकल्पी प्रश्न

(i) यदि किसी बारंबारता सारणी के वर्ग अंतराल 1–10, 11–20, 21–30, -----, 51–60 हो, तो हर वर्ग अंतराल का माप होगा :

(a) 9 (b) 10

(c) 11 (d) 5.5

(ii) यदि किसी बारंबारता सारणी के वर्ग अंतराल 1–10, 11–20, 21–30, -----, 61–70 हो, तो 21–30 की उपरिसीमा होगी :

(a) 21 (b) 30

(c) 30.5 (d) 20.5

(iii) निम्न बारंबारता सारणी में माधिका वर्ग होगा :

वर्ग	0–5	6–11	12–17	18–23	24–29
बारंबारता	13	10	15	8	11

(a) 17

(b) 17.5

(c) 18

(d) 18.5

(iv) किसी फ़ैक्टरी के कर्मचारियों की दैनिक मजदूरी निम्न है

दैनिक मजदूरी (₹ में)	121–126	127–132	133–138	139–144	145–150
कर्मचारियों की संख्या	5	27	20	18	12

इस सारणी के बहुलक वर्ग की निम्न सीमा होगी :

(a) ₹ 127

(b) ₹ 126

(c) ₹ 126.50

(d) ₹ 133

(v) निम्न तालिका में माधिका वर्ग और बहुलक वर्ग की निम्न सीमाओं का योग होगा :

वर्ग	0–5	5–10	10–15	15–20	20–25
बारंबारता	10	15	12	20	9

(CBSE 2020)

(a) 15

(b) 25

(c) 30

(d) 35

(vi) एक बारंबारता बंटन के माध्यक तथा बहुलक क्रमशः 26 तथा 29 हैं, तो इसका माध्य है: (CBSE 2020)

- (a) 27.5 (b) 24.5
(c) 28.4 (d) 25.8

10. वर्गों 10–25 और 35–55 के वर्ग चिन्ह ज्ञात कीजिए। (CBSE 2020)

11. रिक्त स्थान भरें:

- (a) बहुलक = 3 - 2
- (b) 20 के सभी गुणखंडों का अंकगणित माध्य है।
- (c) किसी दिए गए वर्ग की संचयी बारंबारता सभी वर्गों की बारंबारताओं को जोड़कर प्राप्त की जाती है
- (d) किसी बारंबारता सारणी का बहुलक आलेख पर द्वारा प्राप्त होता है।
- (e) यदि बहुलक 8 हो और माध्य भी 8 हो, तो माध्यिका का मान होगा।
- (f) वह केन्द्रीय प्रवृत्ति जो ग्राफ द्वारा प्राप्त नहीं हो सकती, है।
- (g) यदि एक सत्तत् बारंबारता सारणी के वर्ग चिन्ह 22, 30, 38, 46, 54, 62 हो, तो वर्ग चिन्ह 46 का वर्ग अंतराल होगा।
- (h) संयची बारंबारता सारणी का प्रयोग ज्ञात करने में मदद करता है।
- (i) माध्य ज्ञात करने की पद विचलन विधि का फार्मूला होता है।
- (j) वर्गीकृत आंकड़ों की माध्यिका ज्ञात करने का सूत्र होता है।
- (k) वर्गीकृत आंकड़ों का बहुलक ज्ञात करने का सूत्र होता है।
- (l) आंकड़ों 255, 125, 130, 160, 185, 170, 103 का परिसर होगा।
- (m) वर्गचिन्ह = $\frac{1}{2}$ (----- + -----)
- (n) प्रथम दस अभाज्य संख्याओं की माध्यिका ----- होगी।
- (o) माध्य ज्ञात करने की कल्पित माध्य विधि का सूत्र ----- होता है।

लघु उत्तरीय प्रश्न-I

12. 11 प्रेक्षणों का माध्य 50 है। यदि पहले 6 प्रेक्षणों का माध्य 49 तथा अंतिम 6 प्रेक्षणों का माध्य 52 हो, तो छठा प्रेक्षण ज्ञात कीजिए।

13. निम्न बंटन का माध्य ज्ञात कीजिए :

x	12	16	20	24	28	32
f	5	7	8	5	3	2

14. निम्न आंकड़ों का माध्यक ज्ञात कीजिए:

x	10	12	14	16	18	20
f	3	5	6	4	4	3

15. निम्न बारंबारता बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए:

वर्ग	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30
बारंबारता	2	7	18	10	8	3

16. निम्नलिखित वितरण को बारंबारता वितरण में परिवर्तित करें:

अंक	विद्यार्थियों की संख्या
20 से कम	0
30 से कम	4
40 से कम	16
50 से कम	30
60 से कम	46
70 से कम	66
80 से कम	82
90 से कम	92
100 से कम	100

17. निम्न आंकड़ों की 'से कम संचयी बारंबारता' तालिका बनाइए:

अंक	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
विद्यार्थियों की संख्या	7	9	6	8	10

18. निम्नलिखित बारंबारता बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए:

वर्ग अंतराल	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55
बारंबारता	25	34	50	42	38	14

(CBSE 2018-19)

19. निम्न आंकड़ों का माध्यक क्या है?

(CBSE 2011)

x	10	20	30	40	50
f	2	3	2	3	1

20. एक बारंबारता बंटन का माध्य (x) 45 है। यदि $\sum f_i = 20$ है, तो $\sum f_i x_i$ का मान ज्ञात कीजिए।

(CBSE 2011)

लघु उत्तरीय प्रश्न-II

21. निम्न बंटन का माध्य ज्ञात कीजिए: (CBSE 2020)

वर्ग	3-5	5-7	7-9	9-11	11-13
बारंबारता	5	10	10	7	8

22. निम्न आंकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए: (CBSE 2020)

वर्ग	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100	100-120	120-140
बारंबारता	6	8	10	12	6	5	3

23. निम्न बारंबारता बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए: (CBSE 2020)

वस्तुओं का आकार (सेमी में)	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24	24-28
बारंबारता	5	7	9	17	12	10	6

24. यदि निम्न आंकड़ों का माध्य 54 हो, तो P का मान ज्ञात कीजिए।

वर्ग	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
बारंबारता	7	P	10	9	13

25. निम्न बारंबारता बंटन का माध्यक ज्ञात कीजिए:

C.I.	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
f	5	3	10	6	4	2

26. निम्न बारंबारता का माध्यक 24 वर्ष है। x का मान ज्ञात कीजिए।

आयु (वर्षों में)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
व्यक्तियों की संख्या	5	25	x	18	7

27. निम्न आंकड़ों का माध्यक ज्ञात कीजिए:

अंक	10 से कम	20 से कम	30 से कम	40 से कम	50 से कम	60 से कम
विद्यार्थियों की संख्या	0	12	20	28	33	40

28. निम्नलिखित आँकड़ों का माध्य भार ज्ञात कीजिए:

वजन (कि.ग्रा में)	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60
व्यक्तियों की संख्या	2	4	10	15	6	3

29. निम्न आंकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए:

ऊर्चाई (सेमी.में)	30से अधिक	40से अधिक	50से अधिक	60से अधिक	70से अधिक	80से अधिक
पेड़ों की संख्या	34	30	27	19	8	2

30. नीचे दिया हुआ बंटन 100 विद्यार्थियों द्वारा एक परीक्षा में प्राप्त अंको को दर्शा रहा है:

प्राप्तांक	30 – 35	35 – 40	40 – 45	45 – 50	50 – 55	55 – 60	60 – 65
विद्यार्थियों की संख्या	14	16	28	23	18	8	3

विद्यार्थियों के माध्य अंक ज्ञात कीजिए। (CBSE 2018-19)

31. निम्न बंटन एक मोहल्ले के बच्चों का जेब खर्च को दर्शाता है। माध्य जेब खर्च ₹18 है। लुप्त बारंबारता ज्ञात कीजिए।

दैनिक जेब भत्ता (₹ में)	11 – 13	13 – 15	15 – 17	17 – 19	19 – 21	21 – 23	23 – 25
बच्चों की संख्या	3	6	9	13	k	5	4

(CBSE 2018)

32. निम्नलिखित बारंबारता बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए:

वर्ग अंतराल	0 – 20	20 – 40	40 – 60	60 – 80	80 – 100
विद्यार्थियों की संख्या	15	18	21	29	17

ऊपर दिए गए आंकड़ों का माध्य 53 है। अनुभवजन्य संबंध द्वारा माध्यिका का अनुमान लगाओ।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

33. निम्न आंकड़ों का माध्य 53 है, तो f_1 और f_2 का मान ज्ञात कीजिए।

वर्ग अन्तराल	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100	योग
बारंबारता	15	f_1	21	f_2	17	100

34. निम्न आंकड़ों का माध्यक 28.5 हो, तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।

वर्ग अन्तराल	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	योग
बारंबारता	5	8	x	15	y	5	60

35. निम्न बंटन का माध्यक 35 है, a तथा b का मान ज्ञात कीजिए।

वर्ग अन्तराल	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	योग
बारंबारता	10	20	a	40	b	25	15	170

36. निम्न बारंबारता बंटन का माध्य, माध्यक तथा बहुलक ज्ञात कीजिए:

वर्ग अंतराल	1-15	16-20	21-25	26-30	31-35	36-40	41-45	46-50
बारंबारता	2	3	6	7	14	12	4	2

37. एक शहर में 60 दिनों में दर्ज की गई वर्षा निम्न तालिका में दी गई है:

वर्षा (सेमी. में)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
दिनों की संख्या	16	10	8	15	5	6

माध्यिका वर्षा की गणना कीजिए।

38. पद विचलन विधि द्वारा निम्न आंकड़ों का माध्य ज्ञात कीजिए:

दैनिक व्यय (रुपये में)	100-150	150-200	200-250	250-300	300-350
घरों की संख्या	4	5	12	2	2

39. निम्न आंकड़े एक कक्षा के 100 विद्यार्थियों के प्राप्ताकों को दर्शाते हैं:

अंक	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40
विद्यार्थियों की संख्या	4	6	10	10	25	22	18	5

उपरोक्त बंटन का माध्यक ज्ञात कीजिए।

40. एक औद्योगिक क्षेत्र की 30 फैक्ट्रियों द्वारा अर्जित वार्षिक लाभ निम्न है।

लाभ (लाख रु. में)	फैक्ट्रियों की संख्या
5 के बराबर या अधिक	30
10 के बराबर या अधिक	28
15 के बराबर या अधिक	16
20 के बराबर या अधिक	14
25 के बराबर या अधिक	10
30 के बराबर या अधिक	7
35 के बराबर या अधिक	3
40 के बराबर या अधिक	0

उपरोक्त आंकड़ों की माध्यिका ज्ञात कीजिए।

41. निम्नलिखित वितरण का माध्य और माधिका ज्ञात कीजिए।

वर्ग अंतराल	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 80	80 – 90	90 – 100
बारंबारता	7	5	8	10	6	6	8

(CBSE 2018-19)

42. यदि निम्न बंटन का माध्य 65.6 हो, तो अज्ञात बारंबारताएँ f_1 और f_2 ज्ञात कीजिए।

वर्ग अंतराल	10 – 30	30 – 50	50 – 70	70 – 90	90 – 110	110 – 130	कुल
बारंबारता	5	8	f_1	20	f_2	2	50

(CBSE 2017)

43. निम्न बारंबारता बंटन का बहुलक 36 है, तो लुप्त बारंबारता (f) ज्ञात कीजिए:

(CBSE 2020)

(CBSE 2020)

वर्ग	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70
बारंबारता	8	10	f	16	12	6	7

44. निम्न बारंबारता बंटन का माध्य 18 है। वर्ग अंतराल 19-21 की बारंबारता f लुप्त है। f ज्ञात कीजिए।

(CBSE 2020)

वर्ग अंतराल	11–13	13–15	15–17	17–19	19–21	21–23	23–25
बारंबारता	3	6	9	13	f	5	4

45. निम्न तालिका एक गाँव के 100 गेहूँ के फार्मों की प्रति हेक्टेयर उत्पाद दर्शाती है:

उत्पाद	40 – 45	45 – 50	50 – 55	55 – 60	60 – 55	65 – 70
फार्मों की संख्या	4	6	16	20	30	24

उपरोक्त आंकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए।

46. एक कक्षा में छात्रों की ऊँचाई के निम्नलिखित वितरण में अज्ञात प्रविष्टियाँ a, b, c, d, e खोजें:

ऊँचाई (सेमी. में)	150-155	155-160	160-165	165-170	170-175	175-180
आवृत्ति	12	b	10	d	e	2
संचयी आवृत्ति	a	25	c	43	48	f

इस बंटन को "से अधिक प्रकार के" बंटन के रूप में बदलकर उसका तोरण खींचिए।

उत्तर एवं संकेत

1. 16.4 लगभग
 2. 20
 3. 9
 4. 3
 5. $x = 25$
 6. 5
 7. माध्यक = 20
 8. 24.5
9. (i) B (पहले वर्ग अंतराल को सतत् बनाएं)
(ii) C
(iii) B
(iv) C
(v) B $\left[\begin{array}{l} \text{(बहुलक वर्ग 15-20)} \\ \text{माधिका वर्ग 10-15)} \end{array} \right]$
(vi) B
10. 17.5 और 45
11. (a) 3 माधिका – 2 माध्य
(b) 7
(c) प्रक्षेपों
(d) आयत चित्र
(e) 8
(f) माध्य
(g) 42-50
- (दो लगातार आंकड़ों के बीच का अंतर 8 है।
∴ 46 में से $\frac{8}{2}$ घटाकर निम्न वर्ग प्राप्त करें और
46 में $\frac{8}{2}$ जोड़कर उपरि वर्ग प्राप्त करें।)
- (h) माधिका
- (i) $\bar{x} = a + \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \times h$

$$(j) \text{ माध्यिका} = l + \frac{\left(\frac{n}{2} - cf\right)}{f} \times h$$

$$(k) \text{ बहुलक} = l + \frac{(f_1 - f_0)}{(2f_1 - f_2 - f_0)} \times h$$

$$(l) \text{ परिसर} = 255 - 103 = 152$$

$$(m) \frac{1}{2} \text{ (उपरि सीमा + निम्न सीमा)}$$

$$(n) 12.9$$

$$(o) \bar{x} = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$$

$$12. \quad 56$$

$$13. \quad 20$$

$$14. \quad 14$$

$$15. \quad 12.89 \text{ लगभग}$$

16.

अंक	विद्यार्थियों की संख्या
10-20	0
20-30	4
30-40	12
40-50	14
50-60	16
60-70	20
70-80	16
80-90	10
90-100	8

17.

अंक	विद्यार्थियों की संख्या
10 से कम	7
20 से कम	16
30 से कम	22
40 से कम	30
50 से कम	40

18.

अंक	विद्यार्थियों की संख्या
25-30	25
30-35	$34 = f_0$
35-40	$50 = f_1$
40-45	$42 = f_2$
45-50	38
50-55	14

बहुलक वर्ग

$$\begin{aligned} \text{बहुलक} &= l + \frac{(f_1 - f_0)}{(2f_1 - f_0 - f_2)} \times h \\ &= 35 + \frac{(50 - 34)}{(100 - 34 - 42)} \times 5 = 35 + \frac{16 \times 5}{24} \\ &= 35 + 3.33 = 38.33 \text{ लगभग} \end{aligned}$$

19.

x_i	f_i	cf_i
10	2	2
20	3	5
30	2	7
40	3	10
50	1	11
कुल	11	

$$N = 11 \text{ odd}$$

$$\text{माध्यक} = \left(\frac{N+1}{2} \right) \text{ वाँ मान} = 6\text{वाँ मान}$$

$$\therefore \text{माध्यक} = 30$$

20.

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

$$\Rightarrow 45 = \frac{\sum f_i x_i}{20}$$

$$\Rightarrow \sum f_i x_i = 900$$

21. 8.15

22. 62.5

23. 14.46 सेमी.

24. 11

25. 27

26. 25

27. 30

28. 46

29. 63.75 सेमी.

30.

प्राप्तांक	x_i	d_i	u_i	f_i	$f_i u_i$
30-35	32.5	-15	-3	14	-42
35-40	37.5	-10	-2	16	-32
40-45	42.5	-5	-1	28	-28
45-50	47.5 = a	0	0	23	0
50-55	52.5	5	1	18	18
55-60	57.5	10	2	8	16
60-65	62.5	15	3	3	9
				110	-59

$$\begin{aligned}\bar{x} &= a + \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \times h \\ &= 47.5 - \frac{59}{110} \times 5 \\ &= 47.5 - 2.68 \\ &= 44.82\end{aligned}$$

31. (Q 26 के जैसे सारणी बनाए)

$$\begin{aligned}\bar{x} &= a + \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \times h \\ 18 &= 18 + \frac{(k-8)}{(40+k)} \times 2 \\ 2k - 16 &= 0 \\ k &= 8\end{aligned}$$

32.

$$\begin{aligned}\text{बहुलक} &= l + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h \\ &= 60 + \frac{(29 - 21)}{2 \times 29 - 21 - 17} \times 20 = 68\end{aligned}$$

$$\text{बहुलक} = 3 \text{ माधिका} - 2 \text{ माध्य}$$

$$68 = 3 \text{ माधिका} - 2 \times 53$$

$$68 + 106 = 3 \text{ माधिका सरल करें,}$$

$$\text{माधिका} = 58$$

33. $f_1 = 18, f_2 = 29$

34. $x = 20, y = 7$

35. $a = 35, b = 25$

36. माध्य = 32, माध्यक = 33, बहुलक = 34.39 लगभग

37. माध्य = 25 सेमी.

38. माध्य = 211 रुपये

39. माध्यक = 24

40. माध्यक = 17.5 लाख रुपये

41. माध्य = 51.92

माध्यक = 65

वर्ग अंतराल	f_i	x_i	$f_i x_i$	
10-30	5	20	100	100
30-50	8	40	320	320
50-70	f_1	60	$60 f_1$	$60 f_1$
70-90	20	80	1600	1600
90-110	f_2	100	$100 f_2$	$100 f_2$
110-130	2	120	240	240
	$35+f_1+f_2$			$2260+60f_1+100f_2$

$35 + f_1 + f_2 = 50 \Rightarrow f_1 + f_2 = 15 \dots(1)$

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

$65.6 = \frac{2260 + 60f_1 + 100f_2}{50} \Rightarrow 3f_1 + 5f_2 = 51 \dots(2)$

(1) और (2) को सरल करें

$f_1 = 12, f_2 = 3$

43. $f = 10$

44. $f = 8$

45. बहुलक = 63.125

46. $a = 12, b = 13, c = 35, d = 8, e = 5, f = 50$

अभ्यास प्रश्न-पत्र

सांख्यिकी

समय : 45 मिनट

अंक : 20

खण्ड-अ

1. प्रथम 10 प्राकृत संख्याओं का माध्य ज्ञात कीजिए। 1
2. आँकड़ों का परिसर 14, 27, 29, 61, 45, 15, 9, 18 है 1
(a) 61 (c) 47
(b) 52 (d) 53
3. एक सतत बारंबारता बंटन में, आँकड़ों का माध्यक 24 है। यदि प्रत्येक मद में 2 की वृद्धि की जाती है, तो नयी माध्यिका ज्ञात कीजिए। 1
4. एक बारंबारता बंटन के लिए माध्य, माध्यिका और बहुलक संबंध 1
(a) बहुलक = 3 माध्य - 2 माध्यिका
(b) बहुलक = 2 माध्यिका - 3 माध्य
(c) बहुलक = 3 माध्यिका - 2 माध्य
(d) बहुलक = 3 माध्यिका + 2 माध्य

खंड-ब

5. 10 प्रेक्षणों का माध्य 42 है। यदि आँकड़ों में प्रत्येक प्रेक्षण में 12 की कमी जाती है, तो आँकड़ों का नया माध्य ज्ञात कीजिए। 2
6. एक ही मॉडल की 50 कारों के माइलेज (किमी प्रति लीटर) का एक निर्माता द्वारा परीक्षण किया गया था और विवरण नीचे दिए गए अनुसार सारणीबद्ध हैं: 2

माइलेज (किमी/लीटर में)	10 - 12	12 - 14	14 - 16	16 - 18
No. कारों की संख्या	8	9	1	12

माध्य माइलेज ज्ञात कीजिए।

7. 10 प्रेक्षणों का माध्य 15 है और अन्य 20 प्रेक्षणों का माध्य 24 है तो सभी 30 प्रेक्षणों का माध्य ज्ञात कीजिए। 2

खण्ड-स

8. निम्नलिखित आवृत्ति विवरण तालिका में 400 पंखों का जीवनकाल दिया गया है:

जीवन काल	2000-2400	2400-2800	2800-3200	3200-3600	3600-4000
पंखों की संख्या	5	15	20	23	17

माधिका पंखों की संख्या ज्ञात कीजिए।

3

9. निम्नलिखित आँकड़ों का बहुलक 36 हो तो x का मान ज्ञात कीजिए।

3

कक्षा	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
बारंबारता	8	10	x	16	12	6	7

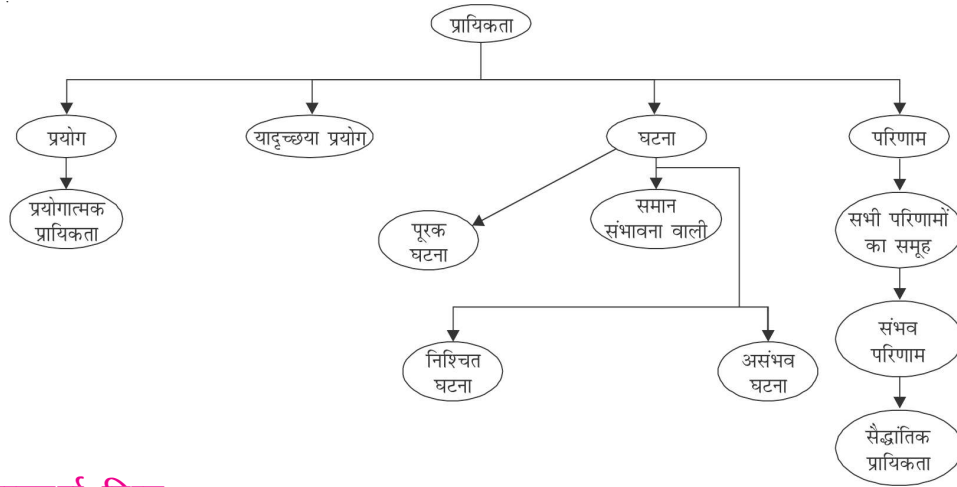
खण्ड-द

10. निम्नलिखित आँकड़ों का औसत 28 है। यदि कुल आवृत्ति 50 है, तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।

4

अंक	0-7	7-14	14-21	21-28	28-35	35-42	42-49
छात्रों की संख्या	3	x	7	11	y	16	9

प्रायिकता



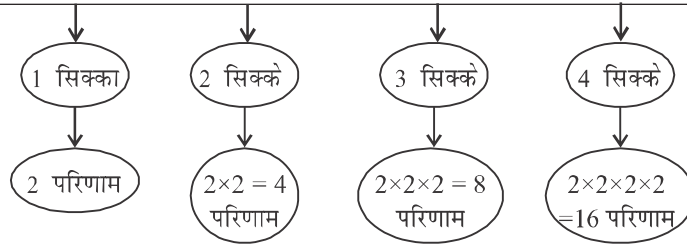
महत्वपूर्ण बिन्दु:

1. किसी घटना के होने की संभावना की माप प्रायिकता होती है।
2. किसी घटना E की प्रायिकता = $\frac{E \text{ के अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल परिणामों की संख्या}}$
3. $0 \leq P(E) \leq 1$
4. यदि $P(E) = 0$ हो, तो वह असंभव घटना होती है।
5. यदि $P(E) = 1$ हो, तो वह निश्चित घटना होती है।
6. घटना E की पूरक घटना \bar{E} होती है।
7. $P(\bar{E}) = 1 - P(E) \Rightarrow P(E) + P(\bar{E}) = 1$
8. प्रायिकता कभी भी ऋणात्मक नहीं होती।
9. प्रतिदर्श समष्टि (Sample Space): सभी संभव परिणामों से प्रतिदर्श समष्टि मिलता है।

कुछ घटनाओं की परिणाम (प्रतिदर्श समष्टि)

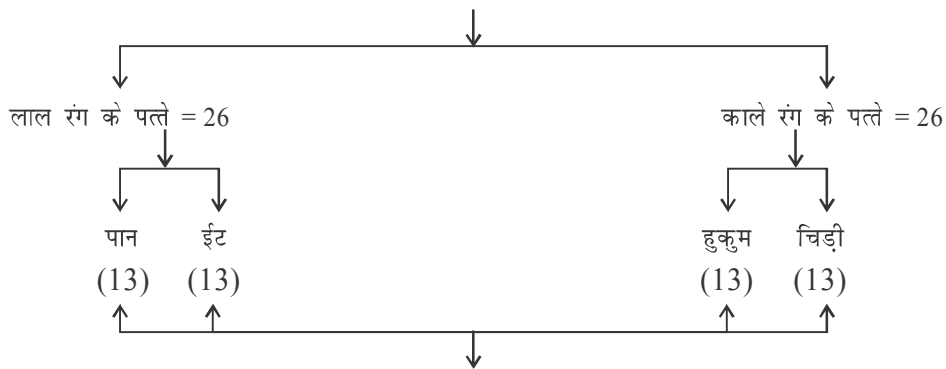
1. जब एक सिक्के को उछाल जाए, तो कुल परिणाम = H, T
2. जब दो सिक्के उछाले जाएँ, तो कुल परिणाम = HH, TT, HT, TH

3. जब तीन सिक्के उछाले जाएं, तो कुल परिणाम = HHH, TTT, HTT, THT, TTH, THH, HTH, HHT
4. अब चार सिक्के उछालें जाएं, तो कुल परिणाम = HHHH, TTTT, HTTT, THTT, TTHT, TTTH, HHTT, TTHH, HTHT, THTH, HHTH, THHT, THHH, HTHH, HHTH, HHHT
- H → चित्त, T → पट



1. जब एक पासा फेंका जाए, तो कुल परिणाम $S = 1, 2, 3, 4, 5, 6$, $n(S) = 6$
2. जब दो पासे फेंके जाए तो कुल परिणाम $n(S) = 6 \times 6 = 36$.
 $S = (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)$
3. जब तीन पासे फेंके जाएं तो $n(S) = 6 \times 6 \times 6 = 216$ परिणाम

ताश के पत्ते = 52



प्रत्येक में 1 इक्का, 1 बादशाह, 1 बेगम और 1 गुलाम, 9 नंबर कार्ड 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 जिसमें 12 तस्वीर वाले कार्ड होते हैं तस्वीर कार्ड में 4 बादशाह, 4 बेगम 4 गुलाम बाकी 40 पत्ते बिना तस्वीर वाले होते हैं जिनमें 4 इक्के होते हैं।

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. रिक्त स्थान भरिए:

- (a) किसी कार्य को करने की प्रायिकता से बड़ी या बराबर और से छोटी या बराबर होती है। (NCERT)
- (b) किसी अंशभव कार्य की प्रायिकता होती है।
- (c) किसी शत प्रतिशत संभव कार्य की प्रायिकता होती है और इसे कहते हैं। (NCERT)
- (d) सभी प्रारंभिक घटनाओं की प्रायिकताओं का योग होता है। (NCERT)
- (e) किसी घटना E का प्रायिकता + किसी घटना के न होने की प्रायिकता $(\bar{E}) = \dots\dots\dots$ होती है। (NCERT)
- (f) यदि किसी खेल को जीतने की प्रायिकता $\frac{4}{9}$ है, तो इसको हारने की प्रायिकता होगी।
- (g) यदि एक सिक्के को दो बारा उछाला जाए, तो सभी संभव परिणामों की संख्या होगी।
- (h) यदि किसी पासे को दो बार उछाला जाए, तो सभी संभव परिणामों की संख्या होगी।

2. सत्य/असत्य बताइए:

- (a) किसी घटना की प्रायिकता ऋणात्मक हो सकती है।
- (b) किसी घटना की प्रायिकता 1 से ज्यादा हो सकती है।

3. बहु विकल्पीय प्रश्न:

- (i) निम्न में से कौन सी संख्या किसी घटना की प्रायिकता नहीं हो सकती है? (NCERT)
- (a) 0.7 (b) $\frac{2}{3}$ (c) -1.5 (d) 15%
- (ii) निम्न में से कौन सी संख्या किसी घटना की प्रायिकता हो सकती है? (NCERT Exemplar)
- (a) -0.04 (b) 1.004 (c) $\frac{18}{23}$ (d) $\frac{8}{7}$
- (iii) कोई घटना होने की संभावना n के बराबर हो, तो उसकी प्रायिकता किसके पास होगी? (NCERT Exemplar)
- (a) 0.0001 (b) 0.001 (c) 0.01 (d) 0.1

(iv) एक अंकीय अभाज्य संख्याओं में से एक संख्या यादृच्छया चुनी गई। यह संख्या सम होने की प्रायिकता होगी:

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{4}{9}$ (d) $\frac{2}{5}$

(v) जब एक पासे को फेंका जाए, तो 3 से कम विषम संख्या आने की प्रायिकता होगी:

- (a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) 0

(vi) रशमी के पास एक पासा है जिसके 6 सतह पर निम्न अक्षर दिए हैं:

A **B** **C** **D** **A** **C**

यदि वह पासा एक बार फेंके, तो C आने की प्रायिकता होगी:

- (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{1}{6}$

(vii) ताश के 52 पत्तों में से एक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है। यदि तस्वीर वाला पत्ता नहीं आने की घटना E है तो E के कुल परिणामों की संख्या होगी:

- (a) 51 (b) 40 (c) 36 (d) 12

4. दिए गए चार विकल्पों में से सही उत्तर चुने:

(i) यदि किसी घटना के होने की प्रायिकता p हो, तो इसके न होने की प्रायिकता होगी:

- x(a) $p - 1$ (b) p (c) $1 - p$ (d) $1 - \frac{1}{p}$

(ii) यदि $P(\text{जीत}) = x/12$, $P(\text{हार}) = 1/3$, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) खोजें 6 (b) 8 (c) 7 (d) 9

(iii) संख्याओं 1, 2, 3, 15 में से यादृच्छया एक संख्या चुनी गई। क्या प्रायिकता है कि वह 4 की गुणज है? (CBSE 2020)

- (a) $\frac{4}{15}$ (b) $\frac{2}{15}$ (c) $\frac{1}{15}$ (d) $\frac{1}{5}$

(iv) जो वर्ष लीप वर्ष न हो, उसमें 53 सोमवार होने की प्रायिकता होगी:

- (a) $\frac{1}{7}$ (b) $\frac{2}{7}$ (c) $\frac{3}{7}$ (d) $\frac{5}{7}$

(v) एक बैग में 6 लाल और 5 नीली गेंदे हैं। एक गेंद यादृच्छया से निकाली गई। नीली गेंद आने की प्रायिकता होगी:

- (a) $\frac{2}{11}$ (b) $\frac{5}{6}$ (c) $\frac{5}{11}$ (d) $\frac{6}{11}$

(vi) MATHEMATICS के अक्षरों में से एक अक्षर चुना गया। उस अक्षर के स्वर (Vowel) होने ही प्रायिकता होगी:

- (a) $\frac{6}{11}$ (b) $\frac{5}{11}$ (c) $\frac{3}{11}$ (d) $\frac{4}{11}$

(vii) दो सिक्के एक साथ उछाले गए। अधिक से अधिक एक चित्त आने की प्रायिकता है:
(CBSE 2020)

- (a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{3}{4}$

5. ताश के 52 पत्तों में से एक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह न तो इक्का हो और न ही बादशाह हो।
6. एक बक्से में 250 बल्ब हैं, जिनमें से 35 बल्ब खराब हैं। बक्से में से एक बल्ब यादृच्छया निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह बल्ब खराब नहीं है।
7. किसी घटना के विपरित 3:4 है। इस घटना के घटने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
8. यदि (1, 4, 9, 16, 25, 29) में से 29 को हटा दिया जाए, तो एक अभाज्य संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
9. ताश की एक गड्डी में से एक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है। इसके तस्वीर वाला कार्ड होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
10. 1000 लॉटरी के टिकटों में 5 टिकटों पर इनाम है। यदि एक व्यक्ति एक टिकट खरीदे, तो उसके इनाम जीतने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
11. ताश की गड्डी में से 1 पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है। इसके काला बादशाह होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
(CBSE 2020)
12. एक पासा एक बार उछाला जाता है। पूर्ण वर्ग संख्या आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
13. दो पासों को एक साथ उछाला जाता है। दोनों पासों पर अंकों का योग 10 या 10 से अधिक आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
14. 1, 2, 3,, 33, 34, 35 में 7 का गुणज आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
15. यदि पासों के एक युग्म को एक बार उछाला गया, तो योगफल 8 आने की क्या प्रायिकता है?
(CBSE 2020)
16. अंग्रेजी भाषा का एक अक्षर यादृच्छया चुना गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि चुना गया अक्षर, एक व्यंजक है।
(CBSE 2020)
17. यदि किसी खेल के जीतने की प्रायिकता 0.07 है, तो उसके हारने की प्रायिकता क्या है?
(CBSE 2020)

लघु उत्तरीय प्रश्न-I

18. दो निष्पक्ष सिक्कों को एक साथ उछाला जाता है। यदि चित न होने की प्रायिकता $\frac{a}{b}$ हो, तो $(a + b)^2$ ज्ञात कीजिए?
19. दो विभिन्न पासों को एक साथ फेंका जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए:
(a) दोनों पर समान संख्या आए।
(b) दोनों पर आई संख्याओं का योग 10 हो। (CBSE 2018)
20. एक बक्से में 12 गेंदे हैं जिनमें कुछ लाल रंग की हैं। यदि 6 लाल रंग की गेंदे इस बक्से में और डाली जाए, तो अब लाल रंग की गेंद आने की प्रायिकता पहली प्रायिकता की दुगुनी हो जाती है। बक्से में लाल रंग की कितनी गेंदे हैं? (CBSE 2018)
21. 1 से 100 में से यादृच्छया एक पूर्णांक चुना गया। क्या प्रायिकता होगी कि (i) वह 8 से विभजित होता है। (ii) 8 से विभजित नहीं होता है? (CBSE 2018)
22. तीन विभिन्न सिक्कों को एक साथ उछाला गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिए (i) सिर्फ और सिर्फ दो चित आए (ii) कम से कम 2 चित आए।
23. 11 से 30 तक के पत्ते एक डिब्बे में डाले जाते हैं और अच्छी तरह मिला दिए जाते हैं। फिर डिब्बे से यादृच्छिक रूप से एक पत्ता निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि निकाले गए पत्ते की संख्या एक अभाज्य संख्या हो।
24. एक थैले में 5 लाल गेंदें तथा कुछ नीली गेंदें हैं। यदि थैले में से यादृच्छया एक नीली गेंद निकालने की प्रायिकता, एक लाल गेंद के निकालने की प्रायिकता का तीन गुना है, तो थैले में नीली गेंदों की संख्या ज्ञात कीजिए।
25. दो विभिन्न पासों को एक साथ उछाला गया। इन पर आने वाली संख्याओं का योगफल 5 से कम होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
26. किसी यादृच्छया लिए गए वर्ष के नवम्बर मास में 5 रविवार होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
27. तीन बच्चों वाले एक परिवार में, कम से कम दो लड़के होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
28. दो पासे एक साथ उछाले गए। दोनों पासों पर भिन्न-भिन्न संख्याएँ आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
29. संख्याओं $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ में से एक संख्या x यादृच्छया चुनी गई। $x^2 \leq 4$ की प्रायिकता क्या है?

लघु उत्तरीय प्रश्न - II

30. संख्या 1, 2, 3 से यादृच्छया रूप से एक संख्या x का चयन किया जाता है। संख्या 1, 4, 9 से यादृच्छिक रूप से एक अन्य संख्या y का चयन किया जाता है। x और y का गुणनफल 9 से कम होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
31. दो पासे एक ही समय में फेंके जाते हैं। दो पासों पर संख्याओं का अंतर 2 होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
32. 0 और 100 के बीच एक पूर्णांक चुना जाता है। क्या संभावना है कि यह (i) 7 से विभाज्य है? (ii) 7 से विभाज्य नहीं है?
33. दो पासों को एक साथ फेंका जाता है।
(a) इन दो पासों पर आई संख्याओं का गुणनफल 12 हो, इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
(b) प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि संख्याओं का योग ज्यादा से ज्यादा 5 हो।
34. 2 से 101 तक संख्या वाले 34 पत्ते एक बॉक्स में रखे गए हैं। एक पत्ता यादृच्छिक रूप से चुना जाता है। पत्ते के (i) एक सम संख्या (ii) एक वर्ग संख्या होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
35. एक लाटरी में 10 इनाम और 25 खाली हैं। इनाम जीतने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। इस घटना के लिए $P(E) + P(\bar{E}) = 1$ की जाँच कीजिए। (CBSE 2020)
36. किसी खेल की जीतने की प्रायिकता $\frac{x}{12}$ है। यदि इसे हारने की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

37. एक बक्से में कुछ कार्ड जिन पर क्रमशः संख्याएं 3, 4, 5,, 50 अंकित हैं। बाक्स में से एक कार्ड यादृच्छया निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि इस पर ऐसी संख्या है जो
(i) 7 से विभाजित होती है (ii) दो अंकों वाली संख्या है
38. एक थैले में 5 सफेद गेंदे, 7 लाल गेंदे, 4 काली गेंदे तथा 2 नीली गेंदे हैं। थैले में से एक गेंद यादृच्छया निकालने पर प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह गेंद
(i) सफेद या नीली है। (ii) लाल या काली है।
(iii) सफेद नहीं है। (iv) न सफेद तथा न काली है।

39. 52 पत्तों वाली ताश की गड्डी में से ईंट के बादशाह, बेगम तथा गुलाम निकाल दिये जाते हैं। शेष पत्तों में से एक पत्ता निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि निकला पत्ता
- (i) ईंट का होगा। (ii) गुलाम का होगा।
40. 400 अंडों में से एक खराब अंडा निकालने की प्रायिकता 0.035 है। खराब अंडों की संख्या ज्ञात कीजिए। एक ठीक अंडा निकालने की प्रायिकता भी ज्ञात कीजिए।
41. किसी मेले में एक खेल की स्टॉल पर एक डिब्बे में कुछ परचियाँ रखी हैं जिन पर 3,3,5,7,7,7,9,9,9,11 लिखा है। एक व्यक्ति तब जीतता है यदि पर्ची पर संख्याओं का माध्य लिखा हो। उसके न जीतने की प्रायिकता क्या होगी?
42. एक बाक्स में 90 डिस्क हैं जिन पर 1 से 90 तक की संख्याएं अंकित हैं। इस बाक्स में से एक डिस्क यादृच्छया निकाली जाती है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि इस पर जो संख्या अंकित होगी वह
- (i) दो अंको की संख्या होगी। (ii) एक पूर्ण वर्ग संख्या होगी।
- (iii) 5 से विभाजित होगी।
43. ताश की अच्छी तरह से फेंटी गई गड्डी में से एक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह पत्ता
- (i) हुकुम का है या इक्का है। (ii) एक लाल बादशाह है।
- (iii) न बादशाह तथा न बेगम। (iv) या तो एक बादशाह या एक बेगम।
44. ताश की अच्छी तरह फेंटी गई गड्डी से एक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है उसके
- (i) चित्र पत्ता। (ii) लालरंग का चित्रपत्ता।
- (iii) काले रंग का चित्रपत्ता होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
45. रमेश को 24000 रुपये त्यौहार के बोनस के रूप में मिले। उसने 5000 रुपये मंदिर को, 12000 रुपये अपनी पत्नी को, 2000 रुपये अपने नौकर को और शेष राशि अपनी बेटी को दे दी।
- (i) पत्नी को प्राप्त राशि की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
- (ii) नौकर को प्राप्त राशि की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

- (iii) बेटी को प्राप्त राशि की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
46. एक हास्टल में 240 विद्यार्थी रहते हैं। जिसमें 50% प्रातःकाल योग क्लास जाते हैं, 25% जिम क्लब तथा 15% मार्निंग वाक को जाते हैं। शेष विद्यार्थी लाफिंग क्लब से जुड़े हैं। लाफिंग क्लब से जुड़े विद्यार्थियों की प्रायिकता क्या होगी?
47. एक बक्से में कुछ कार्ड हैं जिन पर संख्याएँ 11 से 123 लिखे हैं। इस बक्से में से एक कार्ड यादृच्छया निकाला गया। क्या प्रायिकता है कि जो कार्ड निकाला गया उस पर
(i) वर्ग संख्या है। (ii) 7 का गुणज है।
48. एक पासे को दो बारा उछाला गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि
(i) कम से कम एक पासे पर 5 का एक बार आए।
(ii) 5 एक बार भी नहीं आए।
49. एक बक्से में कुछ कार्ड हैं जिन पर क्रमशः संख्याएँ 1, 3, 5 49 अंकित है। बाक्स में से एक कार्ड यादृच्छया निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि इस पर ऐसी संख्या है जो:
(i) उसे 3 से विभाजित होगी।
(ii) एक भाज्य संख्या है।
(iii) पूर्ण वर्ग नहीं है।
(iv) 3 और 5 के गुणज है। (CBSE 2017)
50. एक बच्चे के खेल में 8 त्रिभुज होते हैं जिनमें से 3 नीले और शेष लाल हैं, और 10 वर्ग जिनमें से 6 नीले हैं और शेष लाल हैं। एक टुकड़ा यादृच्छता खो जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह एक
(i) त्रिभुज
(ii) वर्ग
(iii) नीले रंग का वर्ग
(iv) लाल रंग का त्रिभुज है
51. एक बैग में 24 गेंदें हैं जिनमें से x लाल, $2x$ सफेद और $3x$ नीली हैं। यादृच्छिक रूप से एक गेंद का चयन किया जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि यह (i) लाल न हो? (ii) सफेद हो?

उत्तर और संकेत

1. (a) 0, 1 (b) 0 (c) 1, निश्चित घटना
 (d) 1 (e) 1 (f) $\frac{5}{9}$
 (g) 4 (h) 36
2. (a) असत्य, $(0 \leq P(A) \leq 1)$ (b) असत्य, $(0 \leq P(A) \leq 1)$
3. (i) (c) (ii) (c) (iii) (a) (होने की संभावना बहुत कम हैं)
 (iv) B (अभाज्य संख्या 2, 3, 5, 7) (v) (a)
 (vi) (a)
 (vii) (b) (तस्वीर कार्ड = 12, शेष कार्ड = 40)
4. (i) (a)
 (ii) $x = 8$
 (iii) (d) (प्रायिकता $\frac{1}{5}$)
 (iv) (a) (कुल सप्ताह हैं 52, शेष दिन = 1
 संभावित परिणाम = {रविवार, सोमवार, मंगलवार, बुधवार, वीरवार, शुक्रवार, शनिवार})
 (v) (c)
 (vi) (d) (स्वर A, A, E, I)
 (vii) (d)
5. कुल पत्ते = 52
 इक्कों की संख्या = 4
 बादशाहों की संख्या = 4
 $P(\text{न ही इक्का न ही बादशाह}) = \frac{44}{52} = \frac{11}{13}$
6. $P(\text{बल्ब खराब नहीं है}) = 1 - \frac{35}{250} = \frac{43}{50}$
7. कुल परिणाम = $3 + 4 = 7$
 $P(\text{घटना घटने की}) = \frac{4}{7}$
8. $P(\text{अभाज्य संख्या}) = 0$
9. तस्वीर वाले पत्तों की संख्या = 12
 $P(\text{तस्वीर वाले पत्ते}) = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$

10. $P(\text{ईनाम जीतने की}) = \frac{5}{1000} = 0.005$

11. कुल काले बादशाह = 2

$$\therefore P(\text{काले बादशाह}) = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$$

12. कुल परिणाम: 1, 2, 3, 4, 5, 6

पूर्ण वर्ग: 1, 4

$$P(\text{पूर्ण वर्ग}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

13. कुल परिणाम = 36

संभावित परिणाम: (4,6) (5,5) (6,4) (5,6) (6,5), (6, 6)

$$P(\text{संख्याओं का योग} \geq 10) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

14. 7 के गुणज 7, 14, 21, 28, 35

$$P(7 \text{ के गुणज}) = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$$

15. प्रायिकता = $\frac{5}{36}$

16. प्रायिकता = $\frac{21}{26}$

17. $1 - 0.07 = 0.93$

18. $(a + b)^2 = 25$

19. (i) समान संख्या वाले परिणाम: (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)

$$\text{प्रायिकता} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

(ii) योग 10 वाले परिणाम: (4,6), (5,5), (6,4)

$$\text{प्रायिकता} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

$$20. \frac{x+6}{18} = 2\left(\frac{x}{12}\right)$$

$$\Rightarrow x = 3$$

21. 1 से 100 के बीच के कुल परिणाम = 98

(i) 8 से विभाजित संख्याएँ: - 8, 16, 24, ..., 96

अनुकूल परिणाम = 12

$$\text{प्रायिकता} = \frac{12}{98} = \frac{6}{49}$$

(ii) P (8 से विभाजित न होने की) = $1 - \frac{6}{49} = \frac{43}{49}$

22. कुल परिणाम: HHH, TTT, HTT, THT, TTH, THH, HTH, HHT

(i) P (सिर्फ और सिर्फ 2 चित्त) = $\frac{3}{8}$

(ii) P (2 या 2 से ज्यादा चित्त) = $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

23. कुल कार्ड = 20

अभाज्य संख्याएँ = 11, 13, 17, 19, 23, 29

$$\text{प्रायिकता} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

24. माना नीली गेंदों की संख्या = x

कुल गेंदे = $(5 + x)$

P (नीली गेंद) = $3 \times P$ (लाल गेंद)

$$\frac{x}{5+x} = 3 \times \left(\frac{5}{5+x}\right)$$

$$\Rightarrow \text{क } x = 15$$

25. अनुकूल परिणाम: (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 1)

$$\text{प्रायिकता} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

26. नवम्बर मास में कुल दिनों की संख्या = 30

अर्थात् 4 पूर्ण सप्ताह और 2 दिन

$$\text{प्रायिकता} = \frac{2}{7}$$

27. प्रायिकता = $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

28. प्रायिकता = $\frac{30}{36} = \frac{5}{6}$

29. अनुकूल परिणाम: -2, -1, 0, 1, 2

$$\text{प्रायिकता} = \frac{5}{7}$$

30. कुल परिणाम (1,1), (1,4), (1,9), (2,1), (2,4)
(2,9), (3,1), (3,4), (3,9)

अनुकूल परिणाम $xy < 9$

(1,1), (1,4), (2,1), (2,4), (3,1)

$$\text{प्रायिकता} = \frac{5}{9}$$

31. कुल परिणाम = 36

(a) अनुकूल परिणाम (1,3), (2,4), (3,1), (3,5), (4,2), (4,6) (5,3), (6,4)

$$\text{प्रायिकता} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

(b) अनुकूल परिणाम (3,6), (4,5), (5,4), (6,3), (5,6), (6,5)

$$\text{प्रायिकता} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

32. कुल पूर्णांक = 101

अनुकूल परिणाम = 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98

$$\text{प्रायिकता} = \frac{14}{101}$$

33. कुल परिणाम = 36

(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)

(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)

(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6)

(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6)

(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)
 (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)
 अनुकूल परिणाम (2,6), (3,4), (4,3), (6,2)

$$\text{प्रायिकता} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

(b) अनुकूल परिणाम (योग ≤ 5)

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (4, 1)

$$\text{प्रायिकता} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

34. (i) कुल कार्ड = $101 - 2 + 1 = 100$, सम संख्याएँ = 2, 4, ..., 100 = 50

$$\text{प्रायिकता} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

(ii) पूर्ण वर्ग = 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100

$$\text{प्रायिकता} = \frac{09}{100} = 0.09$$

35. कुल टिकट = 35

$$P(E) : P(\text{जीतने की}) = \frac{10}{35} = \frac{2}{7}$$

$$P(\bar{E}) : P(\text{न जीतने की}) = \frac{25}{35} = \frac{5}{7}$$

$$P(E) + P(\bar{E}) = \frac{2}{7} + \frac{5}{7} = \frac{7}{7} = 1$$

36. $P(\text{जीतने की}) + P(\text{हारने की}) = 1$

$$\frac{x}{12} + \frac{1}{3} = 1 \Rightarrow x = 8$$

37. कुल कार्ड = $50 - 3 + 1 = 48$

(i) 7 से विभाजित होने वाली संख्याएँ: 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49

$$\text{प्रायिकता} = \frac{7}{48}$$

(ii) दो अंकों वाली संख्याएँ: 10, 11, 12, ..., 50

अनुकूल परिणामों की संख्या = $50 - 10 + 1 = 41$

$$\text{प्रायिकता} = \frac{41}{48}$$

$$38. \quad (i) \frac{5+2}{18} = \frac{7}{18} \quad (ii) \frac{7+4}{18} = \frac{11}{18} \quad (iii) \frac{7+4+2}{18} = \frac{13}{18}$$

$$(iv) \frac{7+2}{18} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$$

$$39. \quad (i) \text{ शेष कुल पत्ते} = 52 - 3 = 49$$

$$\text{शेष ईट के पत्ते} = 13 - 3 = 10$$

$$\text{प्रायिकता} = \frac{10}{49}$$

$$(ii) P(\text{गुलाम का पत्ता}) = \frac{3}{49} \text{ (1 गुलाम हटाने पर)}$$

$$40. \quad \text{कुल अंडे} = 400$$

$$P(\text{खराब अंडे}) = 0.035$$

$$\text{माना खराब अंडों की संख्या} = x$$

$$\frac{x}{400} = 0.035$$

$$x = 400 \times 0.035$$

$$x = 14$$

$$P(\text{ठीक अंडे}) = 1 - 0.035 \\ = 0.965$$

$$41. \quad \text{माध्य} = \frac{3+3+5+7+7+7+9+9+9+11}{10} = \frac{70}{10} = 7$$

$$P(\text{हारने की}) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

$$42. \quad \text{कुल संख्या} = 90$$

$$(1) \quad \text{दो अंको वाली संख्या: } 10, 11, 12 \dots\dots\dots, 90$$

$$\text{अनुकूल परिणामों की संख्या} = 90 - 10 + 1 = 81$$

$$\text{प्रायिकता} = \frac{81}{90} = \frac{9}{10}$$

$$(2) \quad \text{पूर्ण वर्ग संख्या: } 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81$$

$$\text{प्रायिकता} = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$$

$$(3) \quad 5 \text{ से विभाजित होने वाली संख्या: } 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90$$

$$\text{प्रायिकता} = \frac{18}{90} = \frac{1}{5}$$

$$43. \text{ (i) } P(\text{हुकुम या इक्का}) = \frac{13+3}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$$

$$\text{(ii) } P(\text{लाल बादशाह}) = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$$

$$\text{(iii) } P(\text{न ही बादशाह न ही बेगम}) = 1 - \frac{8}{52} = 1 - \frac{2}{13} = \frac{11}{13}$$

$$\text{(iv) } P(\text{बादशाह या बेगम}) = \frac{8}{52} = \frac{2}{13}$$

$$44. \text{ (i) } \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$$

$$\text{(ii) } \frac{6}{52} = \frac{3}{26}$$

$$\text{(iii) } \frac{6}{52} = \frac{3}{26}$$

$$45. \text{ (i) } P(\text{पत्नी को प्राप्त राशि}) = \frac{12000}{24000} = \frac{1}{2}$$

$$\text{(ii) } P(\text{नौकर को प्राप्त राशि}) = \frac{2000}{24000} = \frac{1}{12}$$

$$\text{(iii) } P(\text{बेटी को प्राप्त राशि}) = \frac{5000}{24000} = \frac{5}{42}$$

46. 10% विद्यार्थी लाफिंग क्लब से जुड़े

$$\text{प्रायिकता} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

47. कुल कार्ड = 123 - 11 + 1 = 113

(i) वर्ग संख्या: 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121

$$\text{प्रायिकता} = \frac{8}{113}$$

(ii) 7 के गुणज: 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98, 105, 112, 119

$$\text{प्रायिकता} = \frac{16}{113}$$

48. कुल परिणाम = 36

$$\text{(i) } P(\text{कम से कम एक बार 5 आए}) = \frac{11}{36}$$

(अनुकूल परिणाम: (1,5), (2,5), (3,5), (4,5), (5,5), (6,5), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,6))

$$(ii) P(\text{एक बार भी 5 ना आए}) = 1 - \frac{11}{36} = \frac{25}{36}$$

49. कुल परिणाम = 25 (1, 3, 4, ..., 49)

(i) 3 से विभाजित संख्याएँ: 3, 9, 15, 21, 27, 33, 39, 45

$$\text{प्रायिकता} = \frac{8}{25}$$

(ii) भाज्य संख्याएँ:

9, 15, 21, 25, 27, 33, 35, 39, 45, 49

$$\text{प्रायिकता} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$$

(iii) P(पूर्ण वर्ग न होने की)

$$= 1 - P(\text{पूर्ण वर्ग संख्या}) \quad [\text{पूर्ण वर्ग संख्या: 1, 9, 25, 49}]$$

$$= 1 - \frac{4}{25} = \frac{21}{25}$$

(iv) 3 और 5 के गुणज

$$\Rightarrow 15 \text{ के गुणज} = 15, 45$$

$$\text{प्रायिकता} = \frac{2}{25}$$

50. (i) $\frac{8}{18} = \frac{4}{9}$

(ii) $\frac{10}{18} = \frac{5}{9}$

(iii) $\frac{6}{18} = \frac{1}{3}$

(iv) $\frac{5}{18}$

51. (a) $P(\text{लाल गेंद}) = \frac{20}{24} = \frac{5}{6}$

(b) $P(\text{सफेद गेंद}) = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$

प्रायिकता

समय : 45 मिनट

अंक : 20

खण्ड-अ

- जब एक पासे को एक बार फेंका जाता है, तो 3 से कम एक विषम संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता— 1
(a) $1/6$ (b) $1/3$
(c) $1/2$ (d) 0
- एक थैले में 5 लाल, 8 हरी और 7 सफेद गेंदें हैं। बैग में से एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती है, न तो हरी गेंद और न ही लाल गेंद मिलने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 1
- 52 कार्डों के अच्छी तरह से फेंटे गए पैक में से एक कार्ड यादृच्छया निकाला जाता है। एक गैर-फेस कार्ड प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 1
- कार्डों पर 5, 6, 7, 50 की संख्या अंकित होती है और उन्हें बॉक्स में रखा जाता है और अच्छी तरह मिलाया जाता है। बॉक्स में से एक कार्ड यादृच्छया निकाला जाता है। दो अंकों की संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता क्या है? 1

SECTION-B

- 26 अक्षरों से यादृच्छिक रूप से एक अक्षर चुना जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि चुना गया अक्षर 'ASSASSINATION' शब्द से हो। 2
- एक बॉक्स में 400 बल्बों में से 15 बल्ब खराब हैं। बॉक्स से यादृच्छिक रूप से एक बल्ब निकाला जाता है। निकले गए बल्ब के खराब न होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 2
- एक लीप वर्ष में 53 शुक्रवार या 53 शनिवार आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 2

SECTION - C

- दक्ष और मोक्ष मित्र हैं। क्या प्रायिकता है कि दोनों के (i) अलग-अलग जन्मदिन होंगे? (ii) एक दिन ही जन्मदिन होंगे? (एक लीप वर्ष की अनदेखी)। 3
- दो पासे एक साथ फेंके जाते हैं। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि दो संख्याओं का योग 4 का गुणज होगा। 3

SECTION - D

10. पाँच पत्ते—ईट के दस, गुलाम, बेगम, बादशाह और इक्का, अच्छी तरह से फेरबदल किए गए 52 ताश के पत्तों से हटा दिए जाते हैं। फिर एक पत्ता यादृच्छिक रूप से उठाया जाता है। प्राप्त करने की प्रायिकता पाएँ।
- (a) न तो पान का पत्ता और न ही बादशाह हो
 - (b) या तो पान या ईट का पत्ता हो
 - (c) न तो लाल पत्ता और न ही बेगम का पत्ता हो
 - (d) एक काला पत्ता या एक इक्का हो

4

स्थिति पर आधारित प्रश्न
CASE STUDY BASED QUESTIONS

वास्तविक संख्या



1. स्वास्थ्य जांच शिविर के दौरान तीन तरह के मरीजों ने अपना पंजीकरण कराया। 60 जोड़ों की समस्या से पीड़ित थे, 84 किसी प्रकार के बुखार से पीड़ित थे और 108 मधुमेह के रोगी थे। आयोजक इस कैंप के लिए डॉक्टरों को बुलाना चाहते हैं।
- (i) यदि प्रत्येक डॉक्टर प्रत्येक प्रकार की समस्या के रोगियों की समान संख्या का उपचार करता है, तो अधिकतम कितने डॉक्टरों की आवश्यकता होगी?
(a) 64 (b) 14 (c) 16 (d) 12
- (ii) प्रत्येक डॉक्टर कितने मरीजों का इलाज करेगा?
(a) 7 (b) 12 (c) 21 (d) 9
- (iii) दिन के अंत में जब कुल गिनती की गई तो जोड़ों की समस्याओं वाले रोगियों की संख्या 48 थी, बुखार से पीड़ित 60 और मधुमेह के रोगियों की संख्या 72 थी। प्रत्येक डॉक्टर ने कितने रोगियों का इलाज किया?
- (iv) यदि महत्तम समापवर्तक $(48, 60, 72) = 7m - 2$, m का मान क्या है?

2. दीपिका अपनी जन्मदिन पार्टी का आयोजन करना चाहती हैं। वह अपने जन्मदिन पर खुश थी। वह स्वास्थ्य के प्रति बहुत जागरुक है, इसलिए उसने केवल फल बांटने का फैसला किया। वह मेहमानों के बीच फल बांटना चाहती है। उसके पास घर पर 36 सेब और 60 केले हैं और उसने उन्हें बांटने का फैसला किया। वह मेहमानों के बीच भेदभाव नहीं करना चाहती इसलिए उसने सभी के बीच समान रूप से फल बांटने का फैसला किया।



- (i) दीपिका अधिकतम कितने मेहमानों को आमंत्रित कर सकती हैं?
(a) 6 (b) 12 (c) 18 (d) 24
- (ii) प्रत्येक अतिथि को कितने सेब और केले मिलेंगे?
(ए) 3 सेब और 5 केले (बी) 5 सेब और 3 केले
(सी) 2 सेब और 4 केले (डी) 4 सेब और 2 केले
- (iii) दीपिका ने 42 आम भी जोड़ने का फैसला किया। ऐसे में दीपिका अधिकतम कितने मेहमानों को आमंत्रित कर सकती है?
- (iv) अब प्रत्येक अतिथि को कुल कितने फल मिलेंगे?

बहुपद

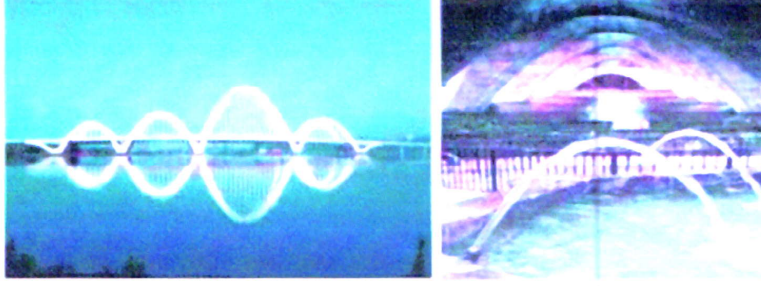
3. राधा ने दिवाली के मौके पर अपने घर के दरवाजे को मालाओं से सजाया। प्रत्येक माला एक परवलय का आकार बनाती है।



- (i) मान लीजिए दिए गए वक्र के लिए द्विघात बहुपद $ax^2 + bx + c$, है, तो 'a' हमेशा होता है।
- (a) >0 (b) <0
(c) ≥ 0 (d) ≤ 0
- (ii) द्विघात बहुपद, जिसके शून्यकों का योग और गुणफल क्रमशः -1 और -2 है, वह निम्न में से कौन-सा है।
- (a) $x^2 + x + 2$ (b) $x^2 - x - 2$
(c) $x^2 + x - 2$ (d) $x^2 - x + 2$
- (iii) 'k' के किस मान के लिए -1 द्विघात बहुपद $(k-2)x^2 - 2x - 5$ के शून्यकों में से एक है।
- (iv) यदि α, β बहुपद $f(x) = x^2 - 7x + 12$ के शून्यक हैं, तो $1/\alpha + 1/\beta$ का मान ज्ञात कीजिए।

बहुपद

4. नीचे दी गई तस्वीर परवल्यिक आकार के कुछ प्राकृतिक उदाहरण हैं जिन्हें एक द्विघात बहुपद द्वारा दर्शाया गया है। एक परवल्यिक मेहराब एक परवलय के आकार में एक मेहराब है। संरचनाओं में, उनका वक्र भार की एक कुशल विधि का प्रतिनिधित्व करता है, और इसलिए पुलों और वास्तुकला में विभिन्न रूपों में पाया जा सकता है।



- (i) द्विघात बहुपद के मानक रूप में $ax^2 + bx + c$, a , b और c हैं
- (a) सभी तर्क संगत संख्याएं हैं
(b) सभी वास्तविक संख्याएँ हैं
(c) 'a' एक गैर-शून्य वास्तविक संख्या है और b , c कोई वास्तविक संख्या है।
(d) सभी पूर्णांक हैं।
- (ii) एक द्विघात बहुपद जिसके शून्यक -4 और -5 हैं, वह
- (a) $x^2 - 9x - 20$ (c) $x^2 + 9x - 20$
(b) $x^2 - 9x + 20$ (d) $x^2 + 9x + 20$
- (iii) यदि α और $1/\alpha$ द्विघात बहुपद $2x^2 - 8x + k$ के शून्यक हैं, तो 'k' ज्ञात कीजिए।
- (iv) एक द्विघात बहुपद बनाइए जिसका शून्यकों का योग ' $-p$ ' हो और शून्यकों का गुणनफल ' $-1/p$ '.

दो चरों में रैखिक समीकरणों का युग्म

5. एक परिवार में पानी की खपत को दो भागों में बांटा गया है; एक निश्चित खपत है जिसका उपयोग विभिन्न गतिविधियों जैसे सफाई, धुलाई आदि के लिए किया जाता है और दूसरा व्यक्तिगत उपभोग द्वारा खपत है। 6 व्यक्तियों के परिवार के लिए 445 घन इकाई पानी की आवश्यकता होती है और 8 सदस्यों के परिवार के लिए 575 घन इकाई पानी की आवश्यकता होती है। उपरोक्त स्थिति के लिए रैखिक समीकरणों का एक युग्म बनाइए।



- (i) व्यक्तिगत और निश्चित खपत क्या है?
(a) 55, 65 (b) 65, 55
(c) 55, 55 (d) 65, 65
- (ii) यदि हम समीकरणों के युग्म का आलेख खींचते हैं तो y -अक्ष से प्रतिच्छेदन बिंदू की दूरी क्या है?
(a) 55 (b) 65
(d) 45 (d) 50
- (iii) चार सदस्यों वाले परिवार के कुल उपभोग के लिए एक रैखिक समीकरण बनाइए।
- (iv) 5 सदस्यों के परिवार के लिए कितना पानी चाहिए?

दो चरों में रैखिक समीकरणों का युग्म

6. एक किताब की दुकान का दुकानदार पढ़ने के लिए किराए पर किताबें देता है। उनके स्टोर में फिक्शन, स्टोरी बुक्स, क्विज बुक्स आदि से संबंधित कोई तरह की किताबें हैं। वह पहले दो दिनों के लिए एक निश्चित चार्ज और उसके बाद प्रत्येक दिन के लिए एक अतिरिक्त चार्ज लेते हैं। आयुष ने एक किताब के लिए ₹ 22 का भुगतान किया और छह दिनों के लिए रखा, जबकि सोनाली ने ₹ 22 का भुगतान किया जब उसने चार दिनों तक एक किताब रखी। मान लीजिए कि नियत प्रभार को ₹ x द्वारा दर्शाया जाता है और प्रत्येक अतिरिक्त दिन के लिए प्रभार को ₹ y द्वारा दर्शाया जाता है, तो



- (i) सोनाली द्वारा भुगतान की गई राशि की स्थिति को बीजगणितीय रूप से दर्शाया गया है:
- (a) $x - 4y = 16$ (b) $x + 4y = 16$
(c) $x - 2y = 16$ (d) $x + 2y = 16$
- (ii) आयुष द्वारा भुगतान की गई राशि की स्थिति को बीजगणितीय रूप से दर्शाया गया है:
- (a) $x - 2y = 11$ (b) $x - 2y = 22$
(c) $x + 4y = 22$ (d) $x - 4y = 22$
- (iii) प्रत्येक दिन के लिए निर्धारित शुल्क और अतिरिक्त शुल्क क्या हैं?
- (iv) आयुष और सोनाली दोनों द्वारा भुगतान की गई कुल राशि कितनी है, यदि उन दोनों ने दो और दिनों के लिए किताबें रखी हैं?

द्विविघात समीकरण

7. निखिल और निहारिका बहुत करीबी दोस्त हैं। दोनों परिवार अपनी-अपनी कारों में पिकनिक मनाने के लिए पालमपूर जाने का फैसला करते हैं। निहारिका की कार, निखिल की कार से 5 किमी/घंटा अधिक चलती है। निखिल की कार 400 किमी की दूरी तय करने में निहारिका की कार से 4 घंटे अधिक समय लेती है। मान लीजिए कि निखिल कार 'y' किमी/घंटा की गति से यात्रा कर रही थी।



- (i) निहारिका की कार दो घंटे में कितनी दूरी तय करेगी?
- (a) $2(y + 5)$ किमी (b) $(y - 5)$ किमी
(c) $2(y + 10)$ किमी (d) $(2y + 5)$ किमी
- (ii) निम्नलिखित में से कौनसा द्विविघात समीकरण निखिल की कार की गति का वर्णन करता है?
- (a) $y^2 - 5y - 500 = 0$ (b) $y^2 + 4y - 400 = 0$
(c) $y^2 + 5y - 500 = 0$ (d) $y^2 - 4y + 400 = 0$
- (iii) निखिल की कार की गति क्या है?
- (iv) निहारिका के परिवार को यात्रा पूरी करने में कितना समय लगा?

द्विविघात समीकरण

8. एक किसान अपने घर के बगीचे में अपनी भेड़ों के लिए एक आयताकार बाड़ा बनाना चाहता है। बाड़ा बनाने के लिए किसान तीन ओर लकड़ी की बाड़ लगाने की योजना बनाता है। उसके पास तीन तरफ से बाड़ लगाने के लिए 60 मीटर लकड़ी है और दूसरी तरफ ईंट की दीवार है।



- (i) यदि चौड़ाई x हो तो बाड़े की लंबाई क्या होगी?
(a) $60 - 2x$ (b) $2x + 6$
(c) $6x + 20$ (d) $20 - 6x$
- (ii) दी गई स्थिति में बाड़े का क्षेत्रफल जैसा कि (i) में परिकल्पित है
(a) $60x^2 - 2x$ (b) $60x + 2x^2$
(c) $6x - 20x^2$ (d) $60x - 2x^2$
- (iii) यदि बाड़े का क्षेत्रफल 250 है, तो क्या द्विविघात समीकरण होगा?
- (iv) यदि बाड़े का क्षेत्रफल 400 है, तो संभावित चौड़ाई क्या हो सकती है?

समांतर श्रेणी

9. दुनिया भर में बढ़ती मांग और आपूर्ति के दबाव के साथ भारत, जनशक्ति की लागत और मजबूत इंजीनियरिंग क्षमताओं के कारण एक प्रतिस्पर्धी विनिर्माण स्थान के रूप में उभरा है। एक कारखाने में उत्पादन हर साल एक निश्चित संख्या में समान रूप में बढ़ता है। यदि कारखाने में उत्पादन पांचवें वर्ष में 4100 इकाई था जो कि 10 वें वर्ष में बढ़कर 7600 इकाई हो गया। दिए गए डेटा के साथ निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दें:



- (i) पहले वर्ष के दौरान उत्पादन का पता लगाएं।
- (a) 500 इकाइयां
(b) 400 इकाइयां
(c) 300 इकाइयां
(d) 700 इकाइयां
- (ii) 9 वें और 7वें वर्ष के दौरान उत्पादन में अंतर ज्ञात कीजिए।
- (a) 700 इकाइयां
(b) 1400 इकाइयां
(c) 350 इकाइयां
(d) 2100 इकाइयां
- (iii) किसी विशेष वर्ष के दौरान उत्पादित इकाइयों की संख्या का सामान्य पद ज्ञात कीजिए।
- (iv) चौथे वर्ष से दसवें वर्ष तक उत्पादित इकाइयों की कुल संख्या की गणना कीजिए।

10. जैसा कि हम जानते हैं कि पेड़ या पौधे को उगने के लिए सूरज की रोशनी के साथ मिट्टी और पानी दोनों की जरूरत होता है। इसकी पत्तियों को हरा और फल लगने के लिए इसे पानी और सूर्य दोनों से आवश्यक पोषण मिलता है। लोगों के एक समूह ने निकटतम पेड़ से 15 मीटर की दूरी पर पानी की टंकी के साथ एक पंक्ति में 10 मीटर की समान दूरी पर 20 पेड़ लगाए। हर दिन समूह का एक सदस्य पानी की टंकी से शुरू करके सभी पेड़ों को अलग-अलग पानी देता है और अगले पेड़ के लिए पानी लेने के लिए प्रत्येक पेड़ को पानी देने के बाद वापस टैंक तक लौटता है।



- (i) सदस्य द्वारा निकटतम पेड़ को पानी देने और टैंक तक वापस जाने की दूरी है:
- (a) 15 (b) 30 मी
(c) 7.5m (d) 40m
- (ii) उपरोक्त स्थिति में इस प्रकार गठित प्रगति है:
- (a) 15,25,35,45....
(b) 30,40,50,60.....
(c) 30,50,70,90.....
(d) 15,35,55,75.....
- (iii) सदस्य द्वारा आखिरी पेड़ को पानी देने के लिए तय की गई दूरी गणना कीजिए।
- (iv) सभी पेड़ों को पानी देने के लिए सदस्य द्वारा एक दिन में तय की गई कुल दूरी की गणना कीजिए।

त्रिभुज

11. बुर्ज खलीफा दुनिया का सबसे ऊँचा टॉवर है, जो दुबई, संयुक्त अरब अमीरात में स्थित है। बुर्ज खलीफा की ऊँचाई करीब 828 मीटर है। इसमें दुनिया में जनता के लिए खुला उच्च अवलोकन डेक है। डेक पर चलते हुए एक व्यक्ति ने बुर्ज खलीफा और आसपास की इमारतों की छाया को देखा। एक समय पर उसने पाया कि बुर्ज खलीफा की छाया की लंबाई 207 मीटर थी और एक इमारत A की छाया की लंबाई 46 मीटर थी। उसने सोचा कि क्या दिए गए आँकड़ों से भवन की ऊँचाई की गणना की जा सकती है। यदि आपको लगता है कि इसकी गणना की जा सकती है, तो निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दें



- (i) उस विशेषता का नाम बताएं जिसका उपयोग इमारत A की लंबाई का पता लगाने के लिए किया जा सकता है।
- (ii) उसी समय जब बुर्ज खलीफा की छाया की लंबाई 207 मीटर थी तथा इमारत B की ऊँचाई 108 मीटर है, तो इमारत B की छाया की लंबाई क्या है?
- (a) 108 मी. (b) 54 मी.
(c) 216 मी. (d) 27 मी.
- (iii) भवन A की ऊँचाई की ज्ञात कीजिए।
- (iv) बुर्ज खलीफा की छाया की लंबाई कितनी है जबकि भवन B की छाया की लंबाई 81 मीटर है?

12. हमें स्वस्थ और तनाव मुक्त रखने के लिए नियमित रूप से चलना एक अच्छी आदत है। रात के खाने के बाद, कुछ लोग सोसाइटी पार्क में टहल रहे थे। एक व्यक्ति ने लैंप पोस्ट से प्रकाश के कारण चलने वाले लोगों की गतिशील छाया को देखा और उनका अवलोकन करना शुरू कर दिया। उसने देखा कि जैसे-जैसे लोग लैंप पोस्ट से दूर जा रहे थे, छाया की लंबाई धीरे-धीरे बढ़ती जा रही थी। उसी समूह में 180 सेमी ऊँचाई की नेहा थी, जो यामिनी से बात कर रही थी और 5.4 मीटर ऊँचे लैंप पोस्ट से 0.6 मीटर प्रति सेकंड की गति से दूर जा रही थी।



- (i) नेहा 4 सेकंड के बाद लैम्पपोस्ट से कितनी दूर थी?
- (a) 240 सेमी
(b) 24 सेमी
(c) 120 सेमी
(d) 60 सेमी
- (ii) 3 सेकंड के बाद नेहा की छाया की लंबाई क्या होगी?
- (a) 0.6 मीटर
(b) 0.9 मीटर
(c) 1.08 मीटर
(d) 0.8 मी
- (iii) कितने समय बाद नेहा की छाया की लंबाई 1.8 मीटर होगी।
- (iv) एक बार यामिनी की परछाई उसकी ऊँचाई की 1.5 गुनी थी, तो ज्ञात कीजिए कि वे लैम्प पोस्ट से कितनी दूर थे?

निर्देशांक ज्यामिति

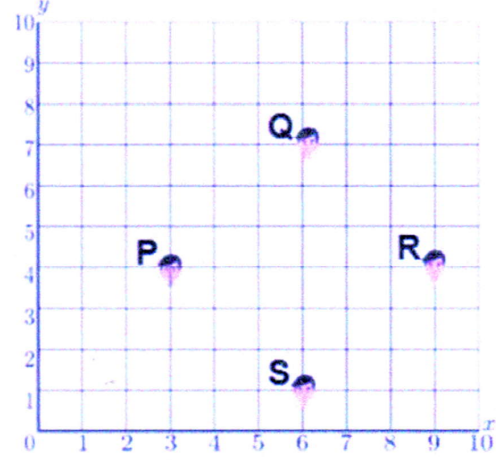
13. बिरला विज्ञान संग्रहालय देश का पहला विज्ञान और प्रौद्योगिकी संग्रहालय है, जिसकी स्थापना 1954 में हुई। इसमें विज्ञान और प्रौद्योगिकी पर प्रदर्शन होते हैं जहां आगंतुक बातचीत कर सकते हैं। विज्ञान और प्रौद्योगिकी की समझ को आसान मनोरंजक बनाने के लिए प्रदर्शनियों के साथ बिड़ला विज्ञान संग्रहालय ने बच्चों के कमरे को अलग रखा है जिसमें ग्रह और तारे छत पर चित्रित हैं। मान लीजिए कमरे में छत पर एक काल्पनिक समन्वय प्रणाली रखी गई है। छत के केन्द्र (0,0) के साथ तीन विशेष तारे S(-8, 3), (5, -10) और R(-5, -7) स्थित हैं। जहां निर्देशांक कमरे के केंद्र से मीटर में दूरी दर्शाते करते हैं।



(i) S(-8, 3) और T(5, -10) के बीच की दूरी कितनी है?	(ii) S(-8, 3) और R(-5, -7) के बीच की दूरी क्या है?
(a) $4\sqrt{29}$ m	(a) $4\sqrt{15}$ m
(b) $2\sqrt{29}$ m	(b) $\sqrt{109}$ m
(c) $13\sqrt{2}$ m	(c) $8\sqrt{15}$ m
(d) $16\sqrt{3}$ m	(d) $16\sqrt{3}$ m
(iii) कौन-सा तारा कमरे के केन्द्र से सबसे दूर है?	(iv) R(-5, -7) और T(5, -10) के बीच की दूरी क्या है?

निर्देशांक ज्यामिति

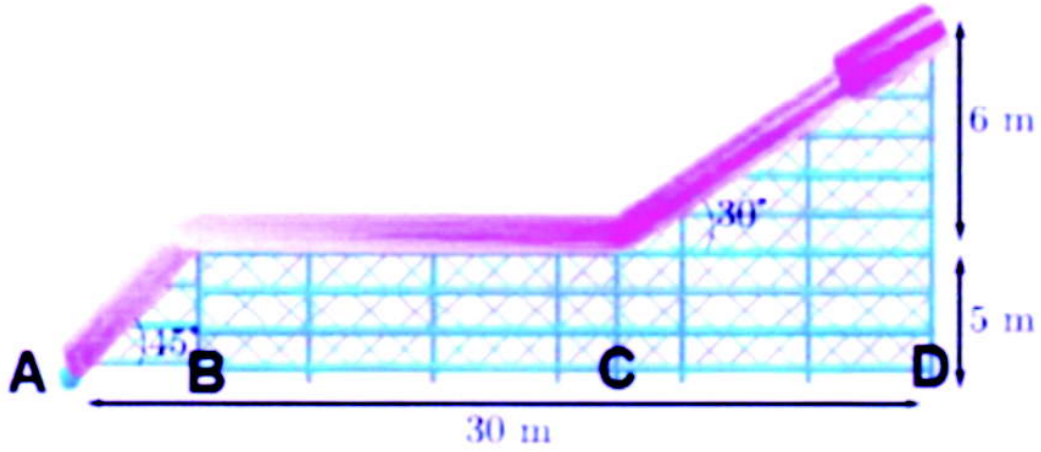
14. सुबह की सभा स्कूल के कार्यक्रम का एक अभिन्न अंग है जिसे लगभग सभी स्कूल संचालित करते हैं। सुबह की सभाएँ जिसमें प्रार्थनाएँ, नवीनतम घटनाओं की जानकारी, विचार, भाषण, राष्ट्रगान, आदि प्रेरक शामिल हैं। एक अच्छा स्कूल में हमेशा सुबह की प्रार्थना सभा का कार्यक्रम विशेष होता है। बच्चे के सर्वांगीण विकास के लिए प्रार्थना सभा महत्वपूर्ण है। यह समझना आवश्यक है कि सुबह की सभा केवल लंबी कतारों में खड़े होने और प्रार्थना या राष्ट्रगान गाने के बारे में नहीं है, यह प्रार्थनाओं से पूरे भी है। सभी गतिविधियाँ स्कूल के कर्मचारियों द्वारा सुबह की सभा में की जाती हैं और इसका छात्रा जीवन के हर बिंदु पर बहुत प्रभाव पड़ता है। स्कूल की सभाओं में भाग लेने के सकारात्मक प्रभाव जीवन में पूरे समय में महसूस किए जा सकते हैं।



(i) P और Q के बीच की दूरी क्या है?	(ii) S और Q के बीच की दूरी क्या है?
(a) 8 इकाई	(a) 8 इकाई
(b) 6 इकाई	(b) 6 इकाई
(c) $3\sqrt{3}$ इकाई	(c) $3\sqrt{3}$ इकाई
(d) $2\sqrt{3}$ इकाई	(d) $2\sqrt{3}$ इकाई
(iii) बिन्दु P और R के बीच की दूरी कितनी है?	(iv) बिन्दु R और S के बीच की दूरी कितनी है?

त्रिकोणमिति

15. वाटर स्लाइड डिजाइन: चित्र में दिखाया गया स्लाइड वाटर स्लाइड के डिजाइन का हिस्सा है।

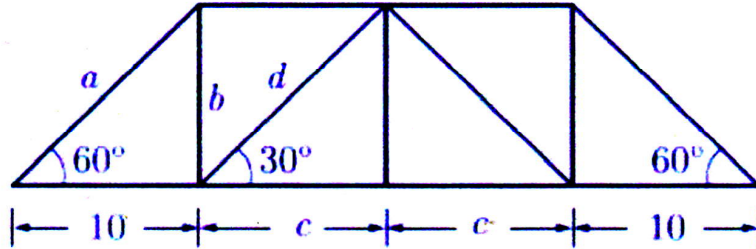


(i) स्लाइड के समतल भाग की लंबाई कितनी होती है?	(ii) स्लाइड की कुल लंबाई कितनी है?
(a) 44.69 m	(a) 5.4 m
(b) 22.16 m	(b) 21.6 m
(c) 16.34 m	(c) 33.7 m
(d) 34.18 m	(d) 42.2 m
(iii) स्लाइड की कुल तिर्यक ऊँचाई ज्ञात कीजिए।	(iv) C और D के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

त्रिकोणमिति

16. ट्रस एक संरचना है, जिसमें जुड़े हुए सभी सदस्य त्रिभुजों के रूप में इस प्रकार व्यवस्थित होते हैं ताकि सभी जुड़े हुए व्यक्ति एक ही वस्तु के रूप में व्यवहार करती है। पुलों, छतों और टावरों में ट्रस सबसे अधिक उपयोग किया जाता है।

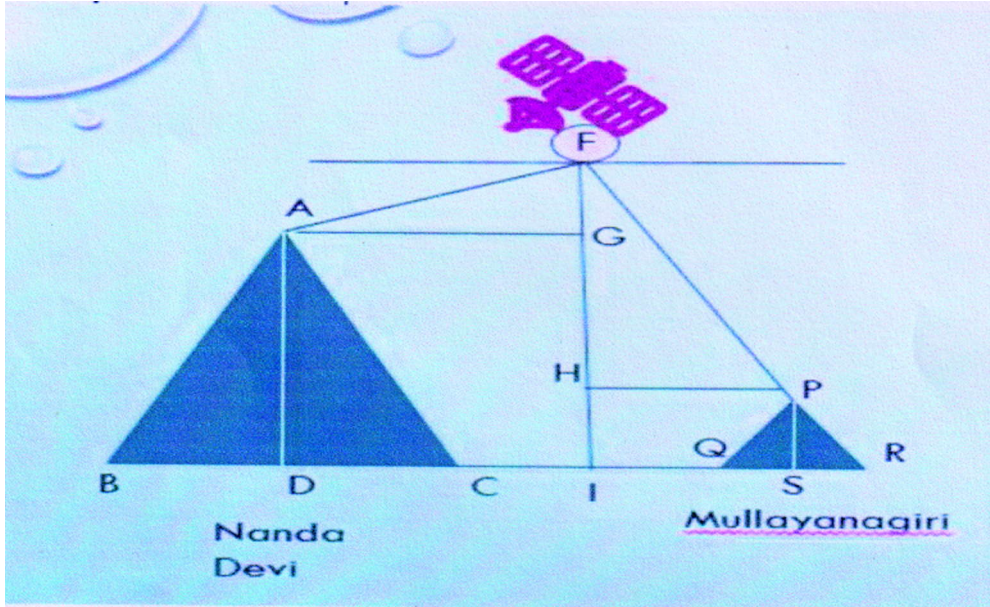
निचे दिखाए गए ट्रस के रेखा आरेख पर विचार करें और निम्नलिखित लंबाई ज्ञात करें:



(i) a की लंबाई क्या है?	(ii) b की लंबाई क्या है?
(a) 30 m	(a) 30 m
(b) 20 m	(b) 20 m
(c) 34.6 m	(c) 34.6 m
(d) 17.32 m	(d) 17.32 m
(iii) c की लंबाई ज्ञात कीजिए।	(iv) d की लंबाई ज्ञात कीजिए।

ऊँचाई और दूरी

17. h ऊँचाई पर उड़ने वाला एक उपग्रह उत्तराखण्ड और कर्नाटक के दो सबसे ऊँचे पहाड़ों की चोटी को देख रहा है। वे नंदा देवी (ऊँचाई 7,816 m) और मुल्लायनगिरी (ऊँचाई 1,930 m) हैं। उपग्रह से नंदा देवी और मुल्लायनगिरी के शीर्ष के अवनमन कोण क्रमशः 30° और 60° हैं। यदि दो पहाड़ों के बीच की दूरी 1937 किमी है और उपग्रह दो पहाड़ों के बीच की दूरी के मध्य बिंदू से लंबवत ऊपर है।



(i) नंदा देवी के शिखर से उपग्रह की दूरी है...	(ii) मुल्लायनगिरी के शीर्ष से उपग्रह की दूरी है...
(a) 1139.4 km	(a) 1139.4 km
(b) 577.52 km	(b) 577.52 km
(c) 1937 km	(c) 1937 km
(d) 1025.36 km	(d) 1025.36 km
(iii) भूमि से उपग्रह की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।	(iv) यदि राहुल नंदा देवी के आधार से 7816 m की दूरी पर खड़ा है, तो नंदा देवी के शीर्ष का उन्नयन कोण ज्ञात कीजिए।

ऊँचाई और दूरी

18. स्टैच्यू ऑफ यूनिटी: यह भारतीय राजनेता और एक स्वतंत्रा कार्यकर्ता सरदार वल्लभ भाई पटेल की एक विशाल प्रतिमा है, जो स्वतंत्रा भारत के पहले उप प्रधान मंत्री और पहले गृह मंत्री थे। भारत की 562 रियासतों को भारत का एक संघ बनाने में उनके नेतृत्व को अत्यधिक सम्मानित किया गया था। यह गुजरात राज्य में स्थित है और यह विश्व की सबसे ऊँची प्रतिमा है।

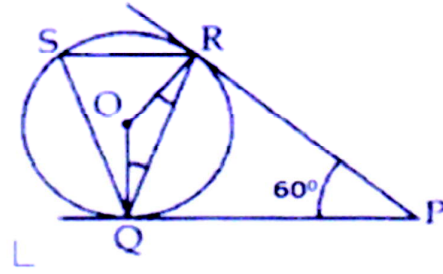
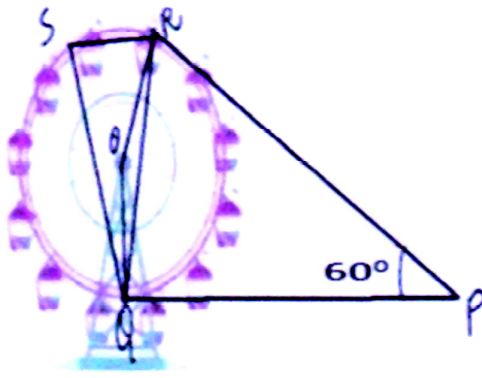


(i) एक व्यक्ति प्रतिमा के आधार के केंद्र से 120 मीटर की दूरी पर खड़ा है और प्रतिमा के शीर्ष का उन्नयन कोण 45° हैं। प्रतिमा की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।	(ii) एक व्यक्ति प्रतिमा के आधार के केंद्र से x मीटर दूर खड़ा है। मूर्ति के शीर्ष का उन्नयन कोण 30° हैं। यदि प्रतिमा की ऊँचाई 182 मीटर है तो x का मान ज्ञात कीजिए।
(a) 110 m.	(a) $182\sqrt{3}$ m
(b) 240 m	(b) $364\sqrt{3}$ m
(c) $120\sqrt{3}$ m	(c) $91\sqrt{3}$ m
(d) 120 m	(d) 107 m लगभग
(iii) प्रतिमा के शीर्ष के पास हेलीकाप्टर में एक सिपाही (प्रतिमा की ऊँचाई 182 मीटर है) मूर्ति से कुछ दूरी पर एक कार को देखता है। यदि सिपाई की दृष्टि से कार तक अवनमन कोण 60° है। प्रतिमा के आधार के केंद्र से कार कितनी दूरी पर स्थित है?	(iv) प्रतिमा के शीर्ष के पास हेलीकाप्टर में एक सिपाही (प्रतिमा की ऊँचाई 182 मीटर है) मूर्ति से कुछ दूरी पर एक कार को देखता है। यदि सिपाई की दृष्टि से कार तक अवनमन कोण 60° है। कार और हेलिकॉप्टर के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

वृत्त की स्पर्श रेखाएँ

19. एक फेरिस व्हील (या यूनाइटेड किंगडम में एक बड़ा पहिया) एक मनोरंजन की सवारी है जिसमें कई यात्री-वाहक घटकों (आमतौर पर यात्री कार, केबिन, टब, कैप्सूल, गोंडोल या पॉड्स के रूप में संदर्भित) के साथ एक घूर्णन पहिया होता है। रिम इस तरह से लगा होता है। कि जैसे ही पहिया घूमता है, आमतौर पर गुरुत्वाकर्षण द्वारा उन्हे सीधा रखा जाता है।

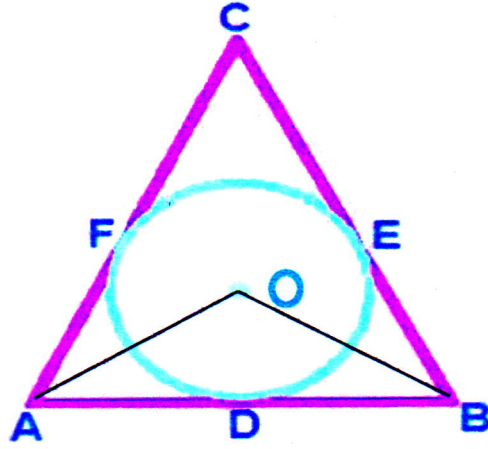
फेरिस व्हील में सवारी करने के बाद, आरती भीड़ से बाहर निकल कर अपने दोस्तों को देख रही थी जो सवारी का आनंद ले रहे थे। वह उन विभिन्न कोणों और मापों के बारे में उत्सुक थी जिनसे पहिया बनेगा। वह आकृति बनती है जैसे की नीचे दी गयी है...



- | | |
|--|--------------------------------------|
| (i) दी गई आकृति में $\angle ROQ$ ज्ञात कीजिए | (ii) $\angle RQP$ का मान ज्ञात कीजिए |
| (a) 60° | (a) 75° |
| (b) 120° | (b) 60° |
| (c) 150° | (c) 30° |
| (d) 90° | (d) 90° |
| (iii) $\angle RSQ$ का मान ज्ञात कीजिए | (iv) $\angle ORP$ का मान ज्ञात कीजिए |

वृत्त की स्पर्श रेखाएँ

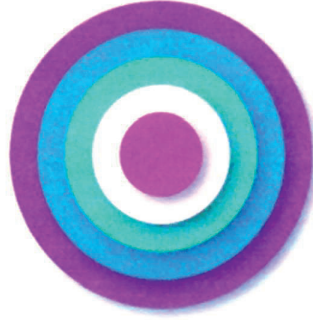
20. वरुण को उनके स्कूल द्वारा छात्रों और कर्मचारियों के लिए खेल दिवस टी-शर्ट के लिए लोगों डिजाइन करने के लिए चुना गया है। लोगों का डिजाइन चित्र में दिया गया है और वह थीम के अनुसार फॉन्ट और विभिन्न रंगों पर काम कर रहा है। दी गई आकृति में, केंद्र O वाला एक वृत्त एक त्रिभुज ABC में इस प्रकार अंकित है कि यह भुजाओं AB, BC और CA की लंबाई क्रमशः बिंदु D, E और F पर स्पर्श करता है। भुजाओं AB, BC और CA की लंबाई क्रमशः 12 सेमी, 8 सेमी और 10 सेमी है।



- (i) AF की लंबाई ज्ञात कीजिए।
(a) 7 cm
(b) 8 cm
(c) 5 cm
(d) 9 cm
- (ii) BD की लंबाई ज्ञात कीजिए।
(a) 8 cm
(b) 5 cm
(c) 2 cm
(d) 9 cm
- (iii) CE की लंबाई ज्ञात कीजिए।
(iv) यदि वृत्त की त्रिज्या 4cm सेमी. है, तो OAB का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

वृत्त से संबंधित क्षेत्रफल

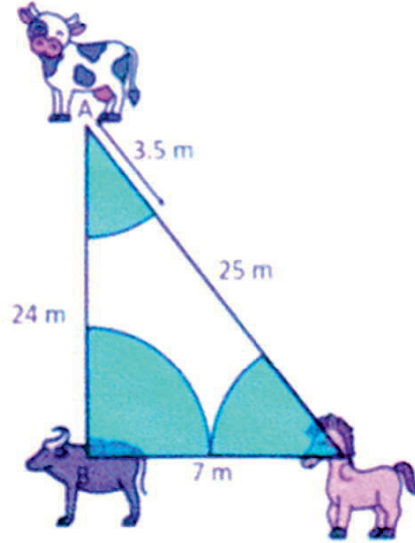
21. छात्रों को सम्मानित करना सभी छात्रों को कड़ी मेहनत करने और अपने जीवन में और अधिक हासिल करने के लिए प्रेरित करने का एक प्रभावी तरीका है। इसलिए एक स्कूल में एक समारोह आयोजित किया जाना था। समारोह को सही ढंग से आयोजित करने के लिए, स्कूल की प्रबंधन समिति ने सम्मानित होने वाले छात्रों का सर्कुलर बैज लगाने का निर्णय लिया। जैसा कि चित्र में दिखाया गया है, विभिन्न रंगों के फीतों का उपयोग करके बैज बनाए गए थे। यदि लाल भाग का व्यास 5 सेमी है और प्रत्येक आसन्न रंग की चौड़ाई 3 सेमी है, तो निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दें:



- (i) केंद्र से नीले रंग की दूरी कितनी है?
- a) 15 सेमी.
b) 8.5 सेमी.
c) 11 सेमी.
d) 9.5 सेमी.
- (ii) जैसा कि चित्र में दिखाया गया है वृत्तों को के रूप में भी जाना जाता है।
- (iii) एक बैज में हरे रंग के क्षेत्रफल की गणना करें।
- (iv) यदि ऐसी 20 बैज बनाये जाने हैं तथा एक बैज बनाने में 0.12 वर्ग सेमी फीते की बर्बादी का देखते हुए, पीले फीते की कितनी लंबाई की आवश्यकता होगी?

वृत्त से संबंधित क्षेत्रफल

22. एक भैंस, एक गाय और एक घोड़े को 24 मीटर, 7 मीटर भुजाओं वाले समत्रिकोणीय घास के मैदान के कोने पर 3.5 मीटर लंबी रस्सी के माध्यम से खुंटे से बांधा गया है, जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। निम्नलिखित प्रश्नों देने के लिए $\pi = 22/7$ का प्रयोग करें।



- (i) समकोण त्रिभुजाकार घास के मैदान का क्षेत्रफल कितना है?
- (a) 84 वर्ग मी. (b) 168 वर्ग मी.
(c) 175 वर्ग मी. (d) 87.5 वर्ग मी.
- (ii) घोड़े और गाय द्वारा चरने वाले क्षेत्रों का संयुक्त कोण कितना है?
- (a) 45° (b) 90°
(c) 60° (d) तय नहीं किया जा सकता
- (iii) खेत के उस भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसमें भैंस चर सकती है।
- (iv) चराई क्षेत्र में आने वाली कमी की गणना कीजिए, यदि रस्सी 3.5 मीटर के बजाय 3 मीटर हो।

पृष्ठीय क्षेत्रफल एवं आयतन

23. एक समिति ने 35 मीटर त्रिज्या के वृत्ताकार पार्क में दुर्गा पूजा मनाने का निर्णय लिया है। कमेटी ने एक टेंट हाउस को टेंट लगाने का ठेका दिया है। आर्किटेक्ट ने एक खुले घनाभ आकार पर एक अर्ध सिलेंडर के आकार में कैनवास तम्बू तैयार किया है। आयताकार आधार का आयाम 50 मीटर और 21 मीटर है और तम्बू की कुल ऊँचाई 19 मीटर है।



उपरोक्त जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

- (i) तम्बू के घनाभ भाग की ऊँचाई है:
- (a) 19 m (b) 8.5 m
(c) 11.5 m (d) 15 m
- (ii) टेंट के बाहर पार्क का क्षेत्रफल है:
- (a) 2800 वर्ग मी. (b) 3850 वर्ग मी.
(c) 1050 वर्ग मी. (d) 1570 वर्ग मी.
- (iii) कैनवास की कुल लागत ज्ञात कीजिए, यदि उसे 4 रुपये प्रति वर्ग मीटर की दर से खरीदा जाता है?
- (iv) तम्बू में उपस्थित वायु का आयतन ज्ञात कीजिए।

पृष्ठीय क्षेत्रफल एवं आयतन

24. एक खिलौने की दुकान में लकड़ी के पुर्जे इकट्ठे किए जाते हैं और एक खिलौना पूर्ण तैयार करने के लिए पेंट किया जाता है। ऐसा ही एक विशिष्ट खिलौना बेलन पर लगे शंकु के आकार का है।



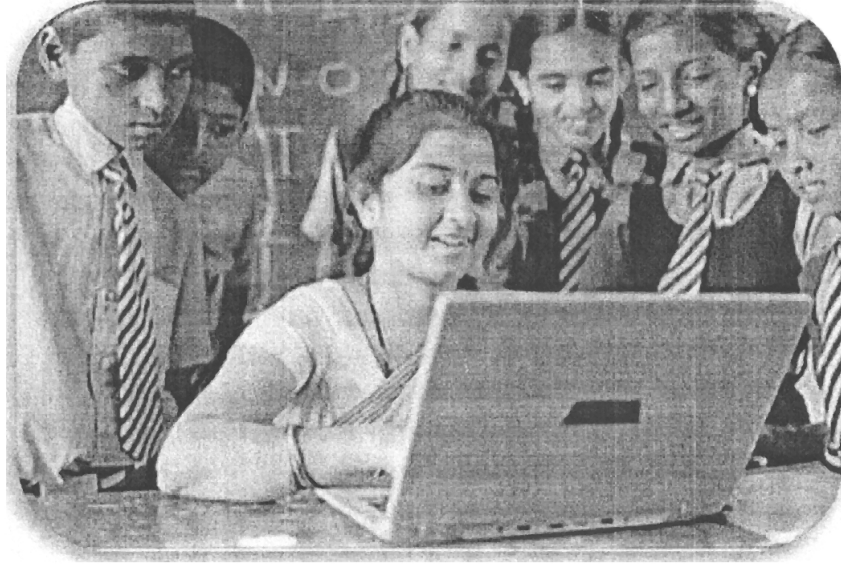
लकड़ी प्रसंस्करण गतिविधि केंद्र के लिए, लकड़ी को बचाने के लिए भंडारण से बाहर ले जाया जाता है, जिसके बाद यह खुरदरी पॉलिश से गुजरता है, फिर इसे काटा जाता है, ड्रिल किया जाता है और इसमें छेद किए जाते हैं। फिर इसे सैंडपेपर का उपयोग करके बारीक पॉलिश किया जाता है और फिर पेंट का उपयोग करके सजाया जाता है।

खिलौने की कुल ऊँचाई 26 सेमी और शंकवाकार भाग की ऊँचाई 6 सेमी है। शंकवाकार भाग के आधार का व्यास 5 सेमी और बेलनाकार भाग का व्यास 4 सेमी है।

- (i) यदि बेलनाकार भाग को पीले रंग से रंगना है तो पेंट किया जाने वाला क्षेत्रफल है:
- (a) 80π वर्ग मी. (b) 82π वर्ग मी.
(c) 84π वर्ग मी. (d) 88π वर्ग मी.
- (ii) इस खिलौने को बनाने में प्रयुक्त लकड़ी का आयतन है:
- (a) 92.5π घन सेमी. (b) 89.5π घन सेमी.
(c) 85.5π घन सेमी. (d) 72.5π घन सेमी.
- (iii) 3 पैसे प्रति सेंटीमीटर वर्ग पर खिलौने को पेंट करने की लागत ज्ञात कीजिए।
- (iv) यदि पेंट कंपनी 5% की छुट देती है, तो 200 खिलौनों को पेंट करने की लागत ज्ञात कीजिए।

सांख्यिकी

25. छात्र-शिक्षक अनुपात: छात्र-शिक्षक अनुपात एक स्कूल में नामांकित छात्रों की संख्या और उस स्कूल में शिक्षकों की संख्या के बीच संबंध को व्यक्त करता है। यह कई कारणों से महत्वपूर्ण है। उदाहरण के लिए, यह ध्यान में रखते हुए कि सभी वर्ग आकार समान नहीं होने जा रहे हैं, यह किसी भी बच्चे को व्यक्तिगत ध्यान देने की मात्रा का संकेतक हो सकता है। निम्नलिखित वितरण भारत के उच्च माध्यमिक विद्यालयों (केवल 28 राज्यों और 7 केंद्र शासित प्रदेशों) में राज्य-वार छात्र-शिक्षक अनुपात देता है।



प्रति शिक्षक छात्रों की संख्या	संख्या राज्यों/संघ राज्य क्षेत्रों
15-20	3
20-25	8
25-30	9
30-35	10
35-40	3
40-45	0
45-50	0
50-55	2

(i) प्रत्यक्ष विधि द्वारा माध्य ज्ञात करने के लिए सूत्र

$$(a) \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{n}$$

$$(b) \frac{n}{\sum_{i=1}^n f_i x_i}$$

$$(c) n \times \sum_{i=1}^n f_i x_i$$

$$(d) n + \sum_{i=1}^n f_i x_i$$

(ii) माधिका ज्ञात करने का सूत्र है

$$(a) l + \frac{\frac{n}{2} - f}{c.f.} \times h$$

$$(b) h + \frac{\frac{n}{2} - c.f.}{f} \times l$$

$$(c) l + \frac{\frac{n}{2} - c.f.}{f} \times h$$

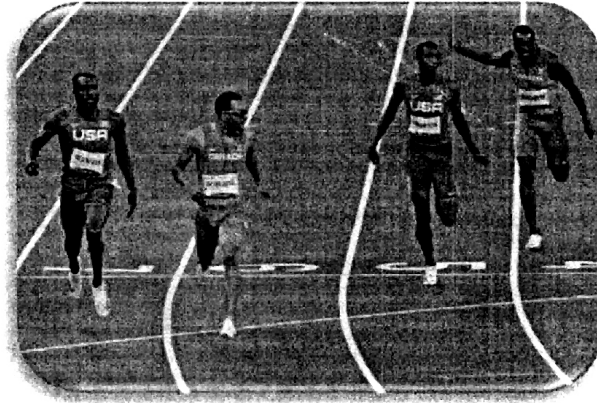
$$(d) \frac{l + \frac{n}{2} - c.f.}{f} \times h$$

(iii) उपरोक्त आंकड़ों का माध्य ज्ञात कीजिए?

(iv) 25–30 और 45–50 के वर्ग अंकों का योग ज्ञात कीजिये?

सांख्यिकी

26. 2020 टोक्यों ओलंपिक में पुरुषों की 200 मीटर दौड़ प्रतियोगिता 3 और 4 अगस्त को हुई थी। एक स्टॉपवॉच का उपयोग उस समय का पता लगाने के लिए किया गया था, जिसमें एथनीटों के एक समूह को 200 मीटर दौड़ने में समय लगता था।



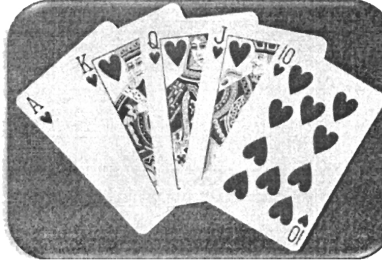
समय (सेकेंड में)	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
छात्रों की संख्या	8	10	13	6	3

- (i) 1 मिनट के भीतर दौड़ पूरी करने वाले छात्रों की संख्या:
- (a) 10 (b) 8
(c) 31 (d) 13
- (ii) माध्यक वर्ग और बहुलक वर्ग की निचली सीमाओं का औसत है:
- (a) 30 (b) 50
(c) 60 (d) 40
- (iii) एक छात्र द्वारा दौड़ समाप्त करने में लिया गया माध्य समय ज्ञात कीजिए
- (iv) उपरोक्त आँकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए।

प्रायिकता

27. निम्नलिखित को पढ़ें और (i) से (d) तक प्रश्नों के उत्तर दें।

आयशा ने 52 ताश के पत्तों का एक पैकेट लिया। उसने सभी फेस पत्ते एक तरफ रख दिए और बाकी पत्तों को अच्छी तरह से फेंट कर मिला दिया।



- (i) एक क्लब पत्ता या '4' के आयोजन के लिए अनुकूल परिणामों की संख्या है:
- (a) 13 (b) 17
(c) 14 (d) 12
- (ii) उसने बचे हुए ताश के पत्तों के अच्छी तरह से फेंट हुए पैक में से एक पत्ता निकाला। निकाले गए पत्ता के लाल होने की प्रायिकता है:
- (a) $1/4$ (b) $1/2$
(c) $4/13$ (d) $2/13$
- (iii) एक काली रानी के आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये?
- (iv) न तो काला पत्ता और न ही इक्का पत्ता मिलने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये?

प्रायिकता

28. आकृति और सुकृति को लूडो का खेल शुरू करना है। वे इस बात के लिए लड़ रहे हैं कि खेल कौन शुरू करेगा। उन्हें तीन सिक्के मिले और यह जानने के लिए कि कौन खेल शुरू करेगा, उन्हें एक साथ उछालने का फैसला किया।



- (i) कुल परिणामों की संभावित संख्या:
- (a) 8 (b) 6
(c) 2 (d) 4
- (ii) तीन सिक्कों को एक साथ उछालने पर 3 पट आने की प्रायिकता:
- (a) $1/4$ (b) $1/8$
(c) $7/8$ (d) $1/6$
- (iii) आकृति कहती है कि अगर मुझे कम से कम एक चित मिलता है, तो मैं जीत लूंगी और खेल शुरू कर दूंगी। आकृति के खेल शुरू करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
- (iv) सुकृति कहती है कि अगर मुझे ज्यादा से ज्यादा एक पट मिल जाए तो मैं खेल शुरू कर दूंगी। सुकृति के खेल शुरू करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

उत्तर

1. (i) (d) 12
(ii) (c) 21
(iii) 15 रोगी
(iv) $m = 2$
2. (i) (B) महत्तम समापवर्तक $(36, 60) = 12$. इस प्रकार फल 12 मेहमानों के बीच समान रूप से वितरित किए जाएंगे।
(ii) (A) प्रत्येक अतिथि को $(36 \div 12) = 3$ सेब और $(60 \div 12) = 5$ केले मिलेंगे।
(iii) महत्तम समापवर्तक $(36, 42, 60) = 6$. इस प्रकार फल 6 मेहमानों के बीच समान रूप से वितरित किए जाएंगे।
(iv) प्रत्येक अतिथि को $(36 \div 6) = 6$ सेब, $(42 \div 6) = 7$ आम, और $(60 \div 6) = 10$ केले मिलेंगे। इस प्रकार प्रत्येक अतिथि को $6 + 7 + 10 = 23$ फल प्राप्त होंगे।
3. (i) (A) > 0
(ii) (C) $x^2 + x - 2$
(iii) ' k ' = 5
(iv) $\alpha + \beta = 7$ और $\alpha\beta = 12$
$$1/\alpha + 1/\beta = (\alpha + \beta)/\alpha\beta = 7/12$$
4. (i) (c) ' a ' एक शून्येतर वास्तविक संख्या है और b और c कोई भी वास्तविक संख्या है।
(ii) (d) $x^2 + 9x + 20$
(iii) ' k ' = $1/4$
(iv) $k(x^2 + px - 1/p)$
5. (i) (b) 65, 55
(ii) (a) 55
(iii) $x + 4y = 315$
(iv) 380 घन इकाई

6. (i) (d) $x + 2y = 16$
(ii) (c) $x + 4y = 22$
(iii) $x = ₹ 10$ रखें और $y = ₹ 3$
(iv) आयुष के लिए $x + 6y = 28$ और सेनाली के लिए $x + 4y = 22$
भुगतान की गई कुल राशि ₹ 50 है।
7. (i) (a) $2(y + 5)$ km
(ii) (c) $y^2 + 5y - 500 = 0$
(iii) गति = 20 किमी./घंटा
(iv) समय = 16 घंटे
8. (i) (a) $60 - 2x$
(ii) (d) $60x - 2x^2$
(iii) $x^2 - 30x + 125 = 0$
(iv) चौड़ाई 10 मीटर या 20 मी. हो सकती है
9. (i) (c) 1300 इकाइयाँ
(ii) (b) 1400 इकाइयाँ
(iii) $a_n = 600 + 700n$
(iv) 38500 इकाइयाँ
10. (i) (b) 30 m
(ii) (c) 30, 50, 70, 90,
(iii) 410 m
(iv) 4400 m
11. (i) त्रिभुजों की समरूपता
(ii) (d) 27 m
(iii) 184 m
(iv) 621 m

12. (i) (a) 240 cm
(ii) (b) 0.9 m
(iii) 3.6 m
(iv) 5.4 m
13. (i) (c) $13\sqrt{2}$ m
(ii) (b) $\sqrt{109}$ m
(iii) T
(iv) $\sqrt{109}$ m
14. (i) (c) $3\sqrt{3}$ इकाई
(ii) (b) 6 इकाई
(iii) 6 इकाई
(iv) $3\sqrt{2}$ इकाई
15. (i) (c) 14.34 m
(ii) (c) 33.7 m
(iii) 19 m
(iv) 10.2 m
16. (i) (b) 20 m
(ii) (d) 17.32 m
(iii) लगभग 30 m
(iv) 34.64 m
17. (i) (c) 1136.4 km
(ii) (c) 1937 km
(iii) 8385.7 km
(iv) 45°

18. (i) (d) 120 m
(ii) (d) 107 m (लगभग)
(iii) लगभग 107 m
(iv) लगभग 214 m
19. (i) (b) 120°
(ii) (b) 60°
(iii) 60°
(iv) 60°
20. (i) (a) 7m
(ii) (b) 5m
(iii) 3m
(iv) 20m^2
21. (i) (b) 8.5 cm
(ii) संकेन्द्रित वृत्त
(iii) 132 cm^2
(iv) 505.20 cm
22. (i) (a) 84 m^2
(ii) (b) 90°
(iii) 9.625 m^2
(iv) लगभग 5.11 m^2
23. (i) (b) 8.5m
(ii) (a) 2800 m^2
(iii) 11407 रूपये
(iv) 17587.5 m^3

24. (i) (c) $84\pi \text{ cm}^2$
(ii) (a) $92.5 \pi \text{ cm}^3$
(iii) लगभग 9.65 रुपये
(iv) 1833.50 रुपये
25. (i) (a) $\frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{n}$
(ii) (c) $l + \frac{\frac{n}{2} - ct}{f} \times h$
(iii) 37.5
(iv) 28.21 लगभग
26. (i) (c) 31
(ii) (d) 40
(iii) 43 सेकेंड
(iv) 40 सेकेंड
27. (i) (a) 13
(ii) (a) $1/4$
(iii) 0
(iv) $18/40$ या $9/20$
28. (i) (a) 8
(ii) (b) $1/8$
(iii) $7/8$
(iv) $\frac{4}{8}$ or $\frac{1}{2}$

अभ्यास प्रश्न पत्र-1

कक्षा-10 सत्र-2022-23

विषय-गणित

समय: 3 घंटे

अधिकतम अंक : 80

सामान्य निर्देश

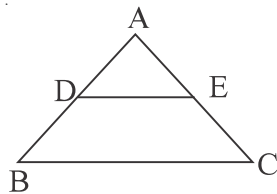
1. इस प्रश्न पत्र में 5 खंड अ, ब, स, द और ई हैं।
2. खंड अ में 20 बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQ) हैं, जिनमें से प्रत्येक में 1 अंक है।
3. खंड ब में 5 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक में 02 अंक है।
4. खंड स में 6 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक के 03 अंक है।
5. खंड द में 4 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक में 05 अंक है।
6. खंड ई में मूल्यांकन की 3 केस आधारित एकीकृत इकाइयाँ हैं (प्रत्येक में 04 अंक) क्रमशः 1, 1 और 2 अंकों के मूल्यों के उपभागों के साथ हैं।
7. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। हालांकि, 5 अंकों के 2 प्रश्न, 3 अंकों के 2 प्रश्न और 2 अंकों के 2 प्रश्नों में एक आंतरिक विकल्प प्रदान किया गया है। खंड ई के 2 अंकों के प्रश्नों में एक आंतरिक विकल्प प्रदान किया गया है।
8. जहां कभी भी आवश्यक हो, साफ-सुथरे चित्र बनाइए। यदि बताया नहीं गया हो तो $\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए।

खंड अ

खंड अ में 20 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक में 1 अंक है।

1. मान लीजिए a और b दो धनात्मक पूर्णांक इस प्रकार हैं कि $a = p^3q^4$ और $b = p^2q^3$, जहाँ p और q अभाज्य संख्याएँ हैं। यदि $HCF(a, b) = p^m q^n$ और $LCM(a, b) = p^r q^s$, तो $(m + n)(r + s) =$
(a) 15 (b) 30 (c) 35 (d) 72

2. माना p एक अभाज्य संख्या है। द्विघात समीकरण जिसकी मूल p के गुणनखंड के रूप में हैं, है
- (a) $x^2 - px + p = 0$ (b) $x^2 - (p + 1)x + p = 0$
 (c) $x^2 + (p + 1)x + p = 0$ (d) $x^2 - px + p + 1 = 0$
3. यदि α और β , बहुपद $f(x) = px^2 - 2x + 3p$ के शून्यक हैं और $\alpha + \beta = \alpha\beta$ है, तो p है:
- (a) $\frac{-2}{3}$ (b) $\frac{2}{3}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{-1}{3}$
4. यदि समीकरणों $3x + y = 1$ और $(2k - 1)x + (k - 1)y = 2k + 1$ का निकाय असंगत है, तो $k =$
- (a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) 2
5. यदि एक समान्तर चतुर्भुज PQRS के शीर्ष $P(3, 4)$, $Q(-2, 3)$ और $R(-3, -2)$, क्रम में लिए गए हैं, तो इसके चौथे शीर्ष S के निर्देशांक हैं:
- (a) $(-2, -1)$ (b) $(-2, -3)$ (c) $(2, -1)$ (d) $(1, 2)$
6. $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ है। यदि AM और PN क्रमशः $\triangle ABC$ और $\triangle PQR$ के शीर्षलंब हैं और $AB^2 : PQ^2 = 4 : 9$ हो, तो $AM : PN =$
- (a) 3:2 (b) 16:81 (c) 4:9 (d) 2:3
7. यदि $x \tan 60^\circ \cos 60^\circ = \sin 60^\circ \cot 60^\circ$ है, तो $x =$
- (a) $\cos 30^\circ$ (b) $\tan 30^\circ$ (c) $\sin 30^\circ$ (d) $\cot 30^\circ$
8. यदि $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2}$ है, तो $\tan \theta + \cot \theta =$
- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4
9. दी गई आकृति में, $DE \parallel BC$, $AE = a$ इकाई, $EC = b$ इकाई, $DE = x$ इकाई और $BC = y$ इकाई हैं। इनमें से क्या सत्य है?



$$(a) x = \frac{a+b}{ay} \quad (b) y = \frac{ax}{a+b} \quad (c) x = \frac{ay}{a+b} \quad (d) \frac{x}{y} = \frac{a}{b}$$

10. ABCD एक समलम्ब है जिसमें $AD \parallel BC$ और $AD = 4\text{cm}$ है। यदि विकर्ण AC और BD एक दूसरे को O पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करते हैं कि $\frac{AO}{OC} = \frac{DO}{OB} = \frac{1}{2}$, तो $BC =$

- (a) 6 सेमी (b) 7 सेमी (c) 8 सेमी (d) 9 सेमी

11. यदि 3 सेमी त्रिज्या वाले एक वृत्त पर 60° के कोण पर झुकी हुई दो स्पर्श रेखाएं खींची जाती हैं, तो प्रत्येक स्पर्श रेखा की लंबाई बराबर होती है:

- (a) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ सेमी (b) 3 सेमी (c) 6 सेमी (d) $3\sqrt{3}$ सेमी

12. वृत्त का क्षेत्रफल, जो 6 सेमी के वर्ग में अंकित किया जा सकता है, है:

- (a) 36π वर्ग सेमी (b) 18π वर्ग सेमी
(c) 12π वर्ग सेमी (d) 9π वर्ग सेमी

13. एक घनाभ की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई का योग $6\sqrt{3}$ सेमी है और इसके विकर्ण की लंबाई $2\sqrt{3}$ सेमी है। घनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल है:

- (a) 48 वर्ग सेमी (b) 72 वर्ग सेमी
(c) 96 वर्ग सेमी (d) 108 वर्ग सेमी

14. यदि किसी आँकड़े के बहुलक और माध्यक का अंतर 24 है, तो माध्यक और माध्य का अंतर है:

- (a) 8 (b) 12 (c) 24 (d) 36

15. 0.25 मीटर त्रिज्या के एक वृत्ताकार पहिये द्वारा 11 किमी की दूरी तय करने में किए गए चक्करों की संख्या है:

- (a) 2800 (b) 4000 (c) 5500 (d) 7000

16. निम्नलिखित वितरण के लिए:

कक्षा	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25
बारंबारता	10	15	12	20	9

माध्यक और बहुलक वर्ग की निचली सीमाओं का योग है:

- (a) 15 (b) 25 (c) 30 (d) 35

17. दो पासे एक साथ उछाले गए। कम से कम एक बार 6 आने की प्रायिकता क्या है?

- (a) $\frac{1}{63}$ (b) $\frac{7}{36}$ (c) $\frac{11}{36}$ (d) $\frac{13}{36}$

18. यदि $5 \tan \beta = 4$ हो, तो $\frac{5 \sin \beta - 2 \cos \beta}{5 \sin \beta + 2 \cos \beta} =$

- (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{2}{5}$ (c) $\frac{3}{5}$ (d) 6

19. **प्रश्न 19 और 20 के लिए निर्देश:** प्रश्न संख्या 19 और 20 में, अभिकथन (A) के एक कथन के बाद कारण (R) का कथन दिया गया है। सही विकल्प चुनें।

अभिकथन (A): यदि दो संख्याओं का गुणनफल 5780 है और उनका HCF 17 है, तो उनका LCM 340 है।

कारण (R): HCF हमेशा LCM का एक गुणनखंड होता है।

- (a) दोनों अभिकथन (A) और कारण (R) सत्य हैं और कारण (R) अभिकथन (A) की सही व्याख्या है।
(b) दोनों अभिकथन (A) और कारण (R) सत्य हैं लेकिन कारण (R) अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं है।
(c) अभिकथन (A) सत्य है लेकिन कारण (R) असत्य है।
(d) अभिकथन (A) असत्य है लेकिन कारण (R) सत्य है।

20. **अभिकथन (A):** यदि ABC की भुजाओं AB और AC के मध्य-बिंदुओं के निर्देशांक क्रमशः D(3,5) और E(-3,-3) है, तो BC = 20 इकाई है।

कारण (R): किसी त्रिभुज की दो भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखा तीसरी भुजा के समांतर और उसके आधे के बराबर होती है।

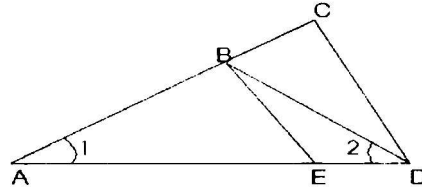
- (a) दोनों अभिकथन (A) और कारण (R) सत्य हैं और कारण (R) अभिकथन (A) की सही व्याख्या है।
 (b) दोनों अभिकथन (A) और कारण (R) सत्य हैं लेकिन कारण (R) अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं है।
 (c) अभिकथन (A) सत्य है लेकिन कारण (R) असत्य है।
 (d) अभिकथन (A) असत्य है लेकिन कारण (R) सत्य है।

खंड ब

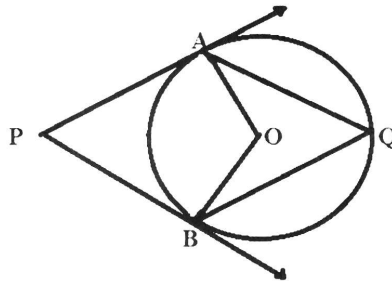
खंड ब में 5 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक में 02 अंक है।

21. यदि $49x + 51y = 499$, $51x + 49y = 501$ है, तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।

22. नीचे दिए चित्र में, यदि $\frac{AD}{AE} = \frac{AC}{BD}$ और $\angle 1 = \angle 2$ हैं तो दर्शाइए कि $\triangle BAE \sim \triangle CAD$ है।



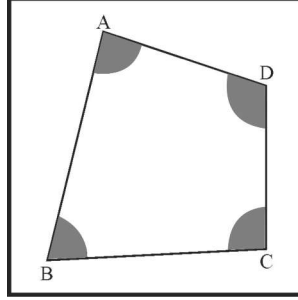
23. दी गई आकृति में, एक वृत्त का केंद्र O है। $\angle AQB$ ज्ञात कीजिए, यह दिया हुए है कि PA और PB वृत्त की स्पर्श रेखाएँ हैं और $\angle APB = 75^\circ$ है।



24. एक घड़ी की मिनट की सूई की लंबाई 6 सेमी है। 7:05 बजे से 7:40 बजे तक रचित होने वाले क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

अथवा

दी गई आकृति में, चतुर्भुज ABCD के शीर्ष A, B, C और D को केंद्र मानकर 7 सेमी त्रिज्या की चाप खींची गई हैं। छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



25. यदि $\sin(A+B)=1$ और $\cos(A-B)=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $0^\circ < A+B \leq 90^\circ$ और $A > B$ हैं, तो कोण A और B का माप ज्ञात कीजिए।

अथवा

एक न्यून कोण θ ज्ञात कीजिए जब $\frac{\cos \theta - \sin \theta}{\cos \theta + \sin \theta} = \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$ है।

खंड स

खंड स में 6 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक के 03 अंक हैं।

26. दिया है कि $\sqrt{3}$ अपरिमेय है, सिद्ध कीजिए कि $5+2\sqrt{3}$ अपरिमेय है।
27. यदि बहुपद x^2+px+q के शून्यक, बहुपद $2x^2-5x-3$ के शून्यकों के मान से दुगुने हैं, तो p और q के मान ज्ञात कीजिए।
28. एक ट्रेन एक समान गति से एक निश्चित दूरी तय करती है। यदि ट्रेन 6 किमी/घंटा तेज होती, तो उसे निर्धारित समय से 4 घंटे कम लगते। और, यदि ट्रेन 6 किमी/घंटा धीमी थी; यह निर्धारित समय से 6 घंटे अधिक लेता। यात्रा की लंबाई ज्ञात कीजिए।

अथवा

अनुज के पास कुछ चॉकलेट थी और उसने उन्हें दो लॉट A और B में विभाजित किया। उसने पहला लॉट ₹2 प्रति 3 चॉकलेट की दर से और दूसरा लॉट ₹ 1 प्रति चॉकलेट की दर से बेचा और उसे कुल ₹ 400 प्राप्त किया। यदि उसने पहली लॉट को ₹ 1 प्रति चॉकलेट की दर से और दूसरी लॉट को ₹ 4 प्रति 5 चॉकलेट की दर से बेचा होता, तो उसका कुल संग्रह ₹ 460 होता। उसके पास चॉकलेट की कुल संख्या ज्ञात कीजिए।

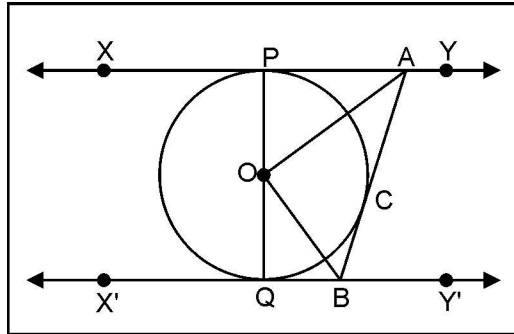
29. निम्नलिखित को सिद्ध कीजिए कि—

$$\frac{\tan^3 \theta}{1 + \tan^2 \theta} + \frac{\cot^3 \theta}{1 + \cot^2 \theta} = \sec \theta \operatorname{cosec} \theta - 2 \sin \theta \cos \theta$$

30. सिद्ध कीजिए कि एक वृत्त के परिगत समांतर चतुर्भुज समचतुर्भुज होता है।

अथवा

आकृति में, XY और X'Y', O केंद्र वाले किसी वृत्त पर दो समांतर स्पर्श रेखाएँ हैं और स्पर्श बिंदु C पर स्पर्शरेखा AB, XY को A और X'Y' को B पर प्रतिच्छेद करती है, AOB का माप क्या है?



31. दो सिक्कों को एक साथ उछाला जाता है। निम्नलिखित की प्रायिकता क्या है?

- कम से कम एक चित आने
- अधिकतम एक पट आने
- एक चित और एक पट आने

खंड द

खंड द में 4 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक में 05 अंक हैं।

32. एक स्विमिंग पूल को भरने के लिए दो पाइप का उपयोग किया जाता है। यदि बड़े व्यास के पाइप को 4 घंटे और छोटे व्यास के पाइप को 9 घंटे के लिए उपयोग किया जाता है, तो पूल केवल आधा ही भरा जा सकता है। यदि छोटे व्यास का पाइप पूल को भरने के लिए बड़े व्यास के पाइप से 10 घंटे अधिक लेता है, ज्ञात कीजिए कि प्रत्येक पाइप को पूल को अलग से भरने में कितना समय लगेगा?

अथवा

600 किमी की उड़ान में एक विमान खराब मौसम के कारण धीमा हो गया। यात्रा के लिए इसकी औसत गति अपनी सामान्य गति से 200 किमी/घंटा कम कर दी गई और उड़ान के समय में 30 मिनट की वृद्धि हुई। उड़ान की निर्धारित अवधि का पता लगाएं।

33. सिद्ध कीजिए कि यदि एक त्रिभुज की एक भुजा के समांतर अन्य दो भुजाओं को भिन्न-भिन्न बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करने के लिए एक रेखा खींची जाए, तो ये अन्य दो भुजाएँ एक ही अनुपात में विभाजित हो जाती हैं।
उपरोक्त प्रमेय का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए कि विकर्णों के प्रतिच्छेदन बिन्दु से होकर समलंब के आधार के समांतर एक रेखा गैर-समानांतर भुजाओं को समान अनुपात में विभाजित करती है।
34. एक राज्य में भारी बाढ़ के कारण हजारों लोग बेघर हो गए। 50 स्कूलों ने सामूहिक रूप से 1500 टेंट के लिए जगह और कैनवास उपलब्ध कराने और पूरे खर्च को समान रूप से साझा करने का निर्णय लिया। प्रत्येक टेंट का निचला भाग बेलनाकार है जिसकी आधार त्रिज्या 2.8 मीटर और ऊँचाई 3.5 मीटर है और ऊपरी भाग समान आधार त्रिज्या के साथ शंकवाकार है, लेकिन ऊँचाई 2.1 मीटर है। यदि टेंट बनाने के लिए उपयोग किए जाने वाले कैनवास की कीमत ₹ 120 प्रति वर्गमीटर है, तो टेंट लगाने के लिए प्रत्येक स्कूल द्वारा साझा की गई राशि ज्ञात कीजिए।

अथवा

7 सेंटीमीटर भुजा वाले दो समान ठोस घनाकार बॉक्स हैं। पहले घन के शीर्ष फलक से घन की भुजा के बराबर व्यास का एक अर्धगोला निकाला जाता है। यह गोलाई उल्टा

है और एक गुंबद बनाने के लिए दूसरे घन की सतह के शीर्ष पर रखा गया है। ज्ञात कीजिए:

(i) बने दो नए ठोसों के कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल का अनुपात

(ii) बनने वाले प्रत्येक नए ठोस का आयतन

35. निम्नलिखित आँकड़ों का माध्यक 525 है। यदि कुल बारंबारता 100 है, तो x और y के मान ज्ञात कीजिए:

वर्ग अन्तराल	बारंबारता
0-100	2
100-200	5
200-300	x
300-400	12
400-500	17
500-600	20
600-700	y
700-800	9
800-900	7
900-1000	4

खंड ई

केस स्टडी आधारित प्रश्न अनिवार्य हैं।

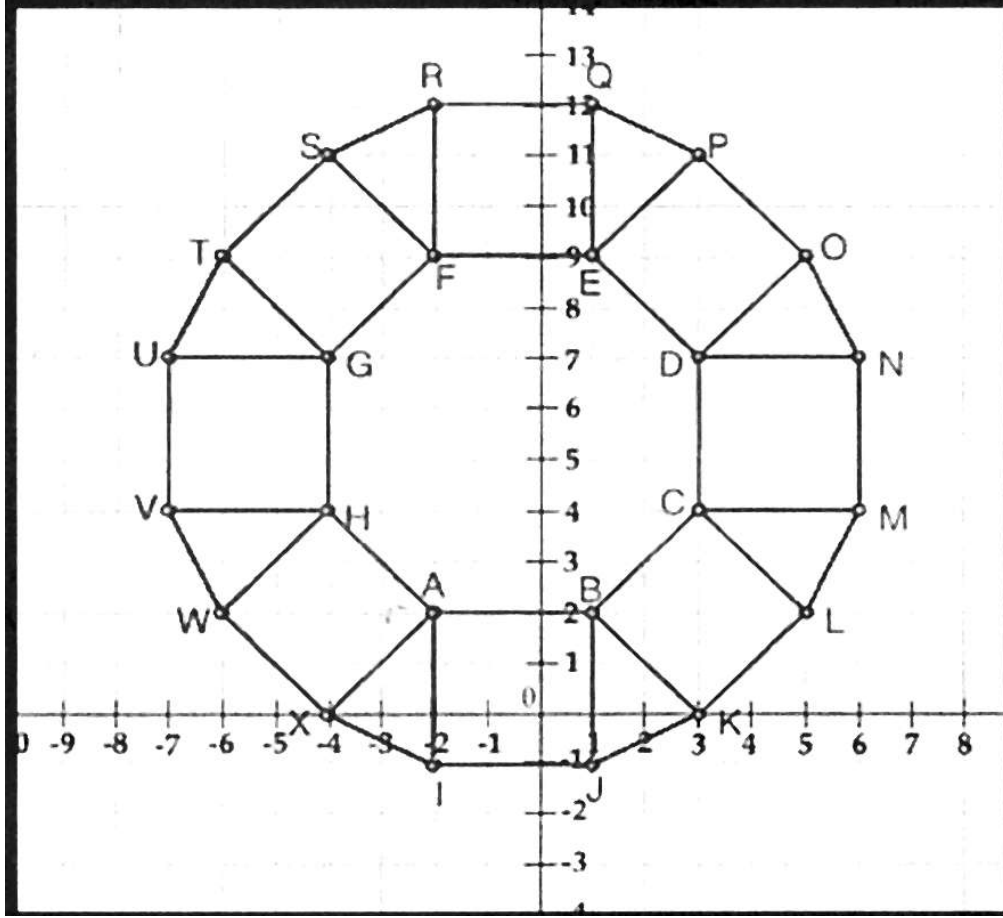
36. केस स्टडी-I

एक सपाट सतह का टाइलिंग या टेस्सेलेशन एक या एक से अधिक ज्यामितीय आकृतियों का उपयोग करके एक विमान का आवरण होता है, जिसे टाइल कहा जाता है, जिसमें कोई ओवरलैप नहीं होता है और कोई अंतराल नहीं होता है। ऐतिहासिक रूप से, प्राचीन रोम और इस्लामी कला में टेस्सेलेशन का उपयोग किया जाता था। आप फर्श, दीवारों,

पेंटिंग आदि पर टेसेलेशन पैटर्न पा सकते हैं। नीचे दिखाया गया सेविले के पुरातात्विक संग्रहालय में एक टाइल वाला फर्श है, जिसे वर्गों, त्रिकोण और हेक्सागोन का उपयोग करके बनाया गया है।



एक शिल्पकार ने उपरोक्त डिजाइन से प्रेरित होकर फर्श का पैटर्न बनाने का विचार किया। अपने काम में सटीकता सुनिश्चित करने के लिए, उन्होंने कार्तीय तल पर पैटर्न बनाया। उन्होंने अपने फर्श टेसेलेशन पैटर्न के लिए सम अष्टभुज, वर्ग और समबाहु त्रिभुज का इस्तेमाल किया:



निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर देने के लिए उपरोक्त आकृति का प्रयोग कीजिए:

- (i) बिंदु B और F को मिलाने वाले रेखाखंड की लंबाई कितनी है?
- (ii) आकृति का केंद्र 'Z' चतुर्भुज WXOP के विकर्णों का प्रतिच्छेदन बिंदु होगा। तो Z के निर्देशांक क्या हैं?
- (iii) y अक्ष पर A और G से समदूरस्थ बिंदु के निर्देशांक क्या हैं?

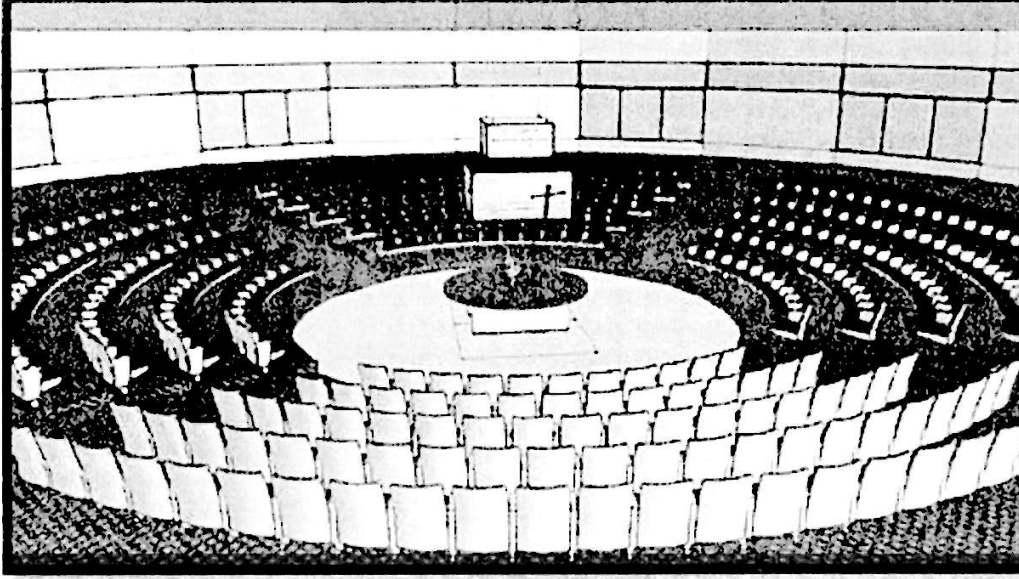
अथवा

समलंब चतुर्भुज AFGH का क्षेत्रफल कितना है?

37. केस स्टडी-3

स्कूल के सभागार का निर्माण कम से कम 1500 लोगों को समायोजित करने के लिए

किया जाना था। कुर्सियों को संकेंद्रित वृत्तकार व्यवस्था में इस प्रकार रखा जाना है कि प्रत्येक अनुवर्ती वृत्तकार पंक्ति में पिछली वाली से 10 सीटें अधिक हों।



- (i) यदि पहली वृत्ताकार पंक्ति में 30 सीटें हैं, तो 10वीं पंक्ति में कितनी सीटें होंगी?
(ii) सभागार में 1500 सीटों के लिए कितनी पंक्तियाँ होनी चाहिए?

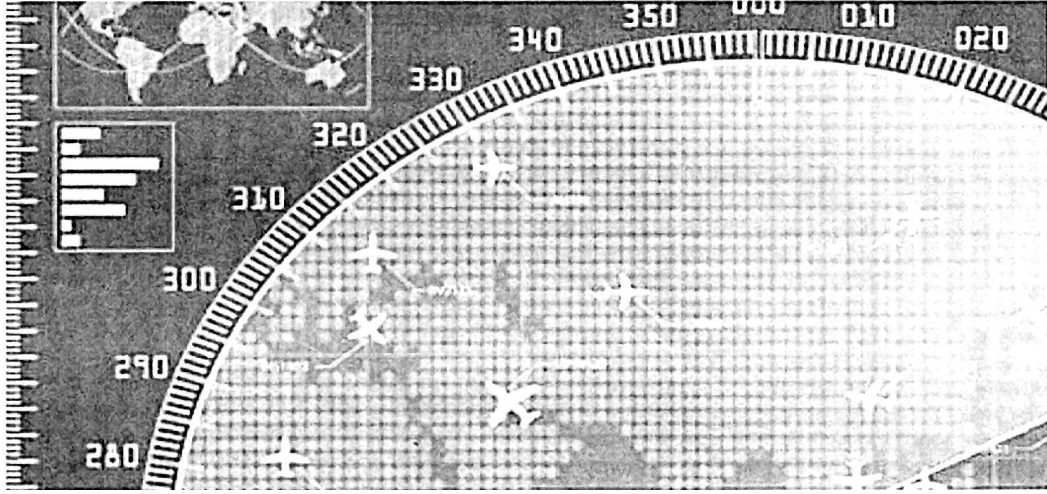
अथवा

यदि सभागार में 1500 सीटों की व्यवस्था की जानी है, तो 10वीं पंक्ति के बाद कितनी सीटें अभी भी शेष हैं?

- (iii) यदि सभागार में 17 पंक्तियाँ हों, तो बीच की पंक्ति में कितनी सीटें होंगी?

38. केस स्टडी-3

हम सभी ने हवाई जहाजों को आसमान में उड़ते हुए देखा है लेकिन शायद ये नहीं सोचा होगा कि वो असल में सही मंजिल तक कैसे पहुंचते हैं, एयर ट्रेफिक कंट्रोल (एटीसी) ग्राउंड-आधारित हवाई यातायात नियंत्रकों द्वारा प्रदान की जाने वाली एक सेवा है जो जमीन पर और नियंत्रित हवाई क्षेत्र के दिए गए अनुभाग के माध्यम से विमान को निर्देशित करता है, और गैर-नियंत्रित हवाई क्षेत्र में विमान को सलाहकार सेवाएं प्रदान कर सकता है। दरअसल, यह सब हवाई यातायात समन्वय ज्यामिति और त्रिकोणमिति पर आधारित



विभिन्न अवधारणाओं का उपयोग करके प्रबंधित और नियंत्रित किया जाता है।

किसी दिए गए उदाहरण में, एटीसी ने पाया कि जमीन पर एक बिंदु से एक हवाई जहाज का उन्नयन कोण 60° है। 30 सेकंड की उड़ान के बाद, यह देखा गया है कि उन्नयन कोण 30° में बदल जाता है। विमान की ऊंचाई लगातार $3000\sqrt{3}$ मीटर रहती है। उपरोक्त जानकारी का प्रयोग निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए—

- (i) उपरोक्त स्थिति को आरेखीय रूप से दर्शाने के लिए एक नामांकित साफ सुथरी आकृति बनाइए।
- (ii) विमान द्वारा 30 सेकंड में तय की गई दूरी कितनी है?

अथवा

ऊंचाई को स्थिर रखते हुए, उपरोक्त उड़ान के दौरान, यह देखा गया कि $15(\sqrt{3}-1)$ सेकंड के बाद, उन्नयन कोण 45° हो गया। उस अवधि में कितनी दूरी तय की गई है?

- (iii) विमान की गति किमी/घंटा में क्या है?

विषय: गणित

सत्र-2022-23

अभ्यास प्रश्न प्रश्न-2 हल सहित उत्तर

समय: 3 घंटे

अधिकतम अंक:80

खंड-अ

- 1 (c) 35
- 2 (b) $x^2 - (p + 1)x + p = 0$
- 3 (b) $\frac{2}{3}$
- 4 (d) 2
- 5 (c) (2, -1)
- 6 (d) 2 : 3
- 7 (b) $\tan 30^\circ$
- 8 (b) 2
- 9 (c) $x = \frac{ay}{a + b}$
- 10 (c) 8 सेमी
- 11 (d) $3\sqrt{3}$ सेमी
- 12 (d) 9π वर्ग सेमी
- 13 (c) 96 वर्ग सेमी
- 14 (b) 12
- 15 (d) 7000

16 (b) 25

17 (c) $\frac{11}{36}$

18 (a) $\frac{1}{3}$

19 (b) दोनों अभिकथन (A) और कारण (R) सत्य हैं, लेकिन कारण (R) अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं है।

20. (a) दोनों अभिकथन (A) और कारण (R) सत्य हैं और कारण (R) अभिकथन (A) की सही व्याख्या है।

खंड ब

21. दोनों समीकरणों को जोड़ने एवं 10 से भाग करने पर हमें प्राप्त होता है: $x + y = 10$

दोनों समीकरणों को घटाने एवं -2 से भाग करने पर हमें प्राप्त होता है: $x - y = 1$

दोनों नए समीकरणों को हल करने पर, $x = \frac{11}{2}$ और $y = \frac{9}{2}$

22. $\triangle ABC$ में, $\angle 1 = \angle 2$

$\therefore AB = BD$ (i)

दिया है, $\frac{AD}{AE} = \frac{AC}{BD}$

समीकरण (i) के द्वारा, हमें प्राप्त हुआ

$\frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AB}$ (ii)

$\triangle BAE$ और $\triangle CAD$ में,

$\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AE}$

$\angle A = \angle A$ (उभनिष्ठ)

$\therefore \triangle BAE \sim \triangle CAD$ [SAS समरूपता नियम से]

$$23. \angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$$

$$\angle AOB = 105^\circ$$

$$\angle AQB = \frac{1}{2} \times 105^\circ = 52.5^\circ$$

$$24. \text{ एक मिनट में बना कोण} = \frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$$

$$\therefore 7:05 \text{ से } 7:40 \text{ में बना कोण} = 35 \times 6^\circ = 210^\circ$$

$$\therefore \text{ मिनट की सूई द्वारा 35 मिनट में रचित क्षेत्र का क्षेत्रफल} = \frac{210}{360} \times \pi \times 6^2$$

$$= \frac{7}{12} \times \frac{22}{7} \times 6 \times 6$$

$$= 66 \text{ वर्ग सेमी}$$

अथवा

माना $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ तथा $\angle D$ का माप क्रमश θ_1 , θ_2 , θ_3 तथा θ_4 है।

अभीष्ट क्षेत्रफल = केन्द्र A के त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल + केन्द्र B के त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल
+ केन्द्र C के त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल + केन्द्र D के त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल

$$= \frac{\theta_1}{360^\circ} \times \pi \times 7^2 + \frac{\theta_2}{360^\circ} \times \pi \times 7^2 + \frac{\theta_3}{360^\circ} \times \pi \times 7^2 + \frac{\theta_4}{360^\circ} \times \pi \times 7^2$$

$$= \frac{(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4)}{360^\circ} \times \pi \times 7^2$$

$$= \frac{(360^\circ)}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$$

$$= 154 \text{ वर्ग सेमी}$$

$$25. \sin(A + B) = 1 = \sin 90^\circ \Rightarrow A + B = 90 \quad \dots(i)$$

$$\cos(A - B) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos 30^\circ \Rightarrow A - B = 30 \quad \dots(ii)$$

(i) और (ii) से, $\angle A = 60^\circ$

और $\angle B = 30^\circ$

अथवा

$$\frac{\cos \theta - \sin \theta}{\cos \theta + \sin \theta} = \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$$

LHS के अंश और हर को $\cos \theta$ से भाग करने पर,

$$\frac{1 - \tan \theta}{1 + \tan \theta} = \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$$

LHS और RHS की तुलना करने पर $\tan \theta = \sqrt{3}$

$\therefore \theta = 30^\circ$

खंड स

26. मान ले कि $5 + 2\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है, तो इसे $\frac{p}{q}$ के रूप में होगा जहाँ p और q

सहभाज्य संख्या और $q \neq 0$ हैं।

$$\text{अर्थात् } 5 + 2\sqrt{3} = \frac{p}{q}$$

$$\text{अतः } \sqrt{3} = \frac{p - 5q}{2q} \quad \dots(i)$$

चूँकि $p, q, 5$ और 2 पूर्णांक है, अतः समीकरण (1) का RHS परिमेय है। परन्तु समीकरण

(1) का LHS, $\sqrt{3}$ है जो कि अपरिमेय है। यह संभव नहीं है।

हमें यह विरोधाभास अपनी गलत धारणा के कारण प्राप्त हुआ है कि $5+2\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है।

अतः $5+2\sqrt{3}$ अपरिमेय है।

27. माना बहुपद $2x^2 - 5x - 3$ के शून्यक α और β है।

$$\text{तब } \alpha + \beta = \frac{5}{2}$$

$$\text{और } \alpha\beta = \frac{-3}{2}$$

माना $x^2 + px + q$ के शून्यक 2α और 2β है।

$$\text{तब } 2\alpha + 2\beta = -p$$

$$2(\alpha + \beta) = -p$$

$$2 \times \frac{5}{2} = -p$$

$$\therefore p = -5$$

$$\text{और } 2\alpha \times 2\beta = q$$

$$4\alpha\beta = q$$

$$\therefore q = 4 \times \frac{-3}{2}$$

$$= -6$$

28. माना ट्रेन की वास्तविक चाल x किमी/घंटा और वास्तविक समय y घंटे है।

यात्रा की लम्बाई = xy किमी

प्रश्नानुसार

$$xy = (x + 6)(y - 4)$$

$$\Rightarrow -4x + 6y - 24 = 0$$

$$\Rightarrow 2x + 3y - 12 = 0 \quad \dots(i)$$

इसी प्रकार, $xy = (x-6)(y+6)$

$$\Rightarrow x-y-6 = 0 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) और (ii) को हल करने पर,

$$x = 30 \text{ और } y = 24$$

अतः यात्रा की लंबाई $= 24 \times 30 = 720$ किमी

अथवा

माना लॉट A में चॉकलेट की संख्या x है

और लॉट B में चॉकलेट की संख्या y है।

\therefore चॉकलेट की कुल संख्या $= x + y$

x चॉकलेट का ₹2 प्रति 3 चॉकलेट की दर से मूल्य $= \frac{2}{3}x$

y चॉकलेट का ₹1 प्रति चॉकलेट की दर से मूल्य $= y$

$$\text{अतः } \frac{2}{3}x + y = 400$$

$$\Rightarrow 2x + 3y = 1200 \quad \dots(i)$$

इसी प्रकार, $x + \frac{4}{5}y = 460$

$$\Rightarrow 5x + 4y = 2300 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) और (ii) को हल करने पर

$$x = 300 \text{ और } y = 200$$

$$\therefore x + y = 300 + 200 = 500$$

अतः अनुज के पास 500 चॉकलेट थी।

$$29. \text{ LHS : } \frac{\frac{\sin^3 \theta}{\cos^3 \theta}}{1 + \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}} + \frac{\frac{\cos^3 \theta}{\sin^3 \theta}}{1 + \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta}}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\frac{\sin^3 \theta}{\cos^3 \theta}}{(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)} + \frac{\frac{\cos^3 \theta}{\sin^3 \theta}}{(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)} \\
&= \frac{\frac{\sin^3 \theta}{\cos^3 \theta}}{\cos^2 \theta} + \frac{\frac{\cos^3 \theta}{\sin^3 \theta}}{\sin^2 \theta} \\
&= \frac{\sin^3 \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos^3 \theta}{\sin \theta} \\
&= \frac{\sin^4 \theta + \cos^4 \theta}{\cos \theta \sin \theta} \\
&= \frac{(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)^2 - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{\cos \theta \sin \theta} \\
&= \frac{1 - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{\cos \theta \sin \theta} \\
&= \frac{1}{\cos \theta \sin \theta} - \frac{2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{\cos \theta \sin \theta} \\
&= \sec \theta \operatorname{cosec} \theta - 2 \sin \theta \cos \theta \\
&= \text{RHS}
\end{aligned}$$

30. मान लीजिए ABCD एक ऐसा समचतुर्भुज है जो केंद्र O वाले वृत्त के परिगत इस प्रकार है कि AB, BC, CD और DA वृत्त को क्रमशः बिंदु P, Q, R और S स्पर्श करते हैं।

हम जानते हैं कि किसी बाहरी बिंदु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाएं लम्बाई में बराबर होती हैं।

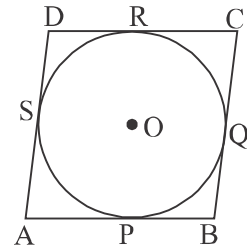
$$\therefore AP = AS \dots\dots(1)$$

$$BP = BQ \dots\dots(2)$$

$$CR = CQ \dots\dots(3)$$

$$DR = DS \dots\dots(4)$$

(1), (2), (3) और (4) को जोड़ने पर हमें प्राप्त होता है।



$$AP+BP+CR+DR = AS+BQ+CQ+DS$$

$$(AP+BP) + (CR+DR) = (AS+DS) + (BQ + CQ)$$

$$\therefore AB+CD = AD + BC \quad \dots\dots(5)$$

चूँकि $AB = DC$ और $AD = BC$ (समानांतर चतुर्भुज ABCD की विपरीत भुजाएँ)

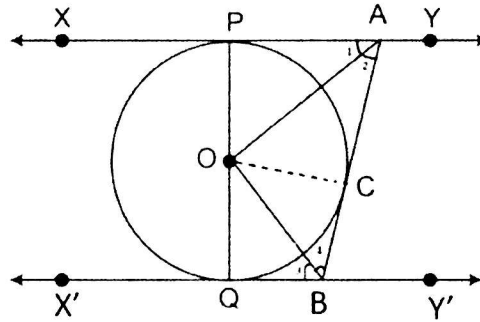
(5) में डालने पर हमें प्राप्त होता है, $2AB = 2AD$

या $AB = AD$

$$\therefore AB = BC = DC = AD$$

चूँकि समान आसन्न भुजाओं वाला एक समांतर चतुर्भुज एक समचतुर्भुज है, इसलिए ABCD एक समचतुर्भुज है।

अथवा



OC को मिलाए।

$\triangle OPA$ और $\triangle OCA$ में,

$OP = OC$ (एक ही वृत्त की त्रिज्या)

$PA = CA$ (बाह्य बिंदु से दो स्पर्श रेखाओं की लंबाई)

$AO = AO$ (उभयनिष्ठ)

इसलिए, $\triangle OPA \cong \triangle OCA$ (SSS सर्वांगसमता नियम के अनुसार)

अतः, $\angle 1 = \angle 2$ (CPCT)

इसी प्रकार, $\angle 3 = \angle 4$

$\angle PAB + \angle QBA = 180^\circ$ (सह आंतरिक कोण $XY \parallel X'Y'$ के रूप में संपूरक हैं)

$$2\angle 2 + 2\angle 4 = 180^\circ$$

$$\angle 2 + \angle 4 = 90^\circ \quad \dots(1)$$

$$\angle 2 + \angle 4 + \angle AOB = 180^\circ \text{ (कोण योगफल नियम)}$$

(1) का प्रयोग करते हुए, हम प्राप्त करते हैं, $\angle AOB = 90^\circ$

31. (i) P (कम से कम एक चित आने) = $\frac{3}{4}$

(ii) P(अधिकतम एक पट आने) = $\frac{3}{4}$

(iii) P(एक चित और एक पट आने) = $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

खंड ड

32. माना टैंक को भरने के लिए अकेले बड़े पाइप द्वारा लिया गया समय = x घंटे

अतः छोटे पाइप द्वारा लिया गया समय = (x + 10) घंटे

4 घंटे से चल रहे बड़े पाइप से भरा पानी = $\frac{4}{x}$ लीटर

9 घंटे से चल रहे छोटे पाइप से भरा पानी = $\frac{9}{x+10}$ लीटर

हम जानते हैं कि

$$\frac{4}{x} + \frac{9}{x+10} = \frac{1}{2}$$

जो सरलीकरण पर देता है:

$$x^2 - 16x - 80 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 4)(x - 20) = 0$$

$$x = -4, 20$$

x ऋणात्मक नहीं हो सकता।

$$\text{अतः } x = 20$$

$$x + 10 = 30$$

बड़ा पाइप अकेले टैंक को 20 घंटे में भरेगा और छोटा पाइप अकेले टैंक को 30 घंटे में भरेगा।

अथवा

माना विमान की सामान्य गति x किमी/घंटा है

और विमान की घटी हुई गति $(x-200)$ किमी/घंटा है।

दूरी = 600 किमी [दिया गया]

(कम गति से लिया गया समय) - (अनुसूची समय) = 30 मिनट = 0.5 घंटे

$$\frac{600}{x-200} - \frac{600}{x} = \frac{1}{2}$$

जो सरलीकरण पर देता है:

$$x^2 - 200x - 240000 = 0$$

$$x^2 - 600x + 400x - 240000 = 0$$

$$x(x-600) + 400(x-600) = 0$$

$$(x-600)(x+400) = 0$$

$$x = 600 \text{ or } x = -400$$

लेकिन गति ऋणात्मक नहीं हो सकती।

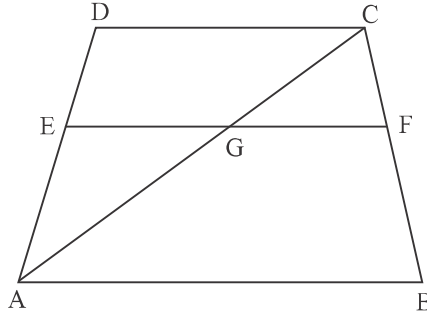
∴ सामान्य गति 600 किमी/घंटा है और

उड़ान की निर्धारित अवधि $\frac{600}{600} = 1$ है।

33. आकृति

दिया हुआ, सिद्ध करना है, रचना

उपपत्ति



मान लीजिए ABCD एक समलम्ब है जिसमें $DC \parallel AB$ है और EF एक रेखा है जो AB के समांतर है और इसलिए DC के समांतर है।

$$\text{सिद्ध करना है : } \frac{DE}{EA} = \frac{CF}{FB}$$

रचना : AC को मिलाए जो कि EF को G पर मिलता है।

उपपत्ति: $\triangle ABC$ में, $GF \parallel AB$

$$\therefore \frac{CG}{GA} = \frac{CF}{FB} \text{ [BPT द्वारा]} \quad \dots(1)$$

$\triangle ADC$ में, $EG \parallel DC$ ($EF \parallel AB$ और $AB \parallel DC$)

$$\therefore \frac{CG}{GA} = \frac{DF}{FA} \text{ [BPT द्वारा]} \quad \dots(2)$$

(1) और (2) से, हम प्राप्त करते हैं,

$$\frac{DE}{EA} = \frac{CF}{FB}$$

34. बेलन के आधार की त्रिज्या (r) = 2.8 मी = शंकु के आधार की त्रिज्या (r)

बेलन की ऊँचाई (h) = 3.5 मी

शंकु की ऊँचाई (H) = 2.1 मी

$$\text{शंक्वाकार भाग की तिर्यक ऊँचाई} = \sqrt{(2.8)^2 + (2.1)^2}$$

$$= \sqrt{7.84 + 4.41}$$

$$= \sqrt{12.25} = 3.5 \text{ मी}$$

तम्बू बनाने के लिए प्रयुक्त कैनवास का क्षेत्रफल = बेलन का CSA + शंकु का CSA

$$= 2 \times \pi \times 2.8 \times 3.5 + \pi \times 2.8 \times 3.5$$

$$= 61.6 + 30.8$$

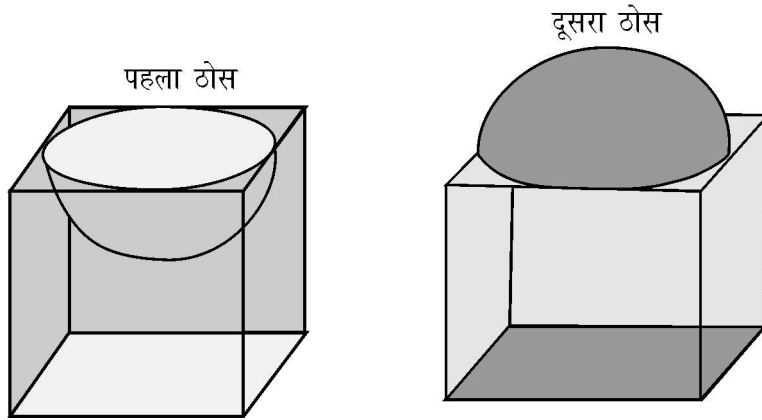
$$= 92.4 \text{ वर्ग मीटर}$$

$$\text{₹120 प्रति वर्ग मी की दर से 1500 टेंट की लागत} = 1500 \times 120 \times 92.4$$

$$= \text{₹16,632,000}$$

$$\text{टेंट लगाने के लिए प्रत्येक स्कूल का हिस्सा} = \frac{16632000}{50} = \text{₹332,640}$$

अथवा



$$(i) \text{ पहले नए ठोस के लिए } SA (S_1) = 6 \times 7 \times 7 + 2 \pi \times 3.5^2 - \pi \times 3.5^2$$

$$= 294 + 77 - 38.5$$

$$= 332.5 \text{ वर्ग सेमी}$$

$$\text{दूसरे नए ठोस के लिए SA (S}_2\text{)} = 6 \times 7 \times 7 + 2\pi \times 3.5^2 - \pi \times 3.5^2$$

$$= 294 + 77 - 38.5$$

$$= 332.5 \text{ वर्ग सेमी}$$

$$\text{तो } S_1 : S_2 = 1:1$$

$$(ii) \text{ पहले नए ठोस का आयतन (V}_1\text{)} = 7 \times 7 \times 7 - \frac{2}{3}\pi \times 3.5^3$$

$$= 343 - \frac{539}{6} = \frac{1519}{6} \text{ घन सेमी}$$

$$\text{दूसरे नए ठोस का आयतन (V}_2\text{)} = 7 \times 7 \times 7 + \frac{2}{3}\pi \times 3.5^3$$

$$= 343 + \frac{539}{6} = \frac{2597}{6} \text{ घन सेमी}$$

35. माध्यक = 525, इसलिए माध्यक वर्ग = 500 – 600

वर्ग अंतराल	बारंबारता	संचायी बारंबारता
0-100	2	2
100-200	5	7
200-300	x	7 + x
300-400	12	19 + x
400-500	17	36 + x
500-600	20	56 + x
600-700	y	56 + x + y
700-800	9	65 + x + y
800-900	7	72 + x + y
900-1000	4	76 + x + y

$$76 + x + y = 100 \Rightarrow x + y = 24 \quad \dots(i)$$

$$\text{माध्यक} = l + \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \times h$$

$$525 = 500 + \frac{50 - (36 + x)}{20} \times 100$$

$$\Rightarrow x = 9$$

$$(i) \text{ से, } y = 24 - 9 = 15$$

36. (i) B (1, 2) और F(-2, 9)

$$\begin{aligned} BF^2 &= \sqrt{(-2-1)^2 + (9-2)^2} \\ &= \sqrt{58} \text{ इकाई} \end{aligned}$$

(ii) W(-6, 2), X(-4, 0), O(5, 9), P(3, 11)

WXOP एक आयत है।

$$\text{XO या WP का मध्य बिंदु} = \left(\frac{-6+5}{2}, \frac{2+9}{2} \right)$$

$$= \left(\frac{-1}{2}, \frac{11}{2} \right)$$

(iii) A(-2, 2), G(-4, 7)

माना y-अक्ष पर बिंदु Z(0, y) है।

$$AZ^2 = GZ^2$$

$$(0+2)^2 + (y-2)^2 = (0+4)^2 + (y-7)^2$$

$$\Rightarrow y = 5.7$$

\therefore अभीष्ट बिंदु (0, 5.7) है।

अथवा

$$A(-2, 2), F(-2, 9), G(-4, 7), H(-4, 4)$$

$$GH = 7 - 4 = 3 \text{ इकाई}$$

$$AF = 9 - 2 = 7 \text{ इकाई}$$

$$\text{समलंब AFGH की ऊँचाई} = 2 \text{ इकाई}$$

$$\text{AFGH का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2}(7 + 3) \times 2$$

$$= 10 \text{ वर्ग इकाई}$$

37. (i) चूँकि प्रत्येक पंक्ति में 10 सीटों की वृद्धि हो रही है, इसलिए यह एक AP है जिसका प्रथम पद $a = 30$ है, और सार्व अंतर $d = 10$ है।

$$\begin{aligned} \text{तो 10वीं पंक्ति में सीटों की संख्या} &= a_{10} = a + 9d \\ &= 30 + 9 \times 10 = 120 \end{aligned}$$

$$(ii) S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$\Rightarrow 1500 = \frac{n}{2}(2 \times 30 + (n-1) \times 10)$$

$$\Rightarrow n^2 + 5n - 300 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 + 20n - 15n - 300 = 0$$

$$\Rightarrow (n+20)(n-15) = 0$$

ऋणात्मक मान को अस्वीकार करते हुए, $n = 15$

अथवा

10वीं पंक्ति में पहले से रखी गई सीटों की संख्या $= S_{10}$

$$S_{10} = \frac{10}{2}\{2 \times 30 + (10-1) \times 10\}$$

$$= 5(60 + 90) = 750$$

तो, अभी भी सीटों की संख्या $1500 - 750 = 750$ लगाने की आवश्यकता है।

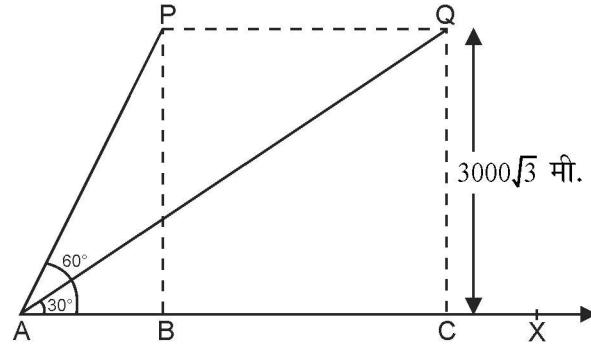
(iii) यदि पंक्तियों की संख्या = 17 तो बीच की पंक्ति 9वीं पंक्ति है

$$a_9 = a + 8d$$

$$= 30 + 80$$

$$= 110$$

38. (i)



$3000\sqrt{3}$ मी की ऊँचाई पर उड़ने वाले विमान की दो स्थितियाँ P और Q हैं। A अवलोकन का बिंदु है।

$$(ii) \Delta PAB \text{ में, } \tan 60^\circ = \frac{PB}{AB}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{3000\sqrt{3}}{AB}$$

$$\Rightarrow AB = 3000 \text{ मी}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{QC}{AC}$$

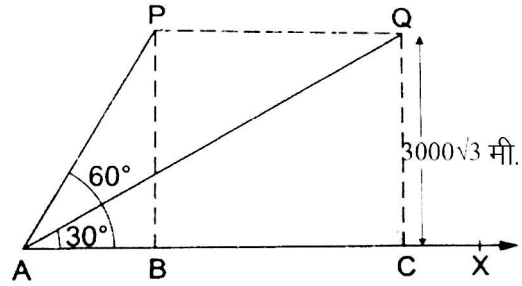
$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3000\sqrt{3}}{AC}$$

$$\Rightarrow AC = 9000 \text{ मी}$$

$$\text{तय की गई दूरी} = 9000 - 3000$$

$$= 6000 \text{ मी}$$

अथवा



$$\Delta PAB \text{ में } \tan 60^\circ = \frac{PB}{AB}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{3000\sqrt{3}}{AB}$$

$$\Rightarrow AB = 3000 \text{ मी}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{RD}{AD}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{3000\sqrt{3}}{AD}$$

$$\Rightarrow AD = 3000\sqrt{3} \text{ मी}$$

$$\text{तय की गई दूरी} = 3000\sqrt{3} - 3000$$

$$= 3000(\sqrt{3} - 1) \text{ मी}$$

$$(iii) \text{ चाल} = \frac{6000}{30}$$

$$= 200 \text{ मी/सेकंड}$$

$$= 200 \times \frac{3600}{1000}$$

$$= 720 \text{ किमी/घंटा}$$

अभ्यास प्रश्न पत्र-2

कक्षा-10 सत्र-2022-23

विषय-गणित

समय: 3 घंटे

अधिकतम अंक : 80

सामान्य निर्देश

1. इस प्रश्न पत्र में 5 खंड अ, ब, स, द और ई हैं।
2. खंड अ में 20 बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQ) हैं, जिनमें से प्रत्येक में 1 अंक है।
3. खंड ब में 5 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक में 02 अंक है।
4. खंड स में 6 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक के 03 अंक है।
5. खंड द में से 4 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक में 05 अंक है।
6. खंड ई में मूल्यांकन की 3 केस आधारित एकीकृत इकाइयाँ हैं (प्रत्येक में 04 अंक) क्रमशः 1, 1 और 2 अंकों के मूल्यों के उपभागों के साथ हैं।
7. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। हालांकि, 5 अंकों के 2 प्रश्न, 3 अंकों के 2 प्रश्न और 2 अंकों के 2 प्रश्नों में एक आंतरिक विकल्प प्रदान किया गया है। खंड ई के 2 अंकों के प्रश्नों में एक आंतरिक विकल्प प्रदान किया गया है।
8. जहां कभी भी आवश्यक हो, साफ-सुथरे चित्र बनाइएँ। यदि बताया नहीं गया हो तो $\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए।

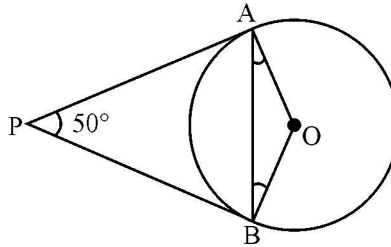
खंड अ

खंड अ में 20 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक में 1 अंक है।

1. यदि दो धनात्मक पूर्णांक p और q को $p = ab^2$ और $q = a^3b$ के रूप में व्यक्त किया जा सकता है जहाँ a, b अभाज्य संख्याएँ हों, तो LCM (p, q) का मान होगा:
(a) ab (b) a^2b^2 (c) a^3b^2 (d) a^3b^3
2. वह अधिकतम संभव गति क्या है जिस पर एक व्यक्ति पूरे पूरे घंटों में 52 किमी और 91 किमी चल सकता है?

- (a) 17 किमी/घंटा (b) 7 किमी/घंटा
 (c) 13 किमी/घंटा (d) 26 किमी/घंटा
3. यदि द्विघात बहुपद $x^2 + 3x + k$ का एक शून्य 2 है, तो k का मान है:
 (a) 10 (b) -10 (c) 5 (d) -5
4. आलेखीय रूप से, दिए गए समीकरण युग्म
 $6x - 3y + 10 = 0$
 $2x - y + 9 = 0$
 दो रेखाओं को निरूपित करता है जो:
 (a) ठीक एक बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती हैं
 (b) समानांतर
 (c) संयोग
 (d) ठीक दो बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करना
5. यदि द्विघात समीकरण $x^2 + 4x + k = 0$ के मूल वास्तविक और समान हैं, तो:
 (a) $k < 4$ (b) $k > 4$
 (c) $k = 4$ (d) $k \geq 4$
6. शीर्ष $(0, 4)$, $(0, 0)$ और $(3, 0)$ वाले त्रिभुज का परिमाण है:
 (a) 5 इकाई (b) 12 इकाई
 (c) 11 इकाई (d) $(7 + \sqrt{5})$ इकाई
7. यदि त्रिभुज ABC और DEF में, $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{FD}$ है, तो वे समरूप होंगे जब
 (a) $\angle B = \angle E$ (b) $\angle A = \angle D$
 (c) $\angle B = \angle D$ (d) $\angle A = \angle F$

8. बिंदुओं (5, - 6) और (-1, - 4) को मिलाने वाले रेखाखंड को y-अक्ष किस अनुपात में विभाजित करता है?
- (a) 1 : 5 (b) 5 : 1
(c) 1 : 1 (d) 1 : 2
9. आकृति में, यदि केंद्र O वाले वृत्त पर PA और PB इस प्रकार स्पर्श रेखाएँ हैं कि $\angle APB = 50^\circ$ है, तो $\angle OAB$ बराबर है:



- (a) 25° (b) 30° (c) 40° (d) 50°
10. यदि $\sin A = \frac{1}{2}$ है, तो $\sec A$ का मान होगा:
- (a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (c) $\sqrt{3}$ (d) 1
11. $\sqrt{3} \cos^2 A + \sqrt{3} \sin^2 A$ का मान होगा:
- (a) 1 (b) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (c) $\sqrt{3}$ (d) 0
12. $\cos 1^\circ \cos 2^\circ \cos 3^\circ \cos 4^\circ \dots \cos 90^\circ$ का मान होगा:
- (a) 1 (b) 0 (c) -1 (d) 2
13. यदि एक वृत्त का परिमाण एक वर्ग के परिमाण के बराबर है, तो उनके क्षेत्रफलों का अनुपात होगा:
- (a) 22: 7 (b) 14:11 (c) 7: 22 (d) 11:14

14. यदि दो वृत्तों की त्रिज्याएँ 4 : 3 के अनुपात में हैं, तो उनका क्षेत्रफल का अनुपात होगा:

- (a) 4:3 (b) 8 : 3 (c) 16:9 (d) 9:16

15. 7 सेमी. त्रिज्या वाले एक ठोस अर्धगोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल है:

- (a) 447π वर्ग सेमी. (b) 239π वर्ग सेमी.
(c) 174π वर्ग सेमी. (d) 147π वर्ग सेमी.

16. निम्नलिखित वितरण के लिए:

कक्षा	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25
बारंबारता	10	15	12	20	9

बहुलक वर्ग की ऊपरी सीमा है:

- (a) 10 (b) 15 (c) 20 (d) 25

17. यदि निम्नलिखित वितरण का माध्य 2.6 है, तो y का मान होगा:

चर (x)	1	2	3	4	5
बारंबारता	4	5	y	1	2

- (a) 3 (b) 8 (c) 13 (d) 24

18. 52 ताश के पत्तों के एक अच्छी तरह से फेरबदल किए गए डेक से यादृच्छिक रूप से एक कार्ड का चयन किया जाता है। इसके लाल चेहरे वाला कार्ड होने की संभावना होगी:

- (a) $\frac{3}{26}$ (b) $\frac{3}{13}$ (c) $\frac{2}{13}$ (d) $\frac{1}{2}$

प्रश्न 19 और 20 के लिए निर्देश: प्रश्न संख्या 19 और 20 में, अभिकथन (A) के एक कथन के बाद कारण (R) का कथन दिया गया है। सही विकल्प चुनें।

19. **अभिकथन (A):** यदि 510 और 92 का HCF 2 है, तो 510 और 92 का LCM 32460 है।

कारण (R): $HCF(a,b) \times LCM(a,b) = a \times b$

- (a) दोनों अभिकथन (A) और कारण (R) सत्य हैं और कारण (R) अभिकथन (A) की सही व्याख्या है।
- (b) दोनों अभिकथन (A) और कारण (R) सत्य हैं लेकिन कारण (R) अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं है।
- (c) अभिकथन (A) सत्य है लेकिन कारण (R) असत्य है।
- (d) अभिकथन (A) असत्य है लेकिन कारण (R) सत्य है।
20. **अभिकथन (A):** बिन्दुओं A(2, -3) और B(5, 6) को मिलाने वाला रेखाखंड को आंतरिक रूप से x-अक्ष 1:2 में विभाजित करता है।

कारण (R): आंतरिक विभाजन का सूत्र $\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right)$ है।

- (a) दोनों अभिकथन (A) और कारण (R) सत्य हैं और कारण (R) अभिकथन (A) की सही व्याख्या है।
- (b) दोनों अभिकथन (A) और कारण (R) सत्य हैं लेकिन कारण (R) अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं है।
- (c) अभिकथन (A) सत्य है लेकिन कारण (R) असत्य है।
- (d) अभिकथन (A) असत्य है लेकिन कारण (R) सत्य है।

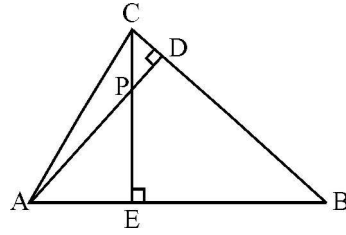
खंड ब

खंड ब में 5 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक में 02 अंक हैं।

21. k के किन मानों के लिए निम्नलिखित रैखिक समीकरण युग्म के अपरिमित रूप से अनेक हल होंगे?
- $$kx + 3y - (k-3) = 0$$
- $$12x + ky - k = 0$$
22. आकृति में, ΔABC के शीर्षलंब AD और CE परस्पर बिंदु P पर प्रतिच्छेद करते हैं। दर्शाइए कि:

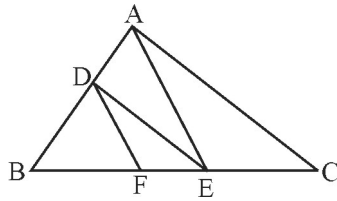
(i) $\triangle ABD \sim \triangle CBE$

(ii) $\triangle PDC \sim \triangle BEC$



[अथवा]

आकृति में, $DE \parallel AC$ और $DF \parallel AE$ हैं। सिद्ध कीजिए कि $\frac{BF}{FE} = \frac{BE}{EC}$ है।



23. दो संकेंद्रित वृत्तों की त्रिज्याएँ 5 सेमी और 3 सेमी हैं। बड़े वृत्त की उस जीवा की लंबाई ज्ञात कीजिए जो छोटे वृत्त को स्पर्श करती है।
24. यदि $\cot \theta = \frac{7}{8}$ है, तो $\frac{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}{(1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta)}$ का मान ज्ञात कीजिए।
25. 14 सेमी त्रिज्या वाले एक वृत्त के चतुर्थांश का परिमाप ज्ञात कीजिए।

[अथवा]

एक वृत्त का व्यास ज्ञात कीजिए जिसका क्षेत्रफल, 24 सेमी और 7 सेमी त्रिज्या वाले दो वृत्तों के क्षेत्रफलों के योग के बराबर है।

खंड स

खंड स में 6 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक के 03 अंक हैं।

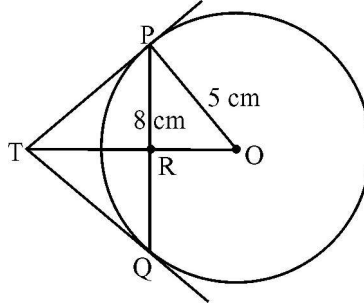
26. सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

27. द्विघात बहुपद $6x^2 - 3 - 7x$ के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों और गुणांकों के बीच संबंध सत्यापित कीजिए।
28. एक दुकानदार पढ़ने के लिए किराए पर किताबें देती है। वह पहले दो दिनों के लिए नियत किराया लेती है और उसके बाद प्रत्येक दिन के लिए एक अतिरिक्त किराया लेती है। लतिका ने छह दिनों के लिए रखी एक किताब के लिए ₹ 22 का भुगतान किया, जबकि आनंद ने चार दिनों के लिए रखी गई किताब के लिए ₹ 16 का भुगतान किया। नियत किराया और प्रत्येक अतिरिक्त दिन का किराया ज्ञात कीजिए।

[अथवा]

एक राजमार्ग पर दो स्थान A और B, 100 किमी की दूरी पर हैं। एक कार A से और दूसरी B से एक ही समय पर चलना शुरू करती है। यदि ये कारें भिन्न-भिन्न चालों से एक ही दिशा में चलती हैं, तो वे 5 घंटे पश्चात मिलती हैं। यदि वे एक-दूसरे की ओर यात्रा करते हैं, तो वे 1 घंटे में मिलते हैं। दोनों कारों की चाल क्या होगी?

29. आकृति में, 5 सेमी त्रिज्या के एक वृत्त की 8 सेमी लम्बी जीवा PQ है। P और Q पर स्पर्श रेखाएँ परस्पर एक बिंदु T पर प्रतिच्छेद करती हैं। TP की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



30. सिद्ध कीजिए कि $\frac{\tan \theta}{1 - \cot \theta} + \frac{\cot \theta}{1 - \tan \theta} = 1 + \sec \theta \operatorname{cosec} \theta$ है।

[अथवा]

यदि $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{3}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\tan \theta + \cot \theta = 1$ है।

31. एक ही समय में दो पासे फेंके जाते हैं। क्या प्रायिकता है कि पासे के शीर्ष पर आने वाली दो संख्याओं का जोड़
- (i) 8 हो?
- (ii) 13 हो?
- (iii) 12 से कम या उसके बराबर हो?

खंड द

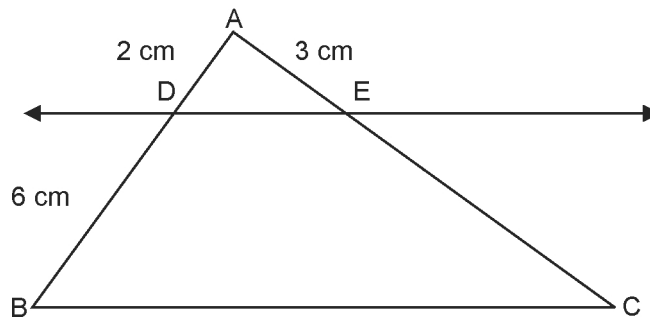
खंड द में 4 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक में 05 अंक हैं।

32. मैसूर और बैंगलोर के बीच 132 किमी यात्रा करने में एक एक्सप्रेस रेलगाड़ी, सवारी रेलगाड़ी से 1 घंटा समय कम लेती है। (मध्य के स्टेशनों पर ठहरने का समय ध्यान में न लिया जाए)। यदि एक्सप्रेस रेलगाड़ी की औसत चाल, सवारी रेलगाड़ी की औसत गति से 11 किमी/घंटा अधिक है, तो दोनों रेलगाड़ियों की औसत चाल ज्ञात कीजिए।

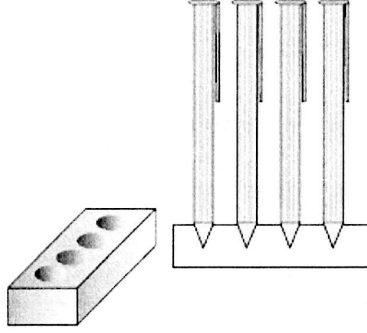
[अथवा]

एक मोटर बोट, जिसकी स्थिर जल में चाल 18 किमी/घंटा है, 24 किमी धारा के प्रतिकूल जाने में, वह दूरी धारा के अनुकूल जाने की अपेक्षा 1 घंटा अधिक लेती है। धारा की चाल ज्ञात कीजिए।

33. सिद्ध कीजिए कि यदि एक त्रिभुज की एक भुजा के समांतर अन्य दो भुजाओं को भिन्न-भिन्न बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करने के लिए एक रेखा खींची जाए, तो ये अन्य दो भुजाएँ एक ही अनुपात में विभाजित हो जाती हैं। उपरोक्त प्रमेय का उपयोग करके आकृति में EC ज्ञात कीजिए यदि $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ है।

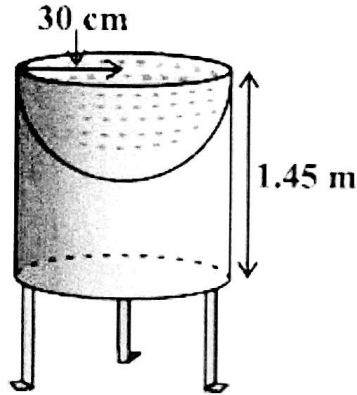


34. एक कलमदान घनाभ के आकार की एक लकड़ी से बना है जिसमें कलम रखने के लिए चार शंक्वाकार गड्ढे बने हुए हैं। घनाभ की विमाएं 15 सेमी \times 10 सेमी \times 3.5 सेमी हैं। प्रत्येक गड्ढे की त्रिज्या 0.5 सेमी है और गहराई 1.4 सेमी है। पूरे कलमदान में लकड़ी का आयतन ज्ञात कीजिए।



[अथवा]

- रमेश ने अपने बगीचे के लिए एक पक्षी स्नानागार बनाया जिसका आकार एक खोखले बेलन जैसे है जिसके एक सिरे पर अर्धगोलाकार बर्तन बना हुआ है। बेलन की ऊँचाई 1.45 मीटर है और उसकी त्रिज्या 30 सेमी है। पक्षी-स्नानागार का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



35. एक जीवन बीमा एजेंट ने 100 पॉलिसी धारकों की आयु के बंटन के निम्नलिखित आँकड़े ज्ञात करता है। औसत आयु की गणना कीजिए, यदि पॉलिसी केवल उन्हीं व्यक्तियों को दी जाती है, जिनकी आयु 18 वर्ष या उससे अधिक हो, परन्तु 60 वर्ष से कम हो।

आयु (वर्षों में)	पॉलिसी धारकों की संख्या
20 से कम	2
20-25	4
25-30	18
30-35	21
35-40	33
40-45	11
45-50	3
50-55	6
55-60	2

खंड ई

केस स्टडी आधारित प्रश्न अनिवार्य हैं।

36. केस स्टडी - 1

अप्रैल से जून 2022 के महीने में, भारत से यात्री कारों के निर्यात में 2021-22 की इसी तिमाही में 26% की वृद्धि हुई, एक रिपोर्ट के अनुसार। एक कार निर्माण कंपनी ने चौथे वर्ष में 1800 कारों और 8वें वर्ष में 2600 कारों का उत्पादन करने की योजना बनाई। यह मानते हुए कि उत्पादन हर साल एक निश्चित संख्या से समान रूप से बढ़ता है।



उपरोक्त जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

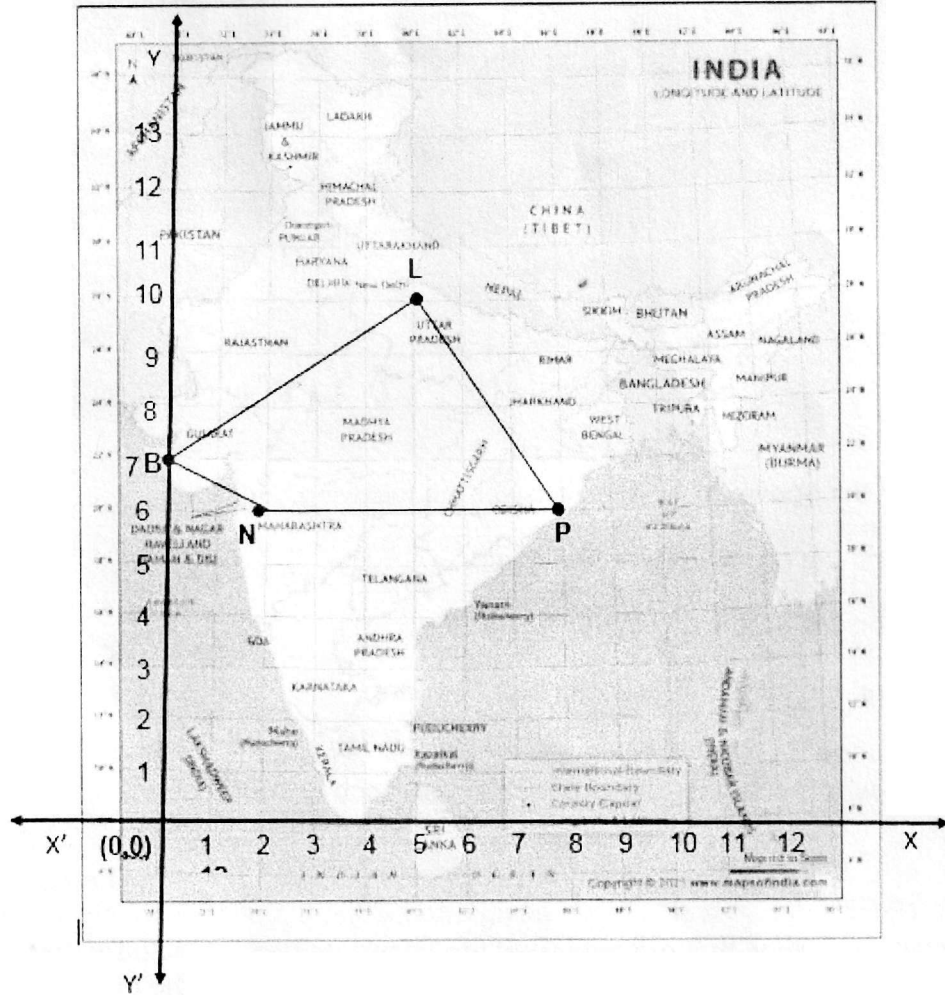
- I. पहले वर्ष में कारों के उत्पादन का पता लगाएं।
- II. 12वें वर्ष में कारों का उत्पादन ज्ञात कीजिए।
- III. पहले 10 वर्षों में कारों का कुल उत्पादन ज्ञात कीजिए।

[अथवा]

किस वर्ष में कारों का कुल उत्पादन 15,000 कारों तक पहुंच जाएगा?

37. केस स्टडी-2

जीपीएस में, पूर्व-पश्चिम चलने वाली रेखाएं अक्षांश रेखाएं कहलाती हैं, और उत्तर-दक्षिण



चलने वाली रेखाएं देशांतर रेखाएं कहलाती हैं। किसी स्थान का अक्षांश और देशांतर उसके निर्देशांक होते हैं और दो स्थानों के बीच की दूरी ज्ञात करने के लिए दूरी सूत्र का उपयोग किया जाता है। दो समांतर रेखाओं के बीच की दूरी लगभग 150 किमी है। उत्तर प्रदेश के एक परिवार ने भुज (B) और नासिक (N) के माध्यम से लखनऊ (L) से पुरी (P) तक एक गोल यात्रा की योजना बनाई, जैसा कि दिए गए चित्र में दिखाया गया है। उपरोक्त जानकारी के आधार पर निर्देशांक ज्यामिति का प्रयोग करते हुए निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

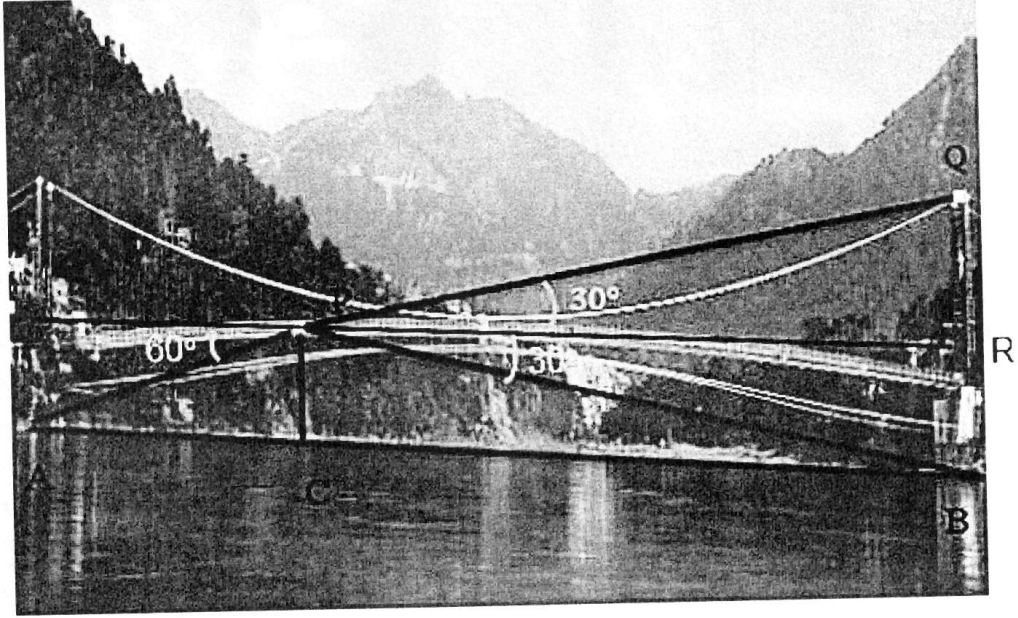
- I. लखनऊ (L) से भुज (B) के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।
- II. यदि कोटा (K), लखनऊ (L) से भुज (B) को मिलाने वाले रेखाखंड को 3 : 2 में आंतरिक रूप से विभाजित करता है, तो कोटा (K) का निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
- III. लखनऊ (L), नासिक (N) और पुरी (P) स्थानों से बने त्रिभुज के प्रकार का नाम बताइए।

[अथवा]

देशांतर (y -अक्ष) पर एक ऐसा स्थान (बिंदु) ज्ञात कीजिए जो लखनऊ (L) और पुरी (P) बिंदुओं से समान दूरी पर हो।

38. केस स्टडी - 3

लक्ष्मण झूला भारतीय राज्य उत्तराखंड में ऋषिकेश शहर से 5 किलोमीटर उत्तर-पूर्व में स्थित है। यह पुल तपोवन के गांवों को जोंक से जोड़ता है। तपोवन नदी के पश्चिमी तट पर टिहरी गढ़वाल जिले में है, जबकि जोंक पूर्वी तट पर पौड़ी गढ़वाल जिले में है। लक्ष्मण झूला एक पैदल पुल है जिसका उपयोग मोटरबाइकों द्वारा भी किया जाता है। यह ऋषिकेश का एक मील का पत्थर है। दसवीं कक्षा के छात्रों के एक समूह ने उत्तराखंड के ऋषिकेश का दौरा किया। उन्होंने नदी के पुल पर एक बिंदु (P) से देखा कि नदी के विपरीत किनारों के अवनमन कोण क्रमशः 60° और 30° हैं। पुल की ऊंचाई नदी से करीब 18 मीटर है।



उपरोक्त जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

- I. दूरी PA ज्ञात कीजिए।
- II. दूरी PB ज्ञात कीजिए।
- III. नदी की चौड़ाई AB ज्ञात कीजिए।

[अथवा]

यदि P से Q तक का उन्नयन कोण 30° है, तो BQ की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

विषय गणित

कक्षा - X

अभ्यास प्रश्न पत्र-1 हल सहित उत्तर

समय: 3 घंटे

अधिकतम अंक : 80

खंड अ

- 1 (c) a^3b^2
- 2 (c) 13 किमी/घंटा
- 3 (b) -10
- 4 (b) समांतर
- 5 (c) $k = 4$
- 6 (b) 12 इकाई
- 7 (c) $\angle B = \angle D$
- 8 (b) 5 : 1
- 9 (a) 25°
10. (a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
11. (c) $\sqrt{3}$
- 12 (b) 0
- 13 (b) 14:11
- 14 (c) 16:9
- 15 (d) 147π वर्ग सेमी
- 16 (c) 20

17 (b) 8

18. (a) $\frac{3}{26}$

19. (d) अभिकथन (A) गलत है लेकिन कारण (R) सत्य है।

20. (a) दोनों अभिकथन (A) और कारण (R) सत्य हैं और कारण (R) अभिकथन (A) का सही व्याख्या है।

खंड ब

21. रैखिक समीकरण युग्म के लिए अनंत रूप से अनेक हल होंगे यदि

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow \frac{k}{12} = \frac{3}{k} = \frac{k-3}{k}$$

$$\frac{k}{12} = \frac{3}{k} \Rightarrow k^2 = 36 \Rightarrow k = \pm 6$$

$$\text{और } \frac{3}{k} = \frac{k-3}{k} \Rightarrow k^2 - 6k = 0 \Rightarrow k = 0, 6$$

अंतः k का मान जो दोनों शर्तों को पूरा करता है, $k = 6$ है।

22. (i) $\triangle ABD$ और $\triangle CBE$ में

$$\angle ADB = \angle CEB = 90^\circ$$

$$\angle ABD = \angle CBE \text{ (उभयनिष्ठ कोण)}$$

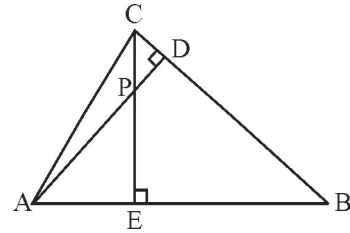
$$\Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle CBE \text{ (AA मानदंड)}$$

(ii) $\triangle PDC$ और $\triangle BEC$ में

$$\angle PDC = \angle BEC = 90^\circ$$

$$\angle PCD = \angle BCE \text{ (उभयनिष्ठ कोण)}$$

$$\Rightarrow \triangle PDC \sim \triangle BEC \text{ (AA मानदंड)}$$

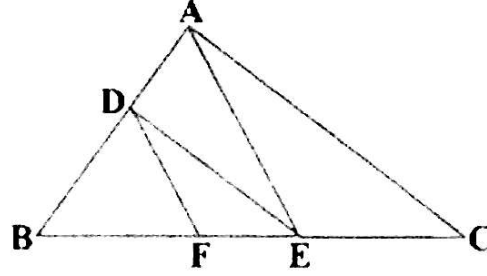


[अथवा]

$\triangle ABC$ में $DE \parallel AC$ है।

$$\frac{BD}{AD} = \frac{BE}{EC} \dots (i) \text{ (आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से)}$$

$\triangle ABE$ में $DF \parallel AE$ है।



$$\frac{BD}{AD} = \frac{BF}{FE} \dots (ii) \text{ (आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से)}$$

(i) और (ii) से

$$\frac{BD}{AD} = \frac{BE}{EC} = \frac{BF}{FE}$$

इसी प्रकार $\frac{BF}{FE} = \frac{BE}{EC}$

23. मान लीजिए कि क्रमशः 5 सेमी और 3 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त का संकेंद्रित केंद्र O हैं। मान लीजिए AB बड़े वृत्त की एक जीवा है जो छोटे वृत्त को P पर स्पर्श करती है।

तो $AP = PB$ और $OP \perp AB$ हैं।

$\triangle OPA$ में पाइथागोरस प्रमेय द्वारा हमें प्राप्त हुआ,

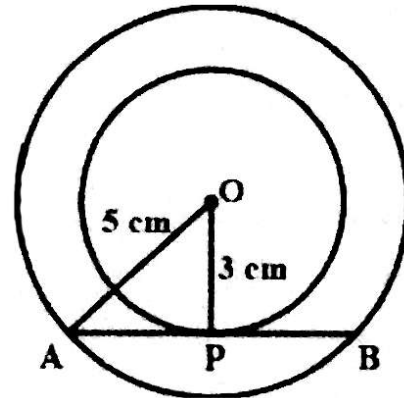
$$OA^2 = OP^2 + AP^2 \Rightarrow 25 = 9 + AP^2$$

$$\Rightarrow AP^2 = 16 \Rightarrow AP = 4 \text{ सेमी}$$

$$\therefore AB = 2AP = 8 \text{ सेमी}$$

24.
$$\frac{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}{(1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta)} = \frac{(1 - \sin^2 \theta)}{(1 - \cos^2 \theta)}$$

$$= \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \left(\frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right)^2$$



$$= \cot^2\theta$$

$$= \left(\frac{7}{8}\right)^2 = \frac{49}{64}$$

25. चतुर्थांश का परिमाण = $2r + \frac{1}{4} \times 2\pi r$

$$\Rightarrow 2 \times 14 + \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 14$$

$$\Rightarrow 28 + 22 = 28 + 22 = 50 \text{ सेमी}$$

[अथवा]

वृत्त का क्षेत्रफल = पहले वृत्त का क्षेत्रफल + दूसरे वृत्त का क्षेत्रफल

$$\Rightarrow \pi R^2 = \pi(r_1)^2 + \pi(r_2)^2$$

$$\Rightarrow \pi R^2 = \pi(24)^2 + \pi(7)^2 \Rightarrow \pi R^2 = 576\pi + 49\pi$$

$$\Rightarrow \pi R^2 = 625\pi \Rightarrow R = 25$$

अतः वृत्त का व्यास = $2R = 50$ सेमी है।

खंड स

26. आइए हम इसके विपरीत यह मान लें कि $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है। तो, हम ऐसे पूर्णांक

a और b ($\neq 0$) प्राप्त कर सकते हैं कि $\sqrt{5} = \frac{a}{b}$ है। (माना a और b सहभाज्य हैं)

$$\text{अतः } a = \sqrt{5}b \Rightarrow a^2 = 5b^2$$

यहाँ 5 एक अभाज्य संख्या है जो 'a²' को विभाजित करती है, फिर 5, 'a' को भी विभाजित करती है।

(प्रमेय "यदि a एक अभाज्य संख्या है और यदि a, p^2 को विभाजित करता है, तो a, p को विभाजित करता है, जहाँ a एक धनात्मक पूर्णांक है" का प्रयोग करते हुए)

अतः 5, 'a' का गुणनखंड है।

अतः हम $a = 5c$ लिख सकते हैं, जहाँ c एक पूर्णांक है। $a = 5c$ को रखने पर

$$(5c)^2 = 5b^2 \Rightarrow 5c^2 = b^2$$

इसका मतलब है कि 5, ' b^2 ' को विभाजित करती है, फिर 5, ' b ' को भी विभाजित करती है। (प्रमेय "यदि a एक अभाज्य संख्या है और यदि a, p^2 को विभाजित करता है, तो a, p को विभाजित करता है, जहाँ a एक धनात्मक पूर्णांक है" का प्रयोग करते हुए)

अतः a और b में कम से कम एक उभयनिष्ठ गुणनखंड 5 है।

परन्तु इससे इस तथ्य का विरोधाभास प्राप्त होता है कि a और b सहभाज्य हैं।

हमें यह विरोधाभास अपनी त्रुटिपूर्ण कल्पना के कारण प्राप्त हुआ है कि $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है। अतः हम निष्कर्ष निकालते हैं कि $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

$$27. \quad 6x^2 - 7x - 3 = 0 \Rightarrow 6x^2 - 9x + 2x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow 3x(2x-3) + 1(2x-3) = 0 \Rightarrow (2x-3)(3x+1) = 0$$

$$\Rightarrow 2x-3 = 0 \text{ और } 3x+1=0$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ और } x = \frac{-1}{3}$$

अतः द्विघात बहुपदों के शून्यक $x = \frac{3}{2}$ और $x = \frac{-1}{3}$ हैं।

सत्यापन के लिए,

$$\text{शून्यकों का योगफल} = \frac{x \text{ का गुणांक}}{x^2 \text{ का गुणांक}} \Rightarrow \frac{3}{2} + \frac{-1}{3} = -\frac{(-7)}{6} \Rightarrow \frac{7}{6} = \frac{7}{6}$$

$$\text{शून्यकों का गुणनफल} = \frac{x \text{ का गुणांक}}{x^2 \text{ का गुणांक}} \Rightarrow \frac{3}{2} \times \frac{-1}{3} = -\frac{(-3)}{6} \Rightarrow \frac{-1}{2} = \frac{-1}{2}$$

इसलिए, शून्यकों और उनके गुणांक के बीच संबंध सत्यापित है।

28. माना नियत किराया और प्रत्येक अतिरिक्त दिन का किराया क्रमशः ₹ x और ₹ y प्रतिदिन हैं।

लतिका के लिए दिनों की संख्या = $6 = 2 + 4$

इसलिए, किराया $x + 4y = 22$

$$x = 22 - 4y \dots(1)$$

आनंद के लिए दिनों की संख्या $= 4 = 2 + 2$

इसलिए, किराया $x + 2y = 16$

$$x = 16 - 2y \dots(2)$$

समीकरण (1) और (2) की तुलना करने पर, हम प्राप्त करते हैं,

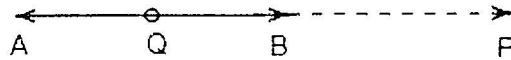
$$22 - 4y = 16 - 2y \Rightarrow 2y = 6 \Rightarrow y = 3$$

समीकरण (1) में $y = 3$ को प्रतिस्थापित करने पर, हम पाते हैं,

$$x = 22 - 4(3) \Rightarrow x = 22 - 12 \Rightarrow x = 10$$

नियत किराया और प्रत्येक अतिरिक्त दिन का किराया क्रमशः ₹ 10 और ₹ 3 प्रतिदिन है।

[अथवा]



$AB = 100$ किमी। हम जानते हैं कि दूरी = गति \times समय है।

$$AP - BP = 100 \Rightarrow 5x - 5y = 100 \Rightarrow x - y = 20 \dots(i)$$

$$AQ + BQ = 100 \Rightarrow x + y = 100 \dots(ii)$$

समीकरण (i) और (ii) को जोड़ने पर हम प्राप्त करते हैं

$$x - y + x + y = 20 + 100 \Rightarrow 2x = 120 \Rightarrow x = 60$$

समीकरण (ii) में $x = 60$ रखने पर हमें प्राप्त होता है, $60 + y = 100 \Rightarrow y = 40$

इसलिए, पहली कार की गति 60 किमी/घंटा है और दूसरी कार की गति 40 किमी/घंटा है।

29. चूँकि OT, PQ का लम्ब समद्विभाजक है।

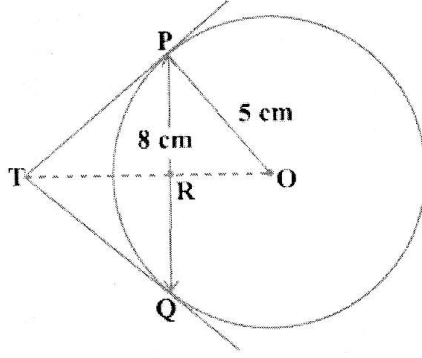
इसलिए, $PR = RQ = 4$ cm है।

$$\text{अब, } OR = \sqrt{OP^2 - PR^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \text{ cm}$$

$$\text{अब, } \angle TPR + \angle PRO = 90^\circ (\because \angle TPO = 90^\circ)$$

$$\text{और, } \angle TPR + \angle PRO = 90^\circ (\because \angle TPO = 90^\circ)$$

$$\text{इसलिए, } \angle RPO = \angle PTR$$



इसलिए, $\triangle TRP \sim \triangle PRO$ [समरूप त्रिभुजों के A-A नियम द्वारा]

$$\text{अतः } \frac{TP}{PO} = \frac{RP}{RO}$$

$$\Rightarrow \frac{TP}{5} = \frac{4}{3} \Rightarrow TP = \frac{20}{3} \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} 30. \text{ LHS} &= \frac{\tan \theta}{1 - \cot \theta} + \frac{\cot \theta}{1 - \tan \theta} = \frac{\tan \theta}{1 - \frac{1}{\tan \theta}} + \frac{\frac{1}{\tan \theta}}{1 - \tan \theta} \\ &= \frac{\tan^2 \theta}{\tan \theta - 1} + \frac{1}{\tan \theta(1 - \tan \theta)} \\ &= \frac{\tan^3 \theta - 1}{\tan \theta(\tan \theta - 1)} \\ &= \frac{(\tan \theta - 1)(\tan^2 \theta + \tan \theta + 1)}{\tan \theta(\tan \theta - 1)} \\ &= \frac{(\tan^2 \theta + \tan \theta + 1)}{\tan \theta} \\ &= \tan \theta + 1 + \cot \theta = 1 + \tan \theta + \cot \theta \\ &= 1 + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \end{aligned}$$

$$= 1 + \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta}$$

$$= 1 + \frac{1}{\sin \theta \cos \theta} = 1 + \sec \theta \operatorname{cosec} \theta = \text{RHS}$$

[अथवा]

$$\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{3} \Rightarrow (\sin \theta + \cos \theta)^2 = 3$$

$$\Rightarrow \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta = 3$$

$$\Rightarrow 1 + 2 \sin \theta \cos \theta = 3 \Rightarrow 2 \sin \theta \cos \theta = 2 \Rightarrow \sin \theta \cos \theta = 1$$

$$\text{Now } \tan \theta + \cot \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$= \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta}$$

$$= \frac{1}{\sin \theta \cos \theta} = \frac{1}{1} = 1$$

31. (i) $P(8) = \frac{5}{36}$

(ii) $P(13) = \frac{0}{36} = 0$

(iii) $P(12 \text{ से कम या बराबर}) = 1$

खंड द

32. माना सवारी रेलगाड़ी की औसत चाल = x किमी/घंटा

और एक्सप्रेस रेलगाड़ी की औसत चाल = (x + 11) किमी/घंटा

दिए गए आंकड़ों के अनुसार, एक्सप्रेस रेलगाड़ी द्वारा 132 किमी की दूरी तय करने में लगने वाला समय समान दूरी को कवर करने के लिए सवारी रेलगाड़ी से 1 घंटा कम है। इसलिए,

$$\frac{132}{x} - \frac{132}{x+11} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{132(x+11-x)}{x(x+11)} = 1 \Rightarrow \frac{132 \times 11}{x(x+11)} = 1$$

$$\Rightarrow 132 \times 11 = x(x+11) \Rightarrow x^2 + 11x - 1452 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 44x - 33x - 1452 = 0$$

$$\Rightarrow x(x+44) - 33(x+44) = 0 \Rightarrow (x+44)(x-33) = 0$$

$$\Rightarrow x = -44, 33$$

चूंकि चाल ऋणात्मक नहीं हो सकती, सवारी रेलगाड़ी की गति 33 किमी/घंटा होगी और एक्सप्रेस रेलगाड़ी की गति $33 + 11 = 44$ किमी/घंटा होगी।

[अथवा]

माना धारा की चाल = x किमी/घंटा

अतः धारा के प्रतिकूल मोटर बोट की चाल = $(18 - x)$ किमी/घंटा

और धारा के अनुकूल मोटर बोट की चाल = $(18 + x)$ किमी/घंटा

प्रश्नानुसार,

$$\Rightarrow \frac{24}{18-x} - \frac{24}{18+x} = 1$$

$$\Rightarrow 24 \left[\frac{1}{18-x} - \frac{1}{18+x} \right] = 1 \Rightarrow 24 \left[\frac{18+x-(18-x)}{(18-x)(18+x)} \right] = 1$$

$$\Rightarrow 24 \left[\frac{2x}{(18-x)(18+x)} \right] = 1 \Rightarrow x^2 + 48x - 324 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 54)(x - 6) = 0 \Rightarrow x = -54 ; k 6$$

चूंकि धारा की चाल कभी भी ऋणात्मक नहीं हो सकती है, धारा की गति 6 किमी/घंटा है।

33. आकृति

दिया हुआ, सिद्ध करना है, रचना

उपपत्ति

अनुप्रयोग

34. एक शंक्वाकार गड्ढे का आयतन = $\frac{1}{3} \times \pi r^2 h$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (0.5)^2 \times 1.4 = 0.366 \text{ cm}^3$$

$$\text{चार शंक्वाकार गड्ढे का आयतन} = 4 \times 0.366 = 1.464 \text{ cm}^3$$

$$\text{घनाभाकार बॉक्स का आयतन} = L \times B \times H$$

$$= 15 \times 10 \times 3.5 \text{ cm}^3 = 525 \text{ cm}^3$$

कलमदान में लकड़ी का आयतन = घनाभाकार बॉक्स का आयतन - चार शंक्वाकार गड्ढे का आयतन

$$= 525 \text{ cm}^3 - 1.464 \text{ cm}^3 = 523.5 \text{ cm}^3$$

[अथवा]

मान लीजिए कि बेलन की ऊँचाई h है और बेलन और अर्धगोले की उभयनिष्ठ त्रिज्या r है।

तब, कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = बेलन का CSA + अर्धगोले का CSA

$$= 27\pi rh + 2\pi r^2 = 27\pi r(h + r)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 30 (145 + 30) \text{cm}^2$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 30 \times 175 \text{cm}^2$$

$$= 33000 \text{cm}^2 = 3.3 \text{m}^2$$

35.

वर्ग-अन्तराल	पॉलिसी धारकों की संख्या (f)	संचयी बारंबारता (cf)
20 से कम	2	2
20-25	4	6
25-30	18	24
30-35	21	45
35-40	33	78
40-45	11	89
45-50	3	92
50-55	6	98
55-60	2	100

$$n = 100 \Rightarrow \frac{n}{2} = 50 \text{ इसलिए, माध्यक वर्ग} = 35 - 40,$$

$$\text{वर्ग माप, } h = 5, \text{ माध्यक वर्ग की निचली सीमा, } l = 35,$$

$$\text{बारंबारता } f = 33, \text{ संचयी बारंबारता } cf = 45$$

$$\Rightarrow \text{माध्यक} = l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right] \times h$$

$$\Rightarrow 35 + \left[\frac{50 - 45}{33} \right] \times 5$$

$$= 35 + \frac{25}{33} = 33 + 0.76$$

इसलिए, औसत आयु 35.76 वर्ष है

खंड ई

36. I. चूंकि उत्पादन हर साल एक निश्चित संख्या से समान रूप से बढ़ता है, इसलिए पहली, दूसरी, तीसरी... वर्ष AP बनाएंगे।

$$\text{तो, } a + 3d = 1800 \text{ और } a + 7d = 2600 \text{ हैं।}$$

$$\text{तो, } d = 200 \text{ और } a = 1200 \text{ हैं।}$$

$$\text{II. } t_{12} = a + 11d \Rightarrow t_{12} = 1200 + 11 \times 200$$

$$\Rightarrow t_{12} = 3400$$

$$\text{III. } S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] \Rightarrow S_{10} = \frac{10}{2}[2 \times 1200 + (10-1) \times 200]$$

$$\Rightarrow S_{10} = 5 \times [2400 + 1800]$$

$$\Rightarrow S_{10} = 5 \times 4200 = 21000$$

[अथवा]

माना n वर्षों में उत्पादन 31200 तक पहुंच जाएगा।

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = 31200 \Rightarrow \frac{n}{2}[2 \times 1200 + (n-1)200] = 31200$$

$$\Rightarrow n[12 + (n-1)] = 312$$

$$\Rightarrow n^2 + 11n - 312 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 + 24n - 13n - 312 = 0$$

$$\Rightarrow (n + 24)(n - 13) = 0$$

$$\Rightarrow n = 13 \text{ या } -24.$$

चूंकि n ऋणात्मक नहीं हो सकता तो $n = 13$ है।

37.

$$\text{I. } LB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \Rightarrow LB = \sqrt{(0 - 5)^2 + (7 - 10)^2}$$

$$LB = \sqrt{(-5)^2 + (-3)^2} \Rightarrow LB = \sqrt{25 + 9} \Rightarrow LB = \sqrt{34}$$

इसलिए दूरी $150\sqrt{34}$ किमी है।

$$\text{II. } \text{कोटा (K) का निर्देशांक } \left(\frac{3 \times 5 + 2 \times 0}{3 + 2}, \frac{3 \times 7 + 2 \times 10}{3 + 2} \right) \text{ है।}$$

$$\therefore \left(3, \frac{41}{5} \right)$$

$$\text{III. } L(5, 10), N(2, 6), P(8, 6)$$

$$LN = 5 \text{ इकाई}$$

$$NP = 4 \text{ इकाई}$$

$$PL = 5 \text{ इकाई}$$

$$\therefore LN = PL \neq NP$$

अतः $\triangle LNP$ एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

[अथवा]

मान लीजिए $A(0, b)$ y -अक्ष पर एक बिंदु है तो $AL = AP$ है।

$$AL^2 = AP^2$$

$$\Rightarrow (5-0)^2 + (10-b)^2 = (8-0)^2 + (6-b)^2$$

$$\Rightarrow (5)^2 + (10-b)^2 = (8)^2 + (6-b)^2$$

$$\Rightarrow 25 + 100 - 20b + b^2 = 64 + 36 - 12b + b^2 \Rightarrow 8b = 25 \Rightarrow b = \frac{25}{8}$$

अतः y-अक्ष पर निर्देशांक $\left(0, \frac{25}{8}\right)$ है।

38.

$$\text{I. } \sin 60^\circ = \frac{PC}{PA}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{18}{PA} \Rightarrow PA = 12\sqrt{3} \text{ मी.}$$

$$\text{II. } \sin 30^\circ = \frac{PC}{PB}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{18}{PB} \Rightarrow PB = 36 \text{ मी.}$$

$$\text{III. } \tan 60^\circ = \frac{PC}{AC} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{18}{AC} \Rightarrow AC = 6\sqrt{3} \text{ मी.}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{PC}{CB} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{18}{CB} \Rightarrow CB = 18\sqrt{3} \text{ मी.}$$

$$\text{चौड़ाई } AB = AC + CB = 6\sqrt{3} + 18\sqrt{3} = 24\sqrt{3} \text{ मी.}$$

[अथवा]

$RB = PC = 18$ मी. और $PR = CB = 18\sqrt{3}$ मी.

$$\tan 30^\circ = \frac{QR}{PR} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{QR}{18\sqrt{3}} \Rightarrow QR = 18 \text{ मी.}$$

$$QB = QR + RB = 18 + 18 = 36 \text{ मी.}$$

अतः ऊँचाई BQ 36 मी. है।

अभ्यास प्रश्न पत्र - III

कक्षा- X सत्र 2022-23

विषय - गणित

निर्धारित समय: 3 घंटे

अधिकतम अंक 80

सामान्य निर्देश:

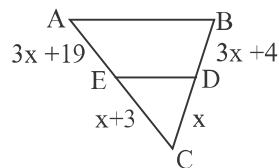
1. इस प्रश्न पत्र में 5 खंड अ, ब, स, द और ई हैं।
2. खंड अ में 20 बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQ) हैं, जिनमें से प्रत्येक में 1 अंक है।
3. खंड ब में 5 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक में 02 अंक है।
4. खंड स में 6 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक के 03 अंक है।
5. खंड द में से 4 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक में 05 अंक है।
6. खंड ई में मूल्यांकन की 3 केस आधारित एकीकृत इकाइयाँ हैं (प्रत्येक में 04 अंक) क्रमशः 1, 1 और 2 अंकों के मूल्यों के उपभागों के साथ हैं।
7. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। हालांकि, 5 अंकों के 2 प्रश्न, 3 अंकों के 2 प्रश्न और 2 अंकों के 2 प्रश्नों में एक आंतरिक विकल्प प्रदान किया गया है। खंड ई के 2 अंकों के प्रश्नों में एक आंतरिक विकल्प प्रदान किया गया है।
8. जहां कभी भी आवश्यक हो, साफ-सुथरे चित्र बनाइए। यदि बताया नहीं गया हो तो $\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए।

खंड अ

खंड अ में 20 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक में 1 अंक है।

1. यदि 'z' एक अभाज्य संख्या है, तो z, z², z³ का लघुत्तम समापवर्त्य (LCM) है:
(a) z² (b) z³ (c) z⁴ (d) z⁵
2. दो संख्याओं का लघुत्तम समापवर्त्य (LCM) 1200 है। निम्न में से कौन-सी संख्या उनका महत्तम समापवर्तक नहीं होगी?
(a) 200 (b) 400
(c) 500 (d) 600

3. यदि बहुपद $3x^2 + 4x + 2k$ का एक शून्यक 2 है, तो 'k' का मान है:
- (a) 10 (b) 20 (c) -20 (d) -10
4. रैखिक युग्म $3x - 2y + 10 = 0$ तथा $9x - 6y + 30 = 0$ का आलेख दो रेखाओं को दर्शाता है, जो:
- (a) केवल एक बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती है।
 (b) समानांतर हैं।
 (c) दो बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करती हैं।
 (d) संपाती हैं।
5. यदि द्विघात समीकरण $3x^2 + 4x + 2k = 0$ के समान मूल हैं, तो:
- (a) $k = \frac{2}{3}$ (b) $k = -4$ (c) $k = 4$ (d) $k = \frac{3}{2}$
6. त्रिभुजों ABC तथा PQR में, $\frac{AB}{QR} = \frac{BC}{PR} = \frac{CA}{PQ}$ है, तो:
- (a) $\Delta PQR \sim \Delta CAB$ (b) $\Delta PQR \sim \Delta ABC$
 (c) $\Delta PQR \sim \Delta CBA$ (d) $\Delta PQR \sim \Delta BCA$
7. $(0, -4)$, $(0, 0)$ तथा $(-3, 0)$ शीर्ष वाले त्रिभुज का परिमाप है:
- (a) 5 इकाई (b) 12 इकाई
 (c) 11 इकाई (d) $(7 + \sqrt{5})$ इकाई
8. दी गई आकृति में 'x' का वह मान जिसके लिए $DE \parallel AB$ हैं,
- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4



9. केंद्र O वाले वृत्त में बिन्दु P पर PQ एक स्पर्श रेखा है। यदि $\triangle OPQ$ समद्विबाहु त्रिभुज है, तो $\angle OQP$ है:
- (a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) 90°
10. यदि $\triangle ABC$ में C समकोण है तो, $\cos(A+B)$ का मान है:
- (a) 0 (b) 1
- (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
11. $\frac{1+\tan^2 A}{1+\cot^2 A}$ बराबर है:
- (a) $\sec^2 A$ (b) $\cot^2 A$ (c) $\operatorname{cosec}^2 A$ (d) $\tan^2 A$
12. यदि $\sqrt{3} \tan \theta = 3 \sin \theta$, ($\theta \neq 0$), तो $\sin^2 \theta - \cos^2 \theta$ का मान है:
- (a) $\frac{1}{3}$ (b) 3 (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{3}{2}$
13. त्रिज्या वाले एक वृत्त के त्रिज्यखंड का परिमाण 68 cm है। इस त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल है:
- (a) 140 cm^2 (b) 280 cm^2 (c) 340 cm^2 (d) 680 cm^2
14. एक बारंबारता बंटन के माध्यक और बहुलक क्रमशः 26 और 29 हैं। इन आंकड़ों का माध्य है:
- (a) 24.5 (b) 25.5 (c) 26.5 (d) 27.7
15. एक घन की तीन आसन्न फलकों का क्षेत्रफल क्रमशः 'x', 'y' तथा 'z' है। इसका आयतन 'V' है:
- (a) xyz घन इकाई (b) \sqrt{xyz} घन इकाई
- (c) $x\sqrt{yz}$ घन इकाई (d) $y\sqrt{zx}$ घन इकाई

16. R और r ($R > r$) दो संकेन्द्रित वृत्तों की त्रिज्याएँ हैं। बड़े और छोटे वृत्तों के बीच के क्षेत्र का क्षेत्रफल है:

- (a) $\pi(R-r)$ (b) $\pi(R^3 - r^3)$
 (c) $\pi(R^2 + r^2)$ (d) $\pi(R^2 - r^2)$

17. निम्नलिखित बारंबारता बंटन के लिए, माध्यक वर्ग की ऊपरी सीमा है:

वर्ग	1-6	6-11	11-16	16-21	21-26
बारंबारता	13	10	15	8	11

- (a) 11 (b) 16 (c) 21 (d) 26

18. 3 बच्चों वाले परिवार में कम से कम एक लड़का होने की प्रायिकता है:

- (a) $\frac{1}{8}$ (b) $\frac{3}{8}$ (c) $\frac{5}{8}$ (d) $\frac{7}{8}$

प्रश्न 19 और 20 के लिए निर्देश: प्रश्न संख्या 19 और 20 में, अभिकथन (A) के एक कथन के बाद कारण (R) का कथन दिया गया है। सही विकल्प चुनें।

19. **अभिकथन (A):** दो संख्याओं का महत्तम समापवर्तक (H.C.F.) 16 है तथा उनका गुणनफल 3072 है। उनका लघुत्तम समापवर्त्य (L.C.M.) 162 है।

कारण (R): यदि a और b दो धनात्मक पूर्णांक हैं, तो महत्तम समापवर्तक

$$(H.C.F.) \times \text{लघुत्तम समापवर्त्य (L.C.M.)} = a \times b$$

- (a) दोनों अभिकथन (A) और कारण (R) सत्य हैं और कारण (R) अभिकथन (A) की सही व्याख्या है।
 (b) दोनों अभिकथन (A) और कारण (R) सत्य हैं लेकिन कारण (R) अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं है।
 (c) अभिकथन (A) सत्य है लेकिन कारण (R) असत्य है।
 (d) अभिकथन (A) असत्य है लेकिन कारण (R) सत्य है।

20. **अभिकथन (A):** बिन्दुओं (a, b) , (b, c) और (c, a) से बने त्रिभुज का केन्द्रक मूल बिंदु पर है। तो फिर $a + b + c = 0$ है।

कारण (R): शीर्ष $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ और $C(x_3, y_3)$ वाले एक ΔABC का केन्द्रक

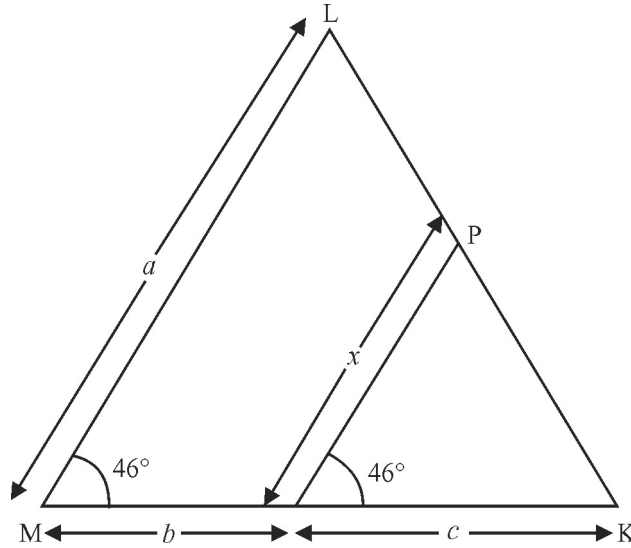
$\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$ द्वारा दिया जाता है।

- (a) दोनों अभिकथन (A) और कारण (R) सत्य हैं और कारण (R) अभिकथन (A) की सही व्याख्या है।
 (b) दोनों अभिकथन (A) और कारण (R) सत्य हैं लेकिन कारण (R) अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं है।
 (c) अभिकथन (A) सत्य है लेकिन कारण (R) असत्य है।
 (d) अभिकथन (A) असत्य है लेकिन कारण (R) सत्य है।

खण्ड ब

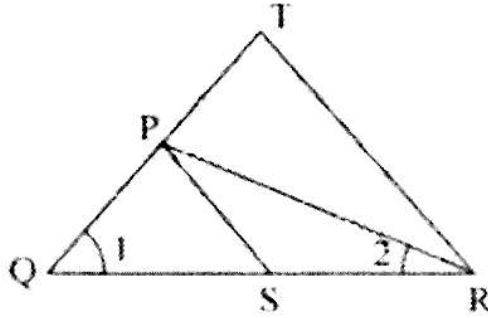
प्रश्न संख्या 21 से 25 प्रत्येक 2 अंक का है।

21. दी गई आकृति में, $\angle M = \angle N = 46^\circ$, 'x' को a, b तथा c के पदों में व्यक्त कीजिए।



अथवा

दी गई आकृति में, $\frac{QR}{QT} = \frac{QS}{PR}$ तथा $\angle 1 = \angle 2$ है तो सिद्ध कीजिए कि $\Delta PQS \sim \Delta TQR$ है



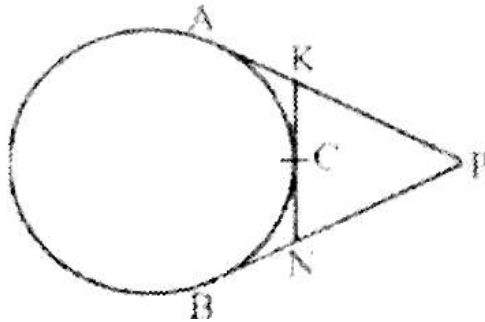
22. k के किस मान के लिए, निम्नलिखित समीकरणों की प्रणाली असंगत होगी?

$$kx + 3y = k - 3$$

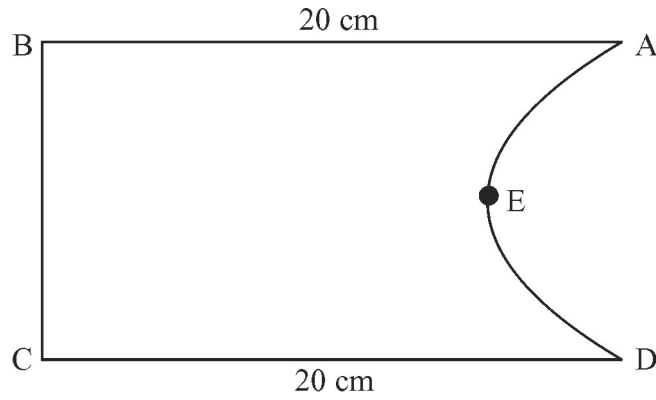
$$12x + ky = k$$

23. यदि $\sin(A - B) = \frac{1}{2}$, $\cos(A + B) = \frac{1}{2}$ है तो A और B का मान ज्ञात कीजिए।

24. दी गई आकृति में KN , PA और PB वृत्त पर स्पर्श रेखाएँ हैं। सिद्ध कीजिए की $KN = AK + BN$ है।

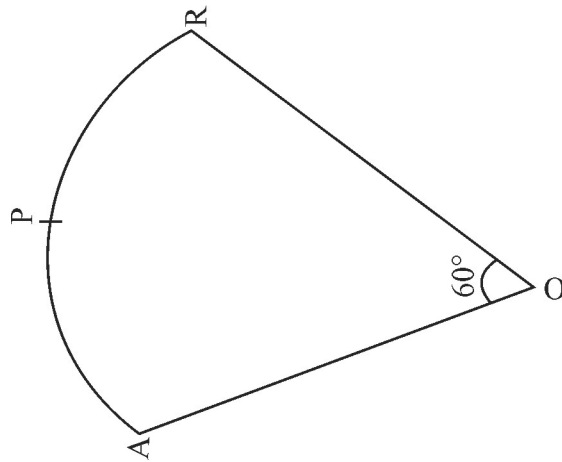


25. दी गई आकृति का परिमाण ज्ञात कीजिए, जहाँ AED एक अर्धवृत्त है और ABCD एक आयत है।



अथवा

आकृति में, OAPBO 10.5 cm त्रिज्या वाले एक वृत्त का त्रिज्यखंड है। त्रिज्यखंड का परिमाण ज्ञात कीजिए।



खण्ड स

प्रश्न संख्या 26 से 31 प्रत्येक 3 अंक का है।

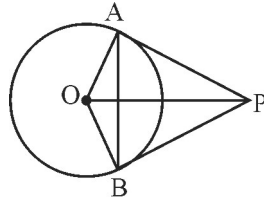
26. सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

27. $4\sqrt{3}x^2 + 5x - 2\sqrt{3}$ के शून्यक ज्ञात कीजिए तथा इसके शून्यकों और गुणांकों के बीच संबंध सत्यापित कीजिए।
28. विजय के पास कुछ केले थे और उसने उन्हें दो लॉट A और B में विभाजित किया। उसने पहली लॉट को 3 केले के लिए ₹2 की दर से और दूसरी लॉट को ₹1 प्रति केले की दर से बेचा और कुल मिलाकर ₹400 प्राप्त किए। यदि उसने पहली खेप को ₹1 प्रति केले की दर से और दूसरी खेप को 5 केलों के लिए ₹4 की दर से बेचा होता, तो उसका कुल संग्रह ₹460 होता। उसके पास केलों की कुल संख्या ज्ञात कीजिए।

अथवा

रेलवे के आधे टिकट की कीमत पूरे किराए का आधा है लेकिन आधे टिकट पर आरक्षण शुल्क पूरे टिकट के समान है। एक आरक्षित प्रथम श्रेणी के टिकट की कीमत ₹2530 है। स्टेशन A से B तक एक आरक्षित प्रथम श्रेणी टिकट और एक आरक्षित प्रथम श्रेणी आधा टिकट की कीमत ₹3810 है। स्टेशन A से B तक का प्रथम श्रेणी का पूरा किराया और टिकट के लिए आरक्षण शुल्क भी ज्ञात कीजिए।

29. दी गई आकृति में, OP केंद्र O वाले वृत्त के व्यास के बराबर है। सिद्ध कीजिए कि $\triangle ABP$ एक समबाहु त्रिभुज है।



30. यदि $\tan \theta + \sin \theta = m$, $\tan \theta - \sin \theta = n$ है, तो सिद्ध कीजिए $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$ है।

अथवा

सिद्ध कीजिए: $\frac{\cot A - \cos A}{\cot A + \cos A} = \sec^2 A + \tan^2 A - 2 \sec A \tan A$

31. एक बैग में सौ कार्ड हैं जिन पर 1 से 100 तक की संख्या लिखी हुई है। बैग से यादृच्छिक रूप से एक कार्ड निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि चयनित कार्ड पर संख्या है:

- (i) 9 से विभाज्य और एक पूर्ण वर्ग है।
- (ii) 80 से बड़ी अभाज्य संख्या।
- (iii) दो अंकों की संख्या।

खण्ड 'द'

प्रश्न संख्या 32 से 35 प्रत्येक 5 अंक का है।

32. 600 km की उड़ान में एक विमान की गति को खराब मौसम के कारणी धीमा कर दिया जाता है। इसकी औसत गति 200 किमी/घंटा कम हो गई और उड़ान के समय में 30 मिनट की वृद्धि हुई। उड़ान की अवधि ज्ञात कीजिए।

अथवा

कपड़े के एक टुकड़े की कीमत ₹200 है। यदि टुकड़ा 5 मीटर लंबा होता और कपड़े के प्रत्येक मीटर की कीमत ₹2 कम होती, तो टुकड़े की कीमत अपरिवर्तित रहती। टुकड़ा कितना लंबा है और प्रति मीटर मूल्य दर क्या है?

33. सिद्ध कीजिए कि वृत्त के किसी भी बिंदु पर स्पर्श रेखा संपर्क बिंदु से जाने वाली त्रिज्या पर लंबवत होती है।

भुजाओं a, b, c वाले एक समकोण त्रिभुज के अंदर, जहाँ c कर्ण है, एक वृत्त खींचा जाता है जो त्रिभुज की सभी भुजाओं को स्पर्श करता है। उपरोक्त प्रमेय का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए $r = \frac{a + b - c}{2}$, जहाँ r वृत्त की त्रिज्या है।

35. 14 cm लंबे एक खोखले लम्ब वृत्तीय बेलन की बाहरी और आंतरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफलों के बीच का अंतर 88 cm^2 है। यदि बेलन बनाने में प्रयुक्त धातु का आयतन 176 cm^3 है। बेलन के बाहरी और भीतरी व्यास ज्ञात कीजिए।

अथवा

एक तंबू 3 m की ऊँचाई तक एक लम्ब वृत्तीय बेलन के आकार का और उसके ऊपरी शंक्वाकार है। तंबू की कुल ऊँचाई 13.5 m है और आधार की त्रिज्या 14 m है। 80 प्रति m^2 की दर से तंबू बनाने के लिए आवश्यक कपड़े का मूल्य ज्ञात कीजिए।

36. एक जीवन बीमा एजेंट 100 पॉलिसी धारकों की आयु के बंटन के लिए निम्नलिखित आंकड़े ज्ञात करता है। माध्यक आयु ज्ञात कीजिए, यदि पॉलिसी केवल उन्हीं व्यक्तियों को दी जाती है, जिनकी आयु 18 वर्ष या उससे अधिक हो, परन्तु 60 वर्ष से कम हो।

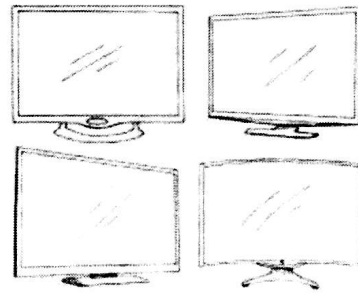
आयु (वर्षों में)	पॉलिसी धारकों की संख्या
20 से कम	2
25 से कम	6
30 से कम	24
35 से कम	45
40 से कम	78
45 से कम	89
50 से कम	92
55 से कम	98
60 से कम	100

खण्ड 'ई'

केस स्टडी आधारित प्रश्न अनिवार्य हैं।

36. केस स्टडी-1

2020 की गर्मियों के दौरान, तान्या ने अपना खुद का कुछ व्यवसाय शुरू करने के बारे में सोचा और अपने पिता से कुछ पैसे उधार लिए और एक टीवी निर्माण कंपनी शुरू की। कुछ वर्षों के बाद, वह अपने क्षेत्र में अग्रणी निर्माताओं में से एक के रूप में जानी जाने लगी और



तीसरे वर्ष — 600 इकाइयाँ

सातवें वर्ष — 700 इकाइयाँ

साल-दर-साल टीवी उत्पादन का विस्तार करती रही।

यह मानते हुए कि उत्पादन साल दर साल समान रूप से बढ़ता है, तीसरे वर्ष में उसके द्वारा उत्पादित टीवी सेटों की संख्या 600 इकाइयाँ थी और सातवें वर्ष में यह 700 थी।

उपरोक्त जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

- (i) प्रति वर्ष निर्माण में क्रमिक वृद्धि क्या थी?
- (ii) प्रथम वर्ष में कितना उत्पादन हुआ था?
- (iii) सात सालों में कुल उत्पादन कितना है?

अथवा

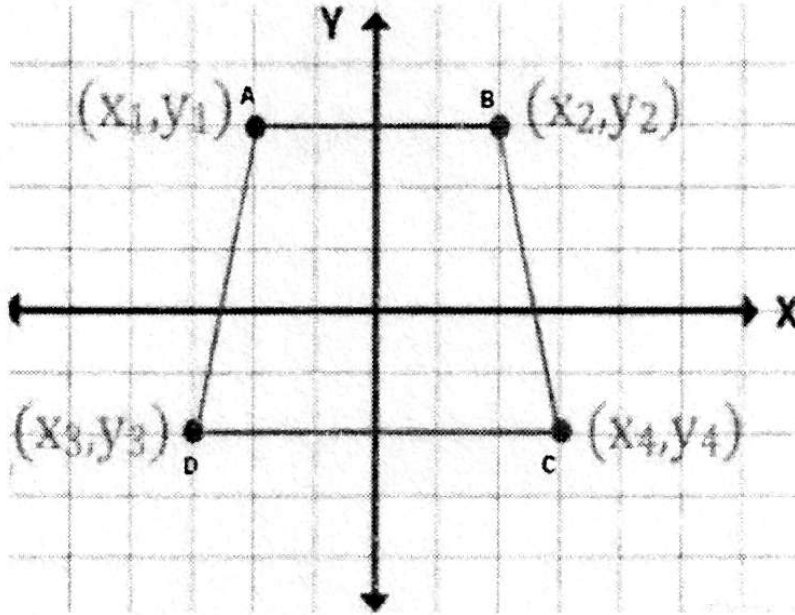
चौथे वर्ष और दसवें वर्ष के उत्पादन में कितना अंतर है?

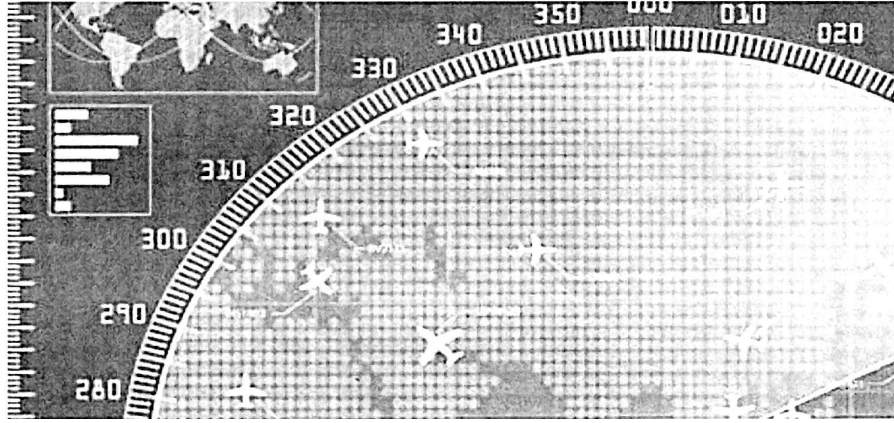
37.

केस स्टडी-2

जैसा कि चित्र में दिखाया गया है, कातीय प्रणाली में अपना शीर्ष मानते हुए, एक संगीत एल्मब को मेज पर रखा जाता है।

उपरोक्त जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।





- (i) वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें x -अक्ष भुजा AD को विभाजित करता है।
- (ii) संगीत एल्बम के शीर्ष का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
- (iii) क्या बिंदु A और C मूल बिंदु के साथ संरेखीय हैं? तर्क दीजिए।

अथवा

क्या बिंदु C , B और D से समदूरस्थ पर है? तर्क दीजिए।

38. केस स्टडी - 3

सीता और रीता एक रेस ट्रैक पर दौड़ रहे थे। फिनिश लाइन को एक लंबी रॉड से चिह्नित किया गया था। सीता और रीता एक दूसरे से 'd' मीटर की दूरी पर खड़े थे। सीता और रीता के लिए मीनार के शीर्ष का उन्नयन कोण क्रमशः 30° और 60° था। रॉड की ऊंचाई 10m थी।

उरोक्त जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

- (i) उपरोक्त स्थिति को आरेखीय रूप से दर्शाने के लिए एक स्पष्ट नामांकित आकृति बनाइए।
- (ii) दूरी 'd' कितनी है?
- (iii) रीता की रॉड से कितनी दूरी है?

अथवा

सीता की रॉड से कितनी दूरी है?

उत्तर

खंड-‘अ’

1. (b) z^3
2. (c) 500
3. (d) -10
4. (d) संपाती हैं।
5. (a) $k = \frac{2}{3}$
6. (a) $\Delta PQR \sim \Delta CAB$
7. (b) 12 इकाई
8. (b) 2
9. (b) 45°
10. (a) 0
11. (d) $\tan^2 A$
12. (a) $\frac{1}{3}$
13. (b) 280 cm^2
14. (a) 24.5
15. (b) \sqrt{xyz} इकाई
16. (d) $\pi(R^2 - r^2)$
17. (b) 16
18. (d) $\frac{7}{8}$
19. (d) अभिकथन (A) असत्य है लेकिन कारण (R) सत्य है।
20. (a) दोनों अभिकथन (A) और कारण (R) सत्य हैं और कारण (R) अभिकथन सही व्याख्या है।

खंड-‘ब’

21. $x = \frac{ac}{b+c}$

अथवा

उचित उपपत्ति

22. $k = -6$

23. $A = 45^\circ, B = 15^\circ$

24. उचित उपपत्ति

25. AED का परिमाण = 76 cm

अथवा

त्रिज्यखंड का परिमाण = 32 cm

खंड-‘स’

26. उचित उपपत्ति

27. $-\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{\sqrt{3}}{4}$

28. कुल केले = 500.

अथवा

प्रथम श्रेणी का पूरा किराया ₹ 2500 और टिकट के लिए आरक्षण शुल्क ₹30

29. उचित उपपत्ति

30. उचित उपपत्ति

31. (i) $\frac{3}{100} = 0.03$ (ii) $= \frac{3}{100} = 0.03$ (iii) $\frac{90}{100} = 0.9$

खंड—'द'

32. उड़ान की अवधि = 1 hr.

अथवा

टुकड़े की लंबाई = 20 m, प्रति मीटर मूल्य दर = ₹ 10

33. उचित उपपत्ति

34. बेलन के बाहरी व्यास 5 cm और भीतरी व्यास 3 cm

अथवा

कपड़े का मूल्य = ₹82720

35. 35.76

खंड—'ई'

36. (i) 25 इकाइयाँ (ii) 550 इकाइयाँ (iii) 4375 इकाइयाँ अथवा 150 इकाइयाँ

37. (i) 3:2 (ii) 25 वर्ग इकाई

(iii) बिंदु A और C मूल बिंदु के साथ संरेखीय नहीं हैं।

अथवा

बिंदु C, B और D से समदूरस्थ नहीं है।

38. (i) उचित आरेख

(ii) $\frac{20}{\sqrt{3}}m$ or $\frac{20\sqrt{3}}{3}m$

(iii) $\frac{10}{\sqrt{3}}m$ or $\frac{10\sqrt{3}}{3}m$

अथवा

$10\sqrt{3}m$

अभ्यास प्रश्न पत्र-4

कक्षा-10 सत्र-2022-23

विषय-गणित

समय: 3 घंटे

अधिकतम अंक : 80

सामान्य निर्देश

1. इस प्रश्न पत्र में 5 खंड अ, ब, स, द और ई हैं।
2. खंड अ में 20 बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQ) हैं, जिनमें से प्रत्येक में 1 अंक है।
3. खंड ब में 5 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक में 02 अंक है।
4. खंड स में 6 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक के 03 अंक है।
5. खंड द में से 4 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक में 05 अंक है।
6. खंड ई में मूल्यांकन की 3 केस आधारित एकीकृत इकाइयाँ हैं (प्रत्येक में 04 अंक) क्रमशः 1, 1 और 2 अंकों के मूल्यों के उपभागों के साथ हैं।
7. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। हालांकि, 5 अंकों के 2 प्रश्न, 3 अंकों के 2 प्रश्न और 2 अंकों के 2 प्रश्नों में एक आंतरिक विकल्प प्रदान किया गया है। खंड ई के 2 अंकों के प्रश्नों में एक आंतरिक विकल्प प्रदान किया गया है।
8. जहां कभी भी आवश्यक हो, साफ-सुथरे चित्र बनाइए। यदि बताया नहीं गया हो तो $\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए।

खंड अ

खंड अ में 20 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक में 1 अंक है।

1. घात n वाले बहुपद के अधिकतम कितने शून्यक हो सकते हैं?
(a) $n+1$ (b) $n-1$ (c) n (d) $2n$
2. एक स.श्रे. का 9वाँ पद 499 तथा 499वाँ पद 9 है। स.श्रे. का वह पद जो शून्य के बराबर होगा:
(a) 507वाँ (b) 508वाँ (c) 509वाँ (d) 510वाँ

3. यदि 'y' 'x' का गुणज है तो 'x' और 'y' का ल.स. होगा:
- (a) x (b) y (c) xy (d) $\frac{x}{y}$
4. (5,-8) और (3,4) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को आंतरिक रूप से 2:3 के अनुपात में विभाजित करने वाला बिन्दु किस चतुर्थांश में होगा?
- (a) I चतुर्थांश (b) II चतुर्थांश
(c) III चतुर्थांश (d) IV चतुर्थांश
5. एक द्विघातीय बहुपद जिसके शून्यकों का योग 3 तथा शून्यकों का गुणनफल -2 है:
- (a) $x^2 + 3x - 2$ (b) $x^2 - 3x + 2$ (c) $x^2 - 3x - 2$ (d) $x^2 - 2x + 3$
6. त्रिभुज ABC तथा PQR में $\angle B = \angle Q$, $\angle C = \angle R$ तथा $AB = 2 PQ$ है, तो दोनों त्रिभुज होंगे:
- (a) सर्वांगसम लेकिन समरूप नहीं (b) न तो सर्वांगसम और न ही समरूप
(c) समरूप लेकिन सर्वांगसम नहीं (d) सर्वांगसम और समरूप
7. निम्नलिखित में से कौन-सा केन्द्रिय प्रवृत्ति का माप नहीं है?
- (a) माध्य (b) माध्यक (c) बहुलक (d) तोरण
8. m का वह मान, जिसके लिए समीकरण युग्म $mx - y = 2$ और $6x - 2y - 4 = 0$ के अपरिमित रूप से अनेक हल होंगे:
- (a) -5 (b) 3 (c) -3 (d) 6
9. दो संख्याओं का ल.स.व. 2400 है तो निम्न में से कौन-सा म.स. नहीं हो सकता?
- (a) 800 (b) 300 (c) 600 (d) 700
10. k का वह मान, जिसके लिए द्विघातीय समीकरण $kx^2 - 2kx + 2 = 0$ के मूल समान हैं:
- (a) 1 (b) 2 (c) 4 (d) 0
11. यदि वृत्त की दो त्रिज्याओं के बीच का कोण 150° है, तो त्रिज्याओं के सिरों पर बनी स्पर्श रेखाओं के बीच का कोण है:
- (a) 60° (b) 30° (c) 210° (d) 50°

12. यदि $\sec x + \tan x = p$ है, तो $\sec x - \tan x$ का मान है:
- (a) p^2 (b) $\frac{1}{p}$ (c) p^3 (d) $\frac{p}{2}$
13. उस बिंदु के निर्देशांक जहां रेखा $2x - 4y = 8$, x-अक्ष को काटती है:
- (a) (0, 4) (b) (-4, 0) (c) (0,0) (d) (4,0)
14. दो समबाहु त्रिभुजों को निम्नलिखित में से किसका उपयोग कर समरूप सिद्ध किया जा सकता है:
- (a) AAA (b) SSS
(c) SAS (d) सभी
15. 17 संख्याओं का माध्य 23 है। यदि प्रत्येक प्रेक्षण में से 3 कम कर दिया जाए तो नया माध्य होगा:
- (a) 14 (b) 51 (c) 20 (d) 69
16. एक बिंदु P, वृत्त के केन्द्र से 15cm की दूरी पर है। P से वृत्त पर बनने वाली स्पर्श रेखा की लम्बाई 12cm है। वृत्त की त्रिज्या है:
- (a) 3cm (b) 5cm
(c) 9cm (d) पता नहीं लगाया जा सकता
17. $\triangle ABC$ में, यदि $DE \parallel BC$, $AD = x$, $DB = x - 2$, $AE = x + 2$ तथा $EC = x - 1$ है, तो X का मान है:
- (a) 4 (b) 3 (c) 5 (d) 3.5
18. क्या प्रायिकता है, कि दो दोस्तों का जन्मदिन 29 फरवरी होगा:
- (a) $\frac{1}{366}$ (b) $\frac{1}{365}$ (c) $\frac{2}{365}$ (d) $\frac{1}{183}$

प्रश्न 19 और 20 के लिए निर्देश: प्रश्न संख्या 19 और 20 में, अभिकथन (A) के एक कथन के बाद कारण (R) का कथन दिया गया है। सही विकल्प चुनें।

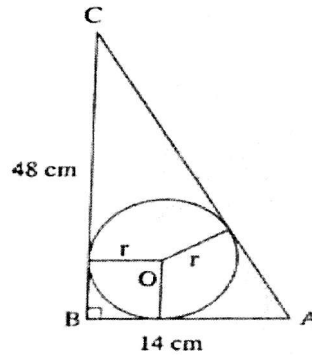
19. अभिकथन (A): यदि 510 और 92 का महत्तम समापवर्तक (H.C.F.) 2 है तो 510 और 92 का लघुत्तम समापवर्त्य (L.C.M.) 32460 है।
- कारण (R): क्योंकि महत्तम समापवर्तक $H.C.F. \times$ लघुत्तम समापवर्त्य $(L.C.M.) = a \times b$

- (a) दोनों अभिकथन (A) और कारण (R) सत्य हैं और कारण (R) अभिकथन (A) की सही व्याख्या है।
- (b) दोनों अभिकथन (A) और कारण (R) सत्य हैं लेकिन कारण (R) अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं है।
- (c) अभिकथन (A) सत्य है लेकिन कारण (R) असत्य है।
- (d) अभिकथन (A) असत्य है लेकिन कारण (R) सत्य है।
20. **अभिकथन (A):** यदि $\triangle ABC$ की भुजाओं AB तथा AC के मध्य बिंदुओं के निर्देशांक क्रमशः D (3, 5) और E (-3, -3) हैं, तो $BC = 20$ इकाई है।
- कारण (R):** एक त्रिभुज के दो भुजाओं के मध्य बिंदुओं को जोड़ने वाली रेखा उसकी तीसरी भुजा के समानांतर तथा उसके आधे के बराबर होती है।
- (a) दोनों अभिकथन (A) और कारण (R) सत्य हैं और कारण (R) अभिकथन (A) की सही व्याख्या है।
- (b) दोनों अभिकथन (A) और कारण (R) सत्य हैं लेकिन कारण (R) अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं है।
- (c) अभिकथन (A) सत्य है लेकिन कारण (R) असत्य है।
- (d) अभिकथन (A) असत्य है लेकिन कारण (R) सत्य है।

खंड ब

प्रश्न संख्या 21 से 25 प्रत्येक 2 अंक का है।

21. दी गई आकृति में, ABC एक त्रिभुज है जिसमें $\angle B = 90^\circ$, $BC = 48$ सेमी और $AB = 14$ सेमी हैं। त्रिभुज में एक वृत्त अंकित है, जिसका केंद्र O है। अंतः वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।



अथवा

सिद्ध कीजिए कि एक वृत्त के व्यास के सिरो पर खींची गई स्पर्श रेखाएं समांतर होती हैं।

22. यदि $x = 3 \sin \theta + 4 \cos \theta$ और $y = 3 \cos \theta - 4 \sin \theta$ है तो, सिद्ध कीजिए कि $x^2 + y^2 = 25$ है।
23. यदि -3 , बहुपद $(k-1)x^2 + kx + 1$ का एक शून्यक है, तो k का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि बहुपद $f(x) = px^2 - 2x + 3p$ के शून्यक α और β हैं, और $\alpha + \beta = \alpha\beta$ है तो p का मान ज्ञात कीजिए।

24. दो घनों के आयतन 1:27 के अनुपात में हैं। उनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
25. रैखिक समीकरणों के निम्नलिखित युग्म को हल कीजिए:
 $y - 4x = 1$; $6x - 5y = 9$

खण्ड स

खंड स में 6 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक के 03 अंक हैं।

26. एक स. श्रे. में, प्रथम दस पदों का योग -150 है तथा अगले 10 पदों का योग -550 है। स. श्रे. ज्ञात कीजिए।
27. यदि $4 \tan x = 3$ है, तो $\frac{4 \sin x - \cos x + 1}{4 \sin x + \cos x - 1}$ का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

सिद्ध कीजिए: $(1 + \cot A - \operatorname{cosec} A)(1 + \tan A + \sec A) = 2$.

28. 10 सेमी. त्रिज्या वाले वृत्त की एक जीवा PQ, वृत्त के केंद्र पर 60° का कोण अंतरित करती है। वृत्त के दीर्घ वृत्तखंड और दीर्घ त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
29. एक बॉक्स में 1 से 49 तक की संख्या के कार्ड हैं। कार्डों को अच्छी तरह मिलाने के बाद, बॉक्स से यादृच्छिक रूप से एक कार्ड निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि निकाले गए कार्ड पर संख्या है:
(i) एक विषम संख्या

(ii) एक पूर्ण वर्ग

(iii) एक सम-अभाज्य संख्या

30. 'm' तथा 'n' का मान ज्ञात कीजिए, ताकि निम्नलिखित रैखिक समीकरणों के युग्म के अपरिमित अनंत हल हो:

$$(2m - 1)x + 3y = 5 ; 3x + (n - 1)y = 2$$

अथवा

यदि एक आयत की लंबाई 5 मी. बढ़ा दी जाती है और चौड़ाई 4 मी. कम कर दी जाती है तो आयत का क्षेत्रफल 160 वर्ग मी. कम हो जाता है। हालांकि, यदि लंबाई में 10 मी. की कमी की जाती है और चौड़ाई में 2 मी. की वृद्धि की जाती है, तो इसका क्षेत्रफल 100 वर्ग मी. कम हो जाता है। आयत के आयाम ज्ञात कीजिए।

31. एक त्रिभुज ABC को 2 सेमी. त्रिज्या वाले एक वृत्त के परिगत इस प्रकार खींचा गया है कि खण्ड BD और DC जिनमें BC को संपर्क बिंदु D से विभाजित किया गया है, कि लंबाई क्रमशः 4 सेमी. और 3 सेमी. है। अगर त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल 21 सेमी.² है, तो भुजाओं AB और AC की लंबाई ज्ञात कीजिए।

खंड 'द'

खंड द में 4 प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक 05 अंक है।

32. 40 शहरों की साक्षरता दर निम्न तालिका में दी गई है। यदि यह दिया जाता है कि औसत साक्षरता दर 63.5 है, तो लुप्त बारंबारता x और y ज्ञात कीजिए।

साक्षरता दर (%में)	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65	65-70	70-75	75-80	80-85	85-90
शहरों की संख्या	1	2	3	x	y	6	8	4	2	3	2

33. एक पक्षी 80 मी. ऊँचे पेड़ की चोटी पर बैठा है। भूमि पर एक बिंदु से पक्षी का उन्नयन कोण 45° है। पक्षी क्षैतिज रूप से इस तरह उड़ता है कि वह जमीन से स्थिर ऊँचाई पर बना रहता है। 2 सेकेंड के बाद, उसी पक्षी का उन्नयन कोण 30° है। पक्षी के उड़ने की गति ज्ञात कीजिए।

अथवा

एक तालाब में पानी के स्तर से 20 मी. ऊपर, एक बिंदु A से, एक बादल का उन्नयन कोण 30° है। बिंदु A से, तालाब में बादल के परावर्तन का अवनयन कोण 60° है। A से बादल की दूरी ज्ञात कीजिए।

34. मूल समानुपातिक प्रमेय को लिखित और सिद्ध कीजिए। परिणाम का उपयोग करके सिद्ध कीजिए कि त्रिभुज ABC में, यदि DE को BC के समांतर खींचा जाता है तो $\frac{DB}{AB} = \frac{CE}{AC}$ होगा।
35. एक पूल को भरने के लिए दो पाइपों का उपयोग किया गया है। यदि बड़े व्यास के पाइप का उपयोग 4 घंटे और छोटे व्यास के पाइप का उपयोग 9 घंटे किया जाता है, तो पूल आधा ही भरा जाता है। यदि बड़े व्यास का पाइप पूल को भरने के लिए छोटे व्यास के पाइप से 10 घंटे कम लेता है तो पता लगाएं कि प्रत्येक पाइप अलग से पूल को भरने में कितना समय लेगा।

अथवा

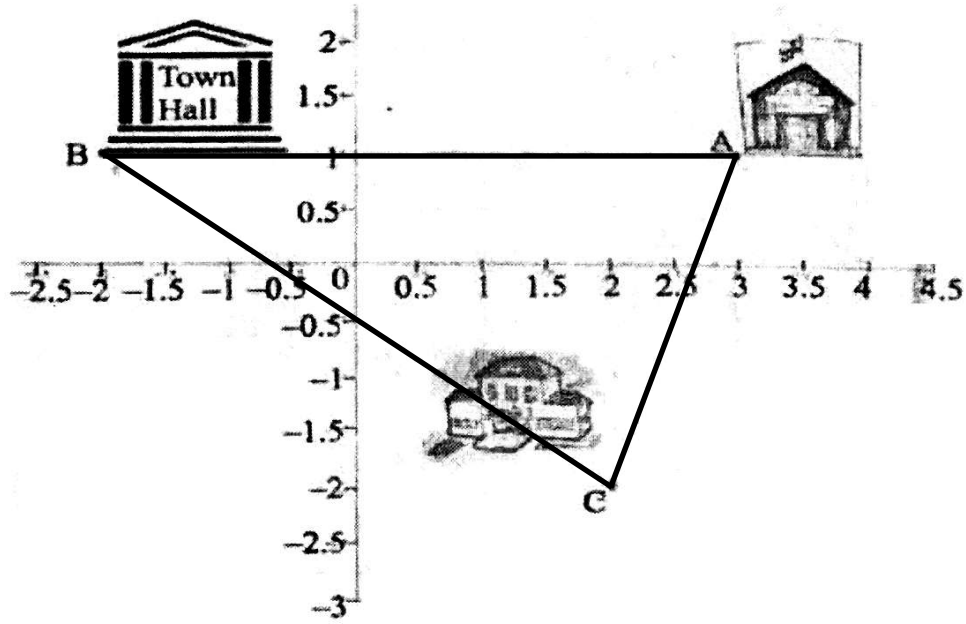
$$\text{हल कीजिए: } 2\left(\frac{2x-3}{x+3}\right) - 3\left(\frac{x+3}{2x-1}\right) = 5; x \neq -3, \frac{1}{2}$$

खंड 'ई'

केस स्टडी आधारित प्रश्न अनिवार्य हैं।

36. मेट्रो के खंभे घनाकार और बेलनाकार बनाए जा रहे हैं। घनाभ खंभों के मामले में निर्मित आधार 4 मी. भुजा का वर्ग है और बेलनाकार खंभों के मामले में निर्मित आधार 4 मी. त्रिज्या का वृत्त है। एक विशेष स्थान पर खंभों की ऊँचाई 28 मी. है। ऊपर दी गई जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:
- (i) घनाभ स्तंभ के निर्माण में प्रयुक्त कंक्रीट का आयतन ज्ञात कीजिए।
- (ii) बेलनाकार स्तंभ के निर्माण में प्रयुक्त कंक्रीट का आयतन ज्ञात कीजिए।
- (iii) एक विज्ञापन एजेंसी विज्ञापन के लिए इन स्तंभों का उपयोग करने का निर्णय लेती है। यदि विज्ञापन की दर ₹ 4 / मी. है, तो इन पर विज्ञापन की राशि का अंतर ज्ञात कीजिए।

37. छात्रों के पठन कौशल को बढ़ावा देने के लिए, स्कूल पुस्तकालय में एक रीडिंग कॉर्नर स्थापित करने के लिए दो कक्षाओं का चयन करता है। दो कक्षाएँ जिसमें 28 छात्र और 36 छात्र हैं। जिसके लिए यह सुविधायें शुरू की गई हैं।
- पुस्तकों की न्यूनतम संख्या ज्ञात कीजिए, ताकि उन्हें दोनों कक्षाओं में समान रूप से वितरित किया जा सके।
 - 28×36 के अभाज्य गुणनखंड लिखिए।
 - एक उदाहरण के रूप में दिखाएं कि $LCM \times HCF =$ दो संख्याओं का गुणनफल होगा।
38. नक्शा दिखाता है कि पुस्तकालय बिंदु A पर स्थित है, B पर सिटी हॉल और C पर स्कूल है।



- सिटी हॉल भवन के निर्देशांक क्या हैं?
- विद्यालय और पुस्तकालय को जोड़ने वाले खंड के मध्य बिंदु के निर्देशांक क्या हैं?
- पुस्तकालय और सिटी हॉल भवन के बीच की दूरी कितनी है?

उत्तरतालिका

खंड-‘अ’

1. (c) n
2. (b) 508वाँ
3. (b) y
4. (d) IV चतुर्थांश
5. (c) $x^2 - 3x - 2$
6. (c) समरूप लेकिन सर्वांगसम नहीं
7. (d) तोरण
8. (b) 3
9. (d) 700
10. (b) 2
11. (b) 30°
12. (b) $\frac{1}{p}$
13. (d) (4,0)
14. (d) सभी
15. (c) 20
16. (c) 9 सेमी.
17. (a) 4
18. (a) $\frac{1}{366}$
19. (d) अभिकथन (A) असत्य है लेकिन कारण (R) सत्य है।
20. (a) दोनों अभिकथन (A) और कारण (R) सत्य हैं और कारण (R) अभिकथन (A) की सही व्याख्या है

खंड-‘ब’

21. $r = 6$ सेमी.
अथवा
सही उपपत्ति
22. सही उपपत्ति
23. $k = \frac{4}{3}$
अथवा
 $P = \frac{2}{3}$

24. 1:9
25. $x = 1$; $y = 5$

खंड-‘स’

26. $S_{10} = -150$
 $S_{20} - S_{10} = -550$
 $a = 3, d = -4$
A.P.: 3, -1, -5, -9,

27. $\frac{13}{11}$

अथवा

सही उपपत्ति

28. दीर्घ वृत्तखंड का क्षेत्र. = 305.20 cm^2
दीर्घ त्रिज्याखंड का क्षेत्र. = 261.90 cm^2 or 261.60 cm^2
29. (i) $\frac{25}{49}$ (ii) $\frac{1}{7}$ (iii) $\frac{1}{49}$

30. $m = \frac{17}{4}$; $n = \frac{11}{5}$

अथवा

लंबाई = 60 मी., चौड़ाई = 20 मी.

31. $AB = 7.5$ सेमी ; $AC = 6.5$ सेमी.
32. $x = 5$ तथा $y = 4$
33. पक्षी की गति = 29.28 मी/से.

अथवा

बादल की दूरी = 40 मी.

34. सही उपपत्ति

35. बड़े व्यास का पाइप 20 घंटे लेगा तथा छोटे व्यास का पाइप 30 घंटे लेगा।

अथवा

$$x = \frac{-1}{5}, -10$$

36. (i) 448 मी.³ (ii) 1408 मी.³ (iii) ₹ 1024

अथवा

₹ 140800

37. (i) 252 (ii) $2^4 \times 3^2 \times 7$ (iii) सही उपपत्ति

38. (i) (-2, 1) (ii) (5/2, -1/2) (iii) 5 इकाई अथवा 7.5 सेमी. इकाई

